Dirección General de Cultura y Educación
Gobierno de la Provincia de Buenos Aires

Subsecretaría de Educación

Dirección Provincial de Educación Primaria
Dirección de Gestión Curricular

Serie Curricular

MATEMÁTICA Nº 3 A
Operaciones con números naturales (1º Parte)

propuestas para alumnos de 3º y 4º año

Material para el docente

Año 2007

Provincia de Buenos Aires
Gobernador

Ing. Felipe Solá

Directora General de Cultura y Educación

Dra. Adriana Puiggrós

Vicepresidente 1°del Consejo General de Cultura y Educación

Lic. Rafael Gagliano

Jefe de Gabinete

Lic. Luciano Sanguinetti

Subsecretario de Educación

Ing. Eduardo Dillon

Directora Provincial de Educación Primaria

Prof. Mirta Torres

Directora de Gestión Curricular

Lic. Patricia Garavaglia

Este material se utiliza en el marco del
Proyecto "Propuestas Pedagógicas para alumnos con sobreedad"

Corresponde a la Segunda Secuencia
Matemática: "Operaciones con números naturales"
(1º Parte)
Autora: Verónica Grimaldi
Coordinación: Claudia Broitman

Dirección Provincial de Educación Primaria
Dirección de Gestión Curricular
Dirección de Psicología Comunitaria y Pedagogía Social

Índice

Introducción...Pág. 4

1° parte: Problemas para resolver usando distintos cálculos....................................Pág. 4

2° parte: Cálculos que se resuelven de distintas ma neras....................................... Pág. 6

3° parte: Más problemas con distintos cálculos ....Pág. 16

4° parte: Problemas para usar la tabla pitagórica.. ....Pág.21

5° parte: Repasar y estudiar...................... ....Pág.25

Bibliografía...Pág.26

Segunda secuencia de trabajo: “Operaciones con números naturales” (1° parte)

Se propondrá a lo largo de esta secuencia:

- La resolución de problemas de sumas, restas y multiplicaciones que impliquen diferentes sentidos de estas operaciones y que involucren diferentes modos de presentación de la información.
- La resolución de cálculos mentales horizontales de sumas, restas y multiplicaciones, analizando diversas composiciones y descomposiciones posibles de los números para operar con ellos.
- La investigación de relaciones numéricas y propiedades en la tabla de sumas y la tabla pitagórica.
- El uso y comparación de diversos procedimientos y algoritmos para resolver sumas, restas y multiplicaciones.
- La utilización de la calculadora para:
    - resolver situaciones problemáticas,
    - controlar cálculos realizados por otros procedimientos,
    - verificar relaciones anticipadas entre números y operaciones.

Introducción

Presentamos a continuación una serie de actividades sobre diversos aspectos para abordar el estudio de las operaciones aritméticas en el conjunto de los números naturales. Esta secuencia hará foco sobre la suma, la resta y la multiplicación. La selección de problemas que se presenta está ordenada del mismo modo que en el material para el alumno. Sin embargo, sólo se han incluido algunos de los problemas de dicho material para realizar un análisis más detallado.

El material del alumno incluye algunos recuadros con el título “Para tener en cuenta”, que contienen información sobre cuestiones importantes que se están estudiando. Estos carteles tienen varios objetivos: sistematizar alguna estrategia; brindar información nueva; registrar conclusiones que habrán circulado en forma oral a propósito de alguna actividad; etc. Podrán ser leídos en forma colectiva a medida que aparecen, y se podrá volver sobre ellos en la medida que se muestren útiles para resolver otros problemas, o bien para estudiar y repasar, como se propone en la última sección.

1° parte: Problemas para resolver usando distintos cálculos

En esta sección se propone una serie de problemas que pueden resolverse con sumas y restas. Algunos de ellos exigen el uso de un único cálculo, mientras que en otros casos habrá que realizar varios.

Se analizan a continuación algunos de esos problemas:

Problemas 1, 2, 3 y 4

1) Una señora compró una caja de 60 galletitas. ¿Alcanzan para que sus hijos coman 29 galletitas el primer día y 25 el segundo día?

2) En una florería hay 12 claveles, 40 rosas y 38 margaritas. La florista quiere armar un ramo de 100 flores. ¿Le alcanzan las que tiene o le faltan?

3) En un negocio de música se encargaron 100 discos de rock, 230 de cumbia, 110 de tango y 40 de folklore. ¿Se encargaron más o menos discos que 400?

4) a) En un estadio deportivo se venden entradas para ver carreras de bicicletas. Hay 100 entradas para plateas, 250 para populares y 60 para asientos laterales cercanos a la pista. ¿Qué capacidad tiene el estadio?
b) En la primera jornada de carreras se vendieron 60 plateas, 200 populares y 25 asientos laterales. ¿Cuántas localidades quedaron sin vender?

En los problemas 1, 2 y 3 se trata de comparar dos números, uno de los cuales ya viene dado en el enunciado. Para resolverlos, es suficiente con realizar una estimación. Por ejemplo, en el problema 1 los alumnos podrían:

- estimar que para comer 60 galletitas se podrían comer 30 cada día; sin embargo, en ambas ocasiones comen menos de 30, y por lo tanto alcanzan;
- redondear 29 a 30, sumar 30 + 25 = 55 y comparar este valor con 60;
- resolver la suma exacta de 25 y 29 para comparar ese resultado con 60.

Entre el problema 3 y el problema 4 se incluye el siguiente cartel de información:

Para tener en cuenta: *En algunos problemas no se necesita saber exactamente el resultado de las sumas; alcanza con hacer un cálculo aproximado. Por ejemplo, en el problema 1, podemos saber que sí alcanzan porque ambos días los chicos comen menos de 30 galletitas.*

que brinda la posibilidad de analizar esta estrategia, si es que no ha aparecido entre los procedimientos de resolución, o de volver a ella a modo de conclusión si es que algunos niños la han utilizado.

En el problema 4 se hace necesario establecer el resultado exacto de los cálculos, ya que las preguntas que se proponen exigen un número como respuesta.

Los números que se han elegido son “redondos” y en algunos casos “pequeños” , de modo que la dificultad no esté en la resolución de la cuenta sino en diseñar una estrategia que resuelva el problema, o en elegir el cálculo más adecuado (ya sea estimativo o exacto, mental o algorítmico, de suma o de resta).

Será interesante propiciar una instancia de discusión en la que se comparen las respuestas y estrategias de resolución. El maestro podría proponer la escritura de los distintos cálculos que permiten resolver cada problema.

Otros problemas tienen un sentido algo más complejo. Por ejemplo los problemas 5 y 6:

Problemas 5 y 6

5) Juan le regaló a su hermano 25 de sus figuritas de jugadores de fútbol. Ahora tiene 80. ¿Cuántas tenía antes de hacerle el regalo?

6) Se compraron dos cajas de galletitas dulces, como se muestra en el dibujo:

Hay más galletitas de chocolate que de vainilla. ¿Cuántas más hay?

La complejidad de estas dos situaciones no está asociada a los números propuestos sino al sentido de las operaciones que se pone en juego, y a la presencia de palabras que pueden actuar como “palabra clave” cuando en realidad no lo son.

En el problema 5 los alumnos deben reconstruir la cantidad de figuritas que se tenía al principio; esto implica que deberán resolver la suma 80 + 25. Sin embargo, la presencia de la palabra “regaló” podría sugerirles que deben restar. En el problema 6, la presencia de la palabra “más” puede llevar a los niños a sumar las cantidades de galletitas en lugar de restarlas. Será interesante someter a discusión estas ideas. Por ejemplo, se podrá analizar si tiene sentido que Juan tenga menos cantidad de figuritas antes de hacer el regalo, o que haya 590 galletitas más de chocolate que de vainilla cuando sólo se disponía de 350 galletitas de chocolate en la caja. En este sentido, el control sobre los resultados que se obtienen y sobre los cálculos que se proponen, proviene del contexto de cada problema.

Las estrategias que los niños pueden utilizar para resolver los cálculos podrían ser diversas. Por ejemplo, para el problema 6 podrían proponer restas reiteradas a 350 para llegar a 240, o bien sumas reiteradas a 240 para llegar a 350. Los niños podrían operar con cantidades, en principio al azar, hasta ajustar el resultado; esta estrategia podría ser una vía de aproximación interesante. El maestro podría sugerir que se registren las cuentas que se van realizando en forma escrita, para ir ajustando los números con los que se prueba de una manera más sistemática. Si por ejemplo se va sumando de a 10, habrá que establecer que la respuesta resulta de la suma de todos los valores que se han venido sumando.

Apuntamos a que los niños puedan anticipar de qué orden será el número que están buscando, es decir, que sus ensayos dejen de ser al azar. Por ejemplo, que sumen 10 y si aún están muy lejos, que su próximo ensayo sea sumando 100. En este caso: “240 + 10 = 250 falta mucho; 240 + 100 = 340 todavía falta, pero falta menos”. Vale la pena que el maestro proponga el análisis explícito de esta cuestión, es decir, que ante ensayos al azar intervenga sugiriendo estas estrategias de control y de análisis. Por ejemplo: “¿Falta o te pasaste? Escribilo al lado y seguimos pensando.”; “¿Podrás sumar un número más alto?”; “¿Cómo podrías hacer para no tener que sumar tantas veces tantos números?”; etc.
El registro de los cálculos que se van realizando contribuye a no repetir números con los que ya se ha probado, y también a minimizar el azar en la elección de números para los diversos ensayos, esto es, analizar que si sumé 100 y me falta poco, no puedo sumar otra vez 100 porque me pasaría.
Será interesante analizar que en este caso la resta 350 – 240 es la estrategia más económica para resolver el problema. Si ningún alumno la ha utilizado, el maestro podría sugerirla para el análisis.

Un tipo de problema más complejo exige a los niños extraer información de cuadros. Por ejemplo:

Problema 7

En una revista se publicó este cuadro que contiene los precios de los mismos productos en dos supermercados:

Producto	Supermercado 1	Supermercado 2
Juego de ollas	$72	$69
Pava	$19	$24
Juego de tazas	$21	$29
Sartén	$37	$32
Juego de vasos	$12	$18
Termo	$29	$19

a) ¿En cuál de los dos conviene comprar tazas?
b) ¿En cuál supermercado conviene comprar una sartén?
c) ¿Cuánto más caro es el termo en el supermercado 2 que el supermercado 1?
d) Un señor que compra una pava en el supermercado 1 paga menos que si la compra en el supermercado 2. ¿Cuánto menos?
e) Escribí una compra de varios productos en uno de los supermercados que permita gastar menos de $90.

Las primeras preguntas apuntan a buscar y comparar información dentro del cuadro. Se busca generar cierta “familiaridad” con esta forma de registrar los datos. Las preguntas c) y d) vuelven a proponer situaciones de comparación, pero ahora los alumnos deberán resolver cálculos para responder puesto que se pregunta por cantidades. Este tipo de situación ya ha sido abordada en problemas anteriores, por lo que será una buena oportunidad para revisar cuál es el cálculo que permite resolver en cada caso.
La última pregunta admite varias respuestas, y será una oportunidad para establecer que un problema puede tener más de una solución.

Al final de esta sección, se propone el siguiente cartel:

Para tener en cuenta: En muchos problemas se puede sumar y restar para responder a la misma pregunta. Por ejemplo para la pregunta c) del problema 8 se puede pensar cuánto sumar a 420 para llegar a 500 y encontrar que es 420 + 80 = 500, o hacer 500 – 420 y ambas maneras son correctas. Pueden comparar en el problema 9 cuándo sumaron y cuándo restaron.

que permite analizar y tener un registro de que es posible utilizar estrategias diversas para resolver un mismo problema.

2° parte: Cálculos que se resuelven de distintas maneras

Seguramente los niños recuerdan los resultados de algunos cálculos de memoria. Se propone en esta sección comenzar con un problema que tiene como objetivo que cada niño:

- ✓ tome conciencia de las cuentas que sabe de memoria o puede resolver fácilmente, y aquellas que aún le resultan difíciles;
- ✓ analice y discuta qué de aquello que conoce puede utilizar para recordar o elaborar una estrategia que le facilite la resolución de estas últimas;
- ✓ memorice resultados que sirvan de base para resolver cálculos con números más grandes.

Problema 1

En esta tabla se pueden anotar los resultados de todas las sumas entre los números del 0 al 10.

a) Completá la tabla con todas las sumas que faltan. Podés empezar por el casillero que quieras:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3			**5**								
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

b) Reunite con un compañero y entre los dos comenten si encontraron o se les ocurre alguna manera de completarla más rápido.

c) Usando cada uno la tabla que completó, van a jugar de a dos. Por turnos, uno pregunta una suma y el otro trata de responder sin mirar el resultado en la tabla. Si respondió bien y rápido, pinta el casillero de esa suma con un color, pero si le costó responder, lo pinta de un color distinto.

El maestro podría completar algunos casilleros para mostrar que se necesita resolver la suma entre el número de la fila y el de la columna. Es conveniente que aclare que no es necesario completarla en orden, sino que pueden empezar por aquellas sumas que se acuerdan de memoria o que pueden calcular rápidamente. Es probable que los niños recuerden de memoria sumas de dobles (1+1; 2+2; 5+5; 10+10; etc); sumas en las que uno de los sumandos es 1 (2+1; 5+1; 10+1; 1+3; etcétera). Algunos pueden recordar también aquellas sumas que dan 10 (6+4; 7+3; 8+2; etcétera).

En la parte b) los niños intercambiarán opiniones acerca de las estrategias que utilizaron o que les parece que podrían haber utilizado para resolver el problema más rápido. Podrían aparecer reflexiones como:

- ✓ La columna del 1 tiene los mismos resultados que la fila del 1; la columna del 2 tiene los mismos resultados que la fila del 2;... y así. Si ya completamos la fila de un número, podemos copiar los resultados y completar la columna de ese mismo número.
- ✓ Si ya completamos el casillero de 8 + 2, podemos completar el de 2 + 8 porque da lo mismo.
- ✓ Si al 10 le sumás un número de una cifra, cambiás el 0 por el número que le sumás; por ejemplo 10 + 4 es 14, 10 + 6 es 16.
- ✓ 5 + 5 es 10, así que para saber 5 + 6 le sumo 1 al resultado de 5 + 5, y da 11; para saber 5 + 7 le agrego 1 al resultado de 5 + 6, y da 12; y así puedo seguir hasta 5+10.
- ✓ Para resolver 5 + 6 puedo usar el resultado de 5 + 5 y sumarle 1; para 5 + 7 puedo usar 5 + 5 y sumarle 2; para 5 + 8 puedo usar 5 + 5 y sumar 3.
- ✓ Para resolver 7+ 6 puedo usar 7 + 7 y restarle 1. También puedo usar 6 + 6 y sumarle 1.

Apoyarse en cálculos memorizados (por ejemplo, los dobles) para resolver otros cálculos es un modo de que los alumnos comiencen a utilizar estrategias de cálculo y abandonen progresivamente otras relacionadas con el conteo (por ejemplo, cuando usan los dedos).

Para observar que sumas diferentes pueden dar el mismo resultado, el maestro podría preguntar:

“¿Cuántas veces aparece el número 10 en la tabla? ¿Hay otros números repetidos dentro de la tabla? ¿Cuáles? ¿Por qué creen que se repiten?”

Se apunta a reflexionar sobre diferentes maneras de formar un número a partir de sumar otros dos. Por ejemplo, 9 puede ser formado de diferentes maneras: 9 + 0; 8 + 1; 7 + 2; 6 + 3; 5 + 4; etc

Será interesante que las ideas y conclusiones que circulen sean registradas en los cuadernos.

La parte c) tiene como objetivo que cada alumno identifique aquellas sumas que recuerda o que son fáciles, y las que le resultan difíciles. Puede ser interesante que este juego se proponga varias veces a lo largo del año de modo de identificar si la lista de “sumas difíciles” se acorta. Es importante señalar que este “acortamiento” sólo podrá producirse ofreciendo a los alumnos sucesivas oportunidades de enfrentarse con problemas que les exijan poner en juego estos conocimientos.

Se propone a continuación un cartel en el que se propone el estudio gradual, por parte de los niños, de ciertos resultados que usarán en forma usual:

***Para tener en cuenta**: Saber algunas sumas de memoria será muy útil para hacer otros cálculos. Traten de ir recordando algunas cada día. En algunos de los problemas que siguen habrá otros cálculos para ir, de a poco, recordando también.*

Los problemas que siguen proponen una serie de cálculos para ser resueltos mentalmente. Se apunta a que todos los niños se apropien de estrategias mentales de suma y resta con números “redondos”, de modo que al momento de resolver cualquier cálculo puedan tener un mayor control sobre la pertinencia de los resultados.

Problemas 2, 3 y 4

2) Calculá mentalmente:
Para resolver este problema podés usar lo que estudiaste en el problema 1. Acordate que “doble” quiere decir “dos veces el mismo número”. Por ejemplo, el doble de 2 es 4 porque 2 + 2 = 4

El doble de 3: ...... El doble de 10: ...... El doble de 20: ...... El doble de 40: ......

La mitad de 8: ..... La mitad de 10: ..... La mitad de 20: ...... La mitad de 16: ......

3) En este cuadro hay algunas cuentas fáciles que seguro ya sabés de memoria:

2 + 2 = 4	**6 + 6 = 12**	**8 – 1 = 7**	**3 – 1 = 2**	**4 + 6 = 10**

Pensá alguna manera de usarlos para resolver estos otros:

20 + 20 =	80 – 10 =	40 + 60 =	30 – 10 =	60 + 60 =
200 + 200 =	800 – 100 =	400 + 600 =	300 – 100 =	600 + 600 =

4) Resolvé mentalmente. Pensá qué cálculos con números pequeños te pueden servir para resolver estos otros.

10 + 90 =	20 + 80 =	30 + 70 =	40 + 60 =	50 + 50 =
100 + 900 =	200 + 800 =	300 + 700 =	400 + 600 =	500 + 500=
200 + 700 =	300 + 600 =	400 + 200 =	500 + 400 =	200 + 300=

En estas primeras propuestas de cálculo mental, se reinvierten algunos de los conocimientos que han circulado para la construcción de la tabla de sumas, a la vez que se comienza a analizar que conocer resultados de sumas y restas con números pequeños puede ser útil para resolver cálculos con números más grandes, si éstos son “redondos” y tienen la misma cantidad de ceros. Por ejemplo, saber que 4 + 4 = 8 sirve también para resolver 40 + 40, 400 + 400, etc. Más adelante, estos conocimientos servirán para anticipar cerca de qué número estará el resultado de, por ejemplo, 419 + 503, estimando que 400 + 500 = 900. Así, los niños tendrán una idea previa del resultado al que deben arribar, y se minimiza la presencia de errores que provienen de prácticas mecánicas de resolución de cálculos.

Entre el problema 3 y el 4 se presenta el siguiente cartel:

Para tener en cuenta: *Algunos cálculos con números pequeños sirven para resolver otros con números más grandes. Por ejemplo, si sabemos que 4 + 4 = 8, podemos pensar que 40 + 40 = 80 y también que 400 + 400 = 800*

Esta idea sintetiza una estrategia que los niños pueden haber utilizado en el problema 3, y que podrá ser reinvertida en el problema siguiente. Además, podrá ser una fuente de consulta para situaciones posteriores.

Los problemas 5, 6 y 7 apuntan a la construcción de estrategias de cálculo mental cuando los números en juego no tienen la misma cantidad de cifras. Los números en juego propician la aparición de estrategias que se apoyan en las características del sistema de numeración.

Problemas 5, 6 y 7

5) Resolvé mentalmente estos cálculos. A veces, decir los números en voz alta puede ayudarte a encontrar el resultado.

a) 700 + 10 =   700 + 20 =   700 + 30 =

300 + 35 =   200 + 35=   900 + 35 =

1.000 + 200 + 38 =   300 + 6 + 10 =   2 + 20 + 200 =

b) 250 + 250 =   250 + 150 =

450 + 350 =   750 + 250 =

6) Para resolver la cuenta 360 – 60 Carolina dice: “El nombre de los números te lo va diciendo: a trescientos sesenta le quitás sesenta, entonces te queda trescientos”.
En cambio, Ornella piensa: “En 360, el 6 es 60 entonces si lo resto sólo queda 300.”
¿Qué opinás de estas ideas? Fijate si te sirven para resolver las siguientes restas:

280 – 80 =   190 – 90 =   759 – 59 =   759 – 700 =   1.200 – 1.000=

7) Estos tres cálculos son muy “cercanos”. El resultado de 430 – 30 sirve para resolver los otros dos:

430 – 30 =   430 – 31 =   430 – 32 =

Para resolver el problema 5 se propone explícitamente la posibilidad de apoyarse en los nombres de los números. Por ejemplo, “setecientos más veinte es setecientos veinte”. Los niños no sólo deberán leer los números a sumar (en este caso, 700 y 20), sino también producir la escritura del resultado a partir de haberlo nombrado (en este caso, setecientos veinte). En este sentido, se están retomando conocimientos vinculados al sistema de numeración, y los niños tendrán oportunidad de revisar y revisitar cuestiones estudiadas con anterioridad.

Algunos cálculos deberán ser ordenados para poder extraer la información de los nombres. Por ejemplo, para 300 + 6 + 10. Será interesante que esta observación pueda registrarse en los cuadernos; por ejemplo: “Si ordenamos los números del más grande al más chico, podemos saber el nombre del resultado leyendo los números que se suman”.

Se incluyen en la parte b) algunos cálculos que involucran números con la misma cantidad de cifras, pero intermedios a los nudos de las centenas. Se propone en este caso la posibilidad de descomponerlos y agrupar las partes de esta descomposición de forma conveniente, de modo de reinvertir cuestiones analizadas previamente. Por ejemplo, para resolver 250 + 250, se puede pensar en 200 + 200 y 50 + 50, puesto que 250 es 200 + 50 (esta estrategia se presenta a modo de pista, en un cartel lateral).

En el problema 6 se intenta poner en evidencia no sólo la posibilidad de encontrar apoyo en el nombre de los números, sino también en el valor posicional. De este modo, se propicia la identificación del valor de la cifra según la posición que ocupa dentro del número. Por ejemplo, reconocer que al restar 360 – 60 sólo quedará 300 puesto que dicho 6 es sesenta.

El problema 7 retoma algunas de las cuestiones estudiadas anteriormente, a la vez que se amplía la posibilidad de conocer algunas restas más "difíciles" apoyándose en restas más fáciles que están muy cerca. En este sentido, se comienza a trabajar en torno a las aproximaciones y al redondeo. Por ejemplo, para resolver 430 – 32 pienso en 430 – 30 = 400 y después resto 2: 399, 398.

El problema 8 favorece la toma de conciencia de algunas cuestiones que se han venido estudiando en los problemas anteriores. Se apunta a propiciar la memorización progresiva de algunos resultados para que más adelante sirvan de apoyo en la resolución de otros cálculos.

Problema 8
Entre todos, completen el cuadro. Pueden llenarlo con algunos cálculos que se acuerden. Te damos algunos ejemplos.

Sumas que dan 10	**Sumas que dan 100**	**Sumas que dan 1.000**
3 + 7 = 10	30 + 70 = 100	300 + 700 = 1000

Sumas con "dieces" iguales	**Sumas con "cientos" iguales**	**Sumas de "cientos", "dieces" y "unos"**
20 + 20 = 40	200 + 200 = 400	200 + 60 + 3 = 263

Restas que dan "dieces"	**Restas que dan "cientos"**	**Restas fáciles**
52 – 2 = 50	520 – 20 = 500	10 – 1 = 9

Pueden consultar con un compañero otros cálculos que ustedes no hayan escrito y agregarlos.

Se propone la sistematización de algunos aspectos abordados en el contexto de los problemas anteriores. Será una nueva oportunidad para que los niños hagan públicas sus estrategias y conozcan otras que utilizan sus compañeros, de modo de apropiarse de ellas progresivamente.

A continuación se proponen dos problemas que promueven la utilización de descomposiciones aditivas de los números en juego, para reutilizar estrategias que se han estudiado en las actividades anteriores:

Problemas 9 y 10

9) Para resolver 23 + 23, Martín pensó así: "Puedo hacer 20 + 20 y 3 + 3". Fijate si esta forma de pensar también te sirve para resolver estas cuentas.

26 + 21 =　　　　32 + 11 =　　　　43 + 17 =

10) Usá los cálculos que están resueltos en la primera fila del cuadro para resolver los que están debajo:

20 + 70 = 90	**250 + 250 = 500**
120 + 70 =	251 + 251 =
21 + 70 =	250 + 350 =
200 + 700 =	255 + 255 =
22 + 72 =	250 + 249 =

Se apunta a que los niños utilicen la descomposición de los sumandos de modo de aprovechar todos sus conocimientos sobre la suma de números redondos o pequeños, y también para utilizar resultados conocidos. Por ejemplo:

- si sé que 20 + 70 = 90, entonces 120 + 70 será lo mismo pero tengo que sumar otros 100
- 251 + 251 es igual que 250 + 250 pero le agrego 2, porque hay 1 más en cada número
- 250 + 249 será 1 menos que 250 + 250
- Etcétera.

Un cartel de información presenta esta estrategia de descomposición para que el procedimiento estudiado en el problema 9 sea explicitado, y pueda ser reutilizado en el problema 10:

Para tener en cuenta: *Conocer algunos cálculos puede servir para resolver otros. Por ejemplo, si sabemos que 250 + 250 = 500, podemos resolver 260 + 260 pensando 250 + 250 y 10 + 10 porque sabemos que 260 es 250 + 10.*

En el problema 11 se propone abordar la relación entre la suma y la resta: si se conoce el resultado de una suma, eso permite conocer el resultado de dos restas.

Problema 11

a) Resolvé los siguientes cálculos. Podés hacerlos con un compañero. Luego verifiquen los resultados con la calculadora:

80 + 50 =	320 + 42 =
130 – 80 =	362 – 42 =
130 – 50 =	362 – 320 =

Analizar cómo apoyarse en la suma para resolver restas permitirá a los niños disponer de una estrategia más para resolver cálculos mentalmente.

Se propone, luego del problema 11, un cartel en el que se explicita esta relación:

Para tener en cuenta*: Saber una suma permite resolver dos restas. Por ejemplo, conocer el resultado de 80 + 50 = 130, permite saber que 130 – 80 = 50 y que 130 – 50 = 80.*

Se espera que a partir del trabajo sobre el problema 11, la lectura del cartel de información y la resolución de los siguientes problemas (12 a 15), los alumnos puedan generalizar su utilización. Será conveniente registrar las conclusiones en un cartel para utilizar en otras oportunidades. Por ejemplo, podrían aparecer ideas como:

- lo que aprendimos sirve para resolver cualquier resta
- si no me acuerdo el resultado de una resta, puedo pensar en qué suma me ayuda. Por ejemplo, si no me acuerdo el resultado de 15 – 7, puedo pensar en la suma 8 + 7 = 15 y saber que 15 – 7 = 8
- si conocemos una suma podemos resolver dos restas

En el momento de la discusión y el registro de las conclusiones, será necesario que el maestro proponga varias restas para ayudar a los niños a establecer maneras de encontrar la suma que ayuda en cada caso.

Para estudiar maneras de estimar resultados de una cuenta aún sin resolverla, se proponen los problemas 8 y 9:

Problemas 17 y 18

17) Sin resolver el cálculo, decí de cuál número está más cerca el resultado de la cuenta en cada caso. Primero marcalo, y después resolvé la cuenta para ver si tenías razón:

209 + 302 =	300	500	700
530 + 199 =	500	600	700
720 – 219 =	600	500	400
956 – 119 =	800	700	500

18) Sin hacer los cálculos, indicá con una cruz cuál es el resultado que te parece correcto en cada caso:

456 + 532 =	988	688	588
327 + 289 =	416	616	916
945 – 912 =	933	233	33
583 – 148 =	535	435	35

Es usual que los niños tengan mucha experiencia en resolver cuentas utilizando el algoritmo de la suma, pero no en estimar cuánto puede dar (y por consiguiente, cuánto no). Así es que, si encolumnan erróneamente o anotan ambas cifras de un resultado parcial en el lugar del resultado final, obtienen números incorrectos y no advierten que ese resultado no es posible (por ejemplo, al sumar 19 + 3 pueden decir que da 112). Esta actividad es una oportunidad para que comience a instalarse en el grupo la costumbre de estimar un resultado antes de hacer la cuenta, como manera de controlar la pertinencia del valor que se obtiene a partir de la utilización de un modo particular de resolución.

Los niños tienden a resolver la cuenta en lugar de diseñar estrategias alternativas para estimar, por lo que el maestro estará atento a intervenir sugiriendo, por ejemplo, que piensen en los números redondos más cercanos a los que hay que sumar. Una vez que se han hecho las anticipaciones, se puede proceder a resolver la cuenta con ayuda de la calculadora, y comparar los resultados obtenidos con los esperados.

Podría ocurrir, por ejemplo, que los niños anticipen que la segunda cuenta da cerca de 600, pero al resolverla observar que en realidad está más cerca de 700; será interesante que puedan identificar a qué se ha debido el error en su estimación, y registrarlo en los cuadernos. Por ejemplo: “marqué 600 porque hice 500 + 100, pero tendría que haber hecho 500 + 200, porque 199 está más cerca de 200 que de 100”.

Entre ambos problemas se presenta el cartel:

Para tener en cuenta. *Para estimar el resultado de una suma o una resta podemos aproximar los números que tenemos que sumar o restar a números redondos cercanos. Por ejemplo, para resolver 528 + 399 se puede pensar en 500 + 400 = 900, y entonces sabemos que el resultado de nuestra cuenta va a estar cerca de 900.*

En este cartel se deja registro explícito de una estrategia que ya ha circulado, para que pueda ser reutilizada en situaciones posteriores, por ejemplo, en el problema 18.

Para el problema 18, una estrategia posible es descartar las respuestas incorrectas (en lugar de establecer la correcta). Por ejemplo, en 456 + 532 se descartan 688 y 588, porque a 532 se le está sumando más de

400, y ya 532 + 400 es 932. También podría pensarse en redondear a 400 + 500 para establecer que en ese caso daría 900, y por lo tanto tiene que dar más grande.
En el caso de las restas, los razonamientos pueden ser similares. Por ejemplo, 583 – 148 no puede dar 535 porque se está restando más de 100, y ya 535 – 100 da 435, así que tiene que dar menos; tampoco puede dar 35 porque para eso tendría que restar más de 500. También puede pensarse que 583 – 148 podría resolverse restando 100 primero, y luego 48, por lo que el resultado estará en el orden de 400.

Es importante que las reflexiones que circulen y las estrategias que se analicen queden registradas para poder acceder a ellas cuando sean necesarias en otros problemas.

A continuación se proponen algunos problemas dedicados a usar, analizar y comparar estrategias de cálculo mental y algorítmico[1] para sumas y restas. Por ejemplo, los problemas 19 y 23:

Problema 19

Hay muchas maneras correctas de hacer una misma cuenta. Por ejemplo, para calcular 529 + 733, Gastón resolvió de esta manera:

529 + 733

500 20 9 700 30 3

1.200 + 50 + 12 = 1.262

Leandro, resolvió distinto:

529 = 500 + 20 + 9
733 = 700 + 30 + 3
1.200 + 50 + 12 = 1.262

Y Benjamín hizo así:

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 529 \\ +\,733 \\ \hline 1.262 \end{array}$$

Reunite con un compañero y comparen estas tres maneras de resolver:
a) ¿Cómo pueden explicar el procedimiento de Gastón? ¿Y el de Leandro?
b) ¿Dónde está el 12 de la cuenta de Gastón en la cuenta de Benjamín?
c) ¿Por qué en la cuenta de Benjamín no aparece el 50 de las otras dos cuentas?

Problema 23

Para calcular 452 – 127 tres chicas hicieron cosas distintas:

$$\begin{array}{r} 452 \\ -\,120 \\ \hline 332 \\ -\,2 \\ \hline 330 \\ -\,5 \\ \hline 325 \end{array} \quad 127$$

Julieta

$$\begin{array}{r} 40\ \ 12 \\ 452 \\ -\,127 \\ \hline 325 \end{array}$$

Romina

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4\cancel{5}12 \\ -\,127 \\ \hline 325 \end{array}$$

Paula

[1] Se llama cálculo algorítmico a todo cálculo que se realice siguiendo pasos bien determinados, es decir una serie de reglas a aplicar en un orden determinado y que puede ser utilizada independientemente de los datos con los que se trabaje. En este sentido, las cuentas de suma y resta que se resuelven encolumnando los números con los que se opera son cálculos algorítmicos.

Reunite con un compañero y comparen estas tres maneras de resolver:

a) ¿Cómo pueden explicar el procedimiento de Julieta?
b) En la cuenta de Romina aparece un 12 y un 40. ¿Por qué? ¿De dónde salen esos números?
c) ¿En la cuenta de Paula, dónde aparece el 40 que escribió Romina?

Uno de los objetivos de actividades como la que se propone es que los niños puedan disponer de más de una estrategia para resolver un mismo problema, de modo de poder elegir la más conveniente en función de los números en juego, y para controlar un modo de resolver utilizando otro. Se apunta a que la cuenta vertical de suma no sea un mecanismo nuevo a aprender y recordar, sino una forma más de resolver un cálculo. El análisis comparativo con otras formas de resolver ligadas a descomposiciones que ya han venido utilizando en problemas anteriores, favorece que se establezcan relaciones y se pueda comprender mejor esta estrategia, que usualmente presenta grandes dificultades a la hora de tener en cuenta cuestiones como "me llevo 1", "le pido uno al compañero", o encolumnar números con distinta cantidad de cifras.

En el problema 19 se espera que los niños puedan establecer que el 12 de Gastón y de Leandro está separado en la cuenta de Benjamín: por un lado, Benjamín escribe en el lugar de las unidades el 2 del 12, y el 1 lo escribe arriba, puesto que ese 1 es un diez, y por eso le corresponde estar en la columna de los dieces. Esto puede interpretarse así:

El 1 que se lleva a la columna de los dieces

9 + 3 = 12 = 10 + 2

10 + 20 + 30 = 60

500 + 700 = 1.200

En el análisis del problema 23, los niños deberán reconocer que se va restando sucesivamente 120, 2 y 5, es decir, 127. Será interesante discutir que hay otros modos posibles de realizar esta resta en pasos; por ejemplo, podría restarse primero 100, luego 20, luego 2 y finalmente 5; o bien 100, luego 10, otros 10, y luego de a 1 (7 veces); etcétera.
En la comparación entre los procedimientos de Romina y Paula se pone en juego el significado de "prestar 1 al compañero", y se apunta a explicitar que se trata de un 10, que junto con el 2 forma un 12, y es por eso que queda 40 en lugar de 50, que era la composición original del minuendo.

Si estas propuestas resultaran complejas, podrían reformularse con números de dos cifras.

Se proponen también algunos problemas en los que los niños deberán resolver cuentas utilizando uno o dos procedimientos diferentes:

Problemas 20 y 21

20) Intentá calcular 258 + 945 de dos maneras diferentes. Podés usar las del problema anterior o alguna diferente. Antes de empezar, anticipá cuánto te va a dar más o menos.

21) Resolvé las siguientes cuentas como quieras, y controlá los resultados con la calculadora. Antes de empezar, anticipá cuánto te va a dar más o menos.

$$\begin{array}{r} 582 \\ +\ 371 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 405 \\ +\ 228 \\ \hline \end{array}$$

Problemas 24 y 25

24) Calculá 564 – 238 usando el procedimiento de cada una de estas chicas. Antes de empezar, anticipá cuánto te va a dar más o menos.

25) Resolvé estas restas como quieras, y luego controlá los resultados con la calculadora. Antes de empezar, anticipá cuánto te va a dar más o menos.

$$\begin{array}{r} 389 \\ -\ 194 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 762 \\ -\ 425 \\ \hline \end{array}$$

En estos problemas los niños tendrán que anticipar los resultados, reutilizando lo estudiado en las situaciones de estimación. Podría ser necesaria la relectura de las conclusiones que se han escrito en aquel momento, o del cartel “Para tener en cuenta” de dicha sección.

Se propone en este momento el cartel:

***Para tener en cuenta**: Anticipar cuánto da más o menos una cuenta antes de resolverla permite que controlemos mejor los cálculos que vamos haciendo para llegar al resultado. Además, nos da una idea de cuánto nos tendría que dar aproximadamente, para poder saber si resolvimos correctamente.*

De este modo los niños pueden analizar la utilidad y el sentido de las prácticas estimativas que han venido realizando.

Se presentan además algunos problemas para completar cuentas:

Problema 22

Completá los números que se borraron en estas sumas:

$$\begin{array}{r} 6\ \_\_ \\ +\ 7\ 4 \\ \hline 1\_\_\ 6 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 3\ \ 2\ \ 6 \\ +\ \_\_\ \_\_\ \_\_ \\ \hline 8\ \ 7\ \ 0 \end{array}$$

Problema 26

Completá los números que se borraron en estas restas:

$$\begin{array}{r} 3\ 9\ \_\_ \\ -\ 1\ 7\ 4 \\ \hline 2\ \_\_\ 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 5\ \ 9\ \ 6 \\ -\ \_\_\ \_\_\ \_\_ \\ \hline 1\ \ 7\ \ 8 \end{array}$$

En ambos problemas, las cuentas tienen diferente nivel de dificultad. En el primer caso, no es necesario considerar “llevarse 1” ni “prestar 1 al compañero”, y por lo tanto alcanza con completar los espacios con valores que completen las sumas o restas parciales. Esto no es así en las otras dos cuentas, y será necesario analizar esta diferencia.

Por ejemplo, para resolver la resta 596 - ….. = 178 puede sugerirse la utilización del procedimiento de Julieta analizado en el problema 23. De este modo, los niños podrían restar sucesivamente números hasta obtener el resultado 178, y componer luego el sustraendo. Por ejemplo, podrían restar de a 100, luego de a 10 y luego de a 1; o bien intentar aproximarse mediante restas como:
596 – 400 = 196
196 – 10 = 186
186 – 6 = 180
180 – 2 = 178

Este procedimiento tiene la ventaja de apelar al uso de cálculos con números redondos y/o “pequeños”, cuestión que ha sido abordada en problemas anteriores y que los niños podrían reinvertir. También se propicia el control de los cálculos en todos los pasos, puesto que se trabaja n todo momento con la globalidad del número. Incluso si los niños restaran una cantidad con la cual no arriban al resultado requerido, podría tomarse como objeto de análisis. Por ejemplo, si en la resta hubieran hecho:
596 – 400 = 196
196 – 20 = 176
Al obtener 176, que es menor que 178, analizar que hay que restar menos que 420, pero no mucho menos, porque 178 está muy cerca de 176. O bien “compensar” lo que se ha restado de más, y disminuir en 2 al 420 (porque hay que restar 2 menos, es decir, 418 en lugar de 420).

Otro procedimiento posible es analizar la relación entre sumas y restas y poner en juego una cuestión abordada anteriormente sobre una suma que permite resolver dos restas diferentes. En este caso, se estará buscando “completar” el 178 para llegar al 596, puesto que 178 + … = 596 es la suma que permite resolver 596 - …. = 178. Los niños podrían, entonces, sumar sucesivamente números redondos y/o “pequeños” para componer el resultado. Por ejemplo, sumar de a 100, de a 10 y de a 1; o bien sumar 400, luego 10, luego 2 y finalmente 6; etcétera.

Finalmente, el problema 27 apunta a que los niños puedan discutir criterios para elegir el tipo de cálculo conveniente según los números en juego. Está precedido por un cartel en el que se anticipa la intención del problema:

Para tener en cuenta: *A veces, con algunos números, es conveniente hacer cálculos mentales. Otras veces, cuando los números no son "redondos" o "fáciles", conviene hacer la cuenta vertical o en columnas.*

Problema 27

Fijate para cada cálculo si lo podés resolver mentalmente o si te conviene escribir la cuenta en columnas.

374 – 129 = 630 – 120 = 176 – 93 = 452 – 100 = 899 – 99 =

Se apunta a que los alumnos reflexionen en torno a lo trabajado en esta sección y distingan la conveniencia de un cálculo mental para cuentas con números redondos, como 452 – 100 ó 630 – 120; y también cuando las cifras tienen alguna relación, como en 899 – 99.
Estos criterios pueden variar en el grupo, puesto que cada niño puede encontrar más o menos difícil una cuenta que otro. Sin embargo, será interesante discutir estas cuestiones, de modo de favorecer la explicitación de que no siempre es necesario o conveniente hacer la cuenta usual para saber el resultado de un cálculo.
El maestro podría proponer que inventen cálculos para los cuales sea conveniente usar un cálculo mental y otros en los que sea conveniente utilizar una cuenta vertical, de modo de poner en juego estos criterios que han circulado.

3° parte: Más problemas con distintos cálculos

En esta sección se propone una colección de problemas que ponen en juego los distintos sentidos de la multiplicación.

Los problemas 1 a 6 refieren a situaciones en las que una misma cantidad se suma en forma reiterada.

Problemas 1 a 6

1) En un negocio se vende té en cajitas de 6 saquitos. Si Mara compró 8 cajitas, ¿cuántos saquitos se llevó en total?

2) Un paquetes trae 5 chicles. ¿Cuántos chicles habrá en 9 paquetes?

3) En una librería venden bolsitas de 3 biromes. Camila y Martín van a comprarse 8 bolsitas, y calcularon cuántas biromes van a tener. Estos son los cálculos que hicieron estos chicos:

Camila	Martín
3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 6 + 6 + 6 + 6 12 + 12 24	8 veces 3 → 8 x 3 = 24

¿Por qué en el cálculo de Camila no aparece el 8?

4) Cada paquete trae 4 figuritas. Nacho compró 7 paquetes. ¿Cuáles de estos cálculos sirven para saber

cuántas figuritas compró?

4 + 7 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4

7 + 7 + 7 + 7 7 x 4

5) En un negocio se acomodan las copas en estantes. Se armaron 9 estantes con 8 copas en cada uno. ¿Cuántas copas hay? Escribí los cálculos que te permiten saberlo.

6) En otro negocio se acomodan los vasos en 12 estantes. Cada estante tiene 5 vasos. ¿Cuáles son los cálculos que te permiten saber cuántos vasos se acomodaron en total?

En los dos primeros, los niños podrían resolver utilizando procedimientos diversos: sumando sucesivamente, dibujando y contando, multiplicando. Será interesante que el maestro propicie esta diversidad en la resolución. En el problema 3 se favorece la comparación de dos resoluciones que involucran estrategias de cálculo.

Será interesante analizar que el 8 que no aparece de manera explícita en el procedimiento de Camila, aparece sin embargo como la cantidad de veces que se suma el 3. Si el maestro lo cree conveniente, podría proponer problemas que retoman la cuestión de la escritura multiplicativa. Por ejemplo:

¿Cuáles de las siguientes sumas pueden escribirse como multiplicaciones? Márquenlas con una cruz y anoten al lado cuál sería la multiplicación.

5 + 5 + 5 + 5 = ...
7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = ...
3 + 5 + 4 + 2 = ...
9 + 9 + 9 = ...

2 + 5 + 2 + 1 + 7 = ...
8 + 8 + 8 + 8 + 8 = ...
6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = ...
4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = ...

El foco en este caso es la escritura simbólica y su significado en relación a sumas reiteradas: uno de los factores de la multiplicación refiere al número que se suma de manera reiterada, y el otro a la cantidad de veces que aparece este número en la suma.

Un cartel “Para tener en cuenta” informa sobre la equivalencia de estas notaciones:

Para tener en cuenta: *Cuando se suma el mismo número varias veces, se puede usar el signo* ***x,*** *que indica una multiplicación. Por ejemplo, si sumás 5 + 5 + 5 + 5, que es 4 veces 5, podés escribirlo 4 x 5, que se lee “cuatro por cinco”.*

El problema 4 apunta a volver sobre la discusión planteada en el problema 3. En este caso, la primera cuenta debe ser descartada, pero las otras tres podrían usarse para responder. La suma 7 + 7 + 7 + 7 es más difícil de interpretar, puesto que corresponde a contar una figurita de cada paquete por cada aparición del 7.

Para establecer la posibilidad de asignar más de un cálculo a la resolución de un mismo problema se presenta el siguiente cartel:

Para tener en cuenta*: Un mismo problema puede resolverse con varios cálculos diferentes. Por ejemplo para calcular cuántos dedos tiene una persona, se puede pensar 5+5+5+5 haciendo cada mano y cada pie, o bien pensar 4 x 5 . También se puede pensar 4+4+4+4+4 pensando los 4 meñiques, los 4 pulgares, etc. O bien hacer 5 x 4. Estos cuatro cálculos son correctos para el mismo problema.*

Los problemas 5 y 6 propician la identificación de cuentas que resuelven, de modo de avanzar hacia procedimientos de cálculo para la resolución de problemas.

Los problemas 7 a 10 brindan información en tablas de valores que hay que completar:

Problemas 7 a 10

7) Este cuadro muestra cuántas piedritas se necesitan para decorar pulseras. Completá cuántas pulseras iguales se pueden decorar, con los siguientes datos.

Cantidad de pulseras	1	2	4	8	16
Cantidad de piedritas	3				

8) a) Completá el cuadro sabiendo que las cajas de alfajores tienen todas la misma cantidad:

Cantidad de cajas	1	3	6	9	12
Cantidad de alfajores		12			

b) **Para leer y hacer entre todos**: Para completar esta tabla, unos chicos pensaron así:
Santiago: "Para completar el casillero del 6, 9 y 12, fui sumando 12 cada vez"
Tomás: "Yo pensé que si en 3 cajas había 12 alfajores, en 6 habrá el doble y en 9, el triple."
Ana: "Para saber cuánto hay en cada caja, pensé que para formar tres cajas podía sumar:
2 + 2 + 2 = 6 faltan alfajores
3 + 3 + 3 = 9 faltan alfajores
4 + 4 + 4 = 12 entonces hay cuatro alfajores en cada caja"
¿Qué opinan de estas maneras de pensar el problema?

c) ¿Es cierto que se pueden completar todos los casilleros multiplicando cada número por 4?

9) Completá la tabla utilizando alguno de los procedimientos que analizaste antes:

Cantidad de sobres	1	4	8	12	16
Cantidad de figuritas		20			

10) Completá las siguientes tablas:

Cantidad de personas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio de cada pasaje en micro	$ 8									

Cantidad de cajas de alfajores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio de cada caja	$ 12									

Cantidad de chicos	1	2	4	8	16
Precio de las entradas al teatro		$40			

Puede ser dificultoso para algunos niños leer la información organizada de este modo, por lo que se sugiere al maestro que esté atento para ayudarlos a interpretarla. Las tablas son una forma de representación que favorece la identificación de las dos cantidades que se relacionan (cada fila, o columna, según se trate de una tabla vertical u horizontal, está destinada a "guardar" información de un tipo determinado). Además, la posibilidad de guardar a la vez datos "viejos" y datos "nuevos" que vamos aportando a medida que desarrollamos algún razonamiento, favorece la identificación de las relaciones entre estos datos y por lo tanto, el estudio de regularidades (por ejemplo, si quiero el doble de pulseras, necesito el doble de piedritas).

En estos problemas los números han sido seleccionados para poner en juego algunas relaciones que caracterizan a los problemas de series proporcionales[2]: "al doble de una cantidad, corresponde el doble de la otra"; "al triple, el triple"; etc.). Así, se espera por ejemplo que para completar el casillero del 4, los niños puedan duplicar el casillero del 2.
Es necesario aclarar que a pesar de que se apunta a que los niños utilicen estas propiedades para resolver los problemas, el objetivo no es el estudio de la proporcionalidad.

[2] Los problemas de series proporcionales son problemas en los que dos magnitudes están relacionadas de modo tal que si una de ellas se duplica, la otra también se duplica; si una de ellas se triplica, la otra también, etc. Además, en estas situaciones existe un valor que permite relacionar cada cantidad de una de las filas con el que le corresponde en la otra. Por ejemplo, en el problema 7, este valor es 3, dado que las cantidades de la primera fila se obtienen en cada caso multiplicando las cantidades de la fila inferior por 3.

A continuación, se proponen problemas que involucran otro de los sentidos de la multiplicación: los problemas de organizaciones rectangulares.

Problemas 11 a 15

11) Los pisos de dos patios están hechos con cerámicos. Uno de los patios tiene 8 filas de 7 cerámicos cada una. El otro tiene 6 filas de 9 cerámicos cada una. ¿Cuál de los dos patios tiene más cerámicos?

12) a) Para calcular la cantidad de cerámicos del primer patio del problema 10), Ana hizo 8 + 7 y Eduardo hizo 8 x 7. ¿Están bien los dos procedimientos?
b) Escribí los cálculos que te permiten saber la cantidad de cerámicos del segundo patio del problema 10).

13) Escribí qué cálculos pueden servir para averiguar cuántos alfajores hay en cada caja:
   a. Caja de 6 filas con 4 alfajores cada una.
   b. Caja de 5 columnas con 6 alfajores cada una.
   c. Si Juani arma cajas de 10 filas y acomoda 12 alfajores en cada una, ¿qué cálculo podrías hacer para saber cuántos alfajores hay en esa caja?

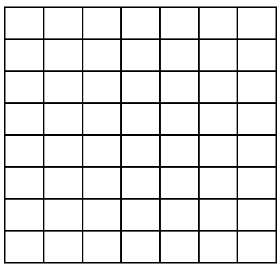
14) a) Dibujá distintas formas de organizar 36 butacas en filas de igual cantidad de asientos.
b) Compará las distintas formas que encontraste con tus compañeros. Luego, completá la siguiente tabla.

Número de filas	1	2	4					
Número de butacas por fila				6	3			

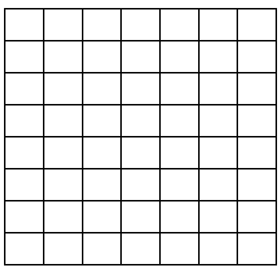
15) a) En un cine hay 20 filas de 9 butacas cada una. ¿Cuántas butacas hay? Escribí el o los cálculos que realizaste para resolverlo. Luego, compará con tus compañeros si lo resolvieron todos igual.
b) Algunos chicos utilizaron formas distintas de resolver este problema. Para explicarlo, ellos dijeron:
"Averiguamos que en 10 filas hay 90 butacas, y luego sumamos para saber que en total hay 180 butacas."
"Averiguamos que en 2 filas hay 18 butacas, y después fue fácil saber que en 20 había 180."
Escribí los cálculos que podrían haber usado estos chicos.

Una sugerencia que puede hacer el maestro ante estos problemas es que se represente la situación, por ejemplo a través de un dibujo. En un principio, los niños priorizarán el conteo como estrategia de resolución. Sin embargo, también se pueden analizar distintas maneras de realizar este conteo; en este análisis aparecerá la multiplicación como posibilidad.

Por ejemplo, en el problema 11, un dibujo del patio de 8x7 podría ser:



Los niños podrán contar sobre el dibujo. También podrían anotar al lado de cada fila, la cantidad de mosaicos y luego sumar el total:



7
7
7
7
7
7
7

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 56

Si ningún niño lo resolviera de esta forma, el maestro podría proponerlo para el análisis:

Luego de analizar el dibujo, se podría nuevamente propiciar la interpretación multiplicativa:
7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 8 veces 7 = 8 x 7
9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 6 veces 9 = 6 x 9

Los problemas 16 a 19 abordan un tercer sentido de los problemas multiplicativos: las combinaciones. Están precedidos por un cartel en el que se dan pistas sobre algunos procedimientos posibles de resolución:

Para tener en cuenta: Para resolver problemas en los que hay que hacer combinaciones, se puede dibujar, unir con flechas, ordenar la información en cuadros. También se pueden hacer listados, usar números y cálculos. Prueben diferentes maneras para resolver los problemas que siguen.

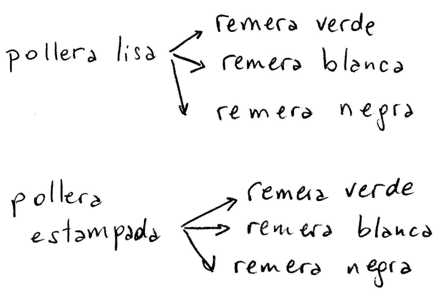
Problemas 16 a 19

16) En un negocio se venden remeras y polleras. Hay remeras blancas, negras y verdes. Las polleras son lisas o estampadas. Juana se quiere comprar una remera y una pollera. ¿Cuántas combinaciones puede armar con lo que se vende en el negocio?

17) Para resolver el problema 16, Miriam pensó así: “Si son 3 remeras para combinar con cada una de las 2 polleras, habrá 3 + 3 = 6 combinaciones posibles.”.
Horacio hizo un cuadro como éste:

	Remera verde	Remera blanca	Remera negra
Pollera lisa	x	x	x
Pollera estampada	x	x	x

Y Miguel pensó:



a) Discutan con sus compañeros estas maneras de resolver.
b) Matías dice que se puede hacer 2 x 3. ¿Tiene razón?

18) En una heladería se venden helados de frutilla, ananá, limón, chocolate, dulce de leche y vainilla. ¿Cuántas combinaciones se podrían hacer para armar helados de dos gustos, uno de fruta y el otro que no sea de fruta?

19) ¿Es cierto que en el problema 17) se puede multiplicar para encontrar la respuesta?

Nuevamente, este tipo de situación es propicia para trabajar con diversas representaciones: dibujos con flechas, diagramas de árbol, cuadros de doble entrada; y también, con sumas o multiplicaciones. Sin embargo no se espera que los procedimientos que involucran cálculos sean los primeros en aparecer.

Por ejemplo, en el caso del problema 8, una primera solución podría plantearse a partir de dibujar y unir con una flecha a cada remera con cada una de las polleras. De esta manera, se tendrían 3 posibilidades con la pollera lisa, y 3 posibilidades con la pollera estampada.

Otro procedimiento podría ser el armado de listados como el siguiente:

pollera	remera
lisa	blanca negra verde
estampada	blanca negra verde

Se propone en el problema 17 el análisis de algunos procedimientos de resolución. De este modo, se promueve la circulación de modos diferentes de pensar un mismo problema, y los niños podrán reutilizar las que comprendan mejor y les sirva para organizar la información.

El cálculo que resume cualquiera de estos razonamientos es: 3 + 3 = 2 veces 3 = 2 x 3

Para que la aparición de cálculos no sea forzada en los procedimientos basados en dibujos y flechas, se sugiere como en la actividad anterior, anotar al lado del dibujo o del cuadro las cantidades parciales de conjuntos que se van teniendo.

Si el diagrama de árbol se piensa al revés, es decir a partir de cada remera, en lugar de cada pollera, se tendría en este caso: dos posibilidades para la remera blanca, 2 posibilidades para la remera negra, y 2 posibilidades para la verde: 2 + 2 + 2 = 3 veces 2 = 3 x 2. Este cálculo dará lo mismo que el utilizado en otros procedimientos, porque se están contando los posibles conjuntos que se pueden armar en un mismo problema; lo que cambia es la manera de contar.

Luego de resolver todos los problemas de esta tercera parte, el maestro podría proponer una discusión en torno a las similitudes y las diferencias. Por ejemplo, se podrían proponer preguntas como:

"Lean nuevamente los problemas que resolvimos.

- *¿En qué se parecen?*
- *¿Qué opinan de lo que dicen estas chicas?*

Clara: "Son iguales. Todos se pueden hacer multiplicando"

Leila: "Son distintos. algunos son de tablas, otros son de filas y columnas, otros son para combinar."

Se apunta a que los niños vuelvan a mirar los distintos problemas que han resuelto y que reconozcan que, aún siendo diferentes, todos pueden ser resueltos a través de una multiplicación.

4° parte: Problemas para usar la tabla pitagórica

Que los niños dispongan de ciertos productos memorizados es un recurso útil y necesario para la resolución de problemas, cálculos mentales y cálculos algorítmicos. Sin embargo, la memorización mecánica de las tablas de multiplicar no será nuestro punto de partida. Planteamos en esta sección un trabajo de reflexión sobre las tablas de multiplicar, el cual propiciará la construcción de relaciones entre productos (facilitadoras de su memorización) y brindará la posibilidad de reconstruirlos si son olvidados.

Antes de presentar el problema, se ofrece un cartel de información sobre el origen del nombre de esta tabla:

***Para tener en cuenta**: La tabla pitagórica es un cuadro en el que se pueden anotar todos los resultados de las multiplicaciones desde 1 x 1 hasta 10 x 10. Se llama así porque la inventó un señor llamado Pitágoras que vivió en Grecia hace 2.500 años.*

Problema 1

Completá la columna del 2, la del 4 y la del 8.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3				12						
4										
5										
6										
7										

8										
9										
10										

Los niños tienden a completar el cuadro en su totalidad, tratando de recordar los resultados de las tablas que han memorizado. Sin embargo, el objetivo en este problema es utilizar y analizar las relaciones numéricas entre los resultados de las tablas del 2, 4 y 8. Aún si los niños no recordaran los resultados de dichas tablas, podrían completarlas evocando, por ejemplo, aquello que ya ha sido discutido a propósito de los problemas multiplicativos de la sección anterior, o bien ir sumando de 2 en 2, de 4 en 4, de 8 en 8.
Cuando dijimos al principio que los niños podrían reconstruir los resultados de la tabla aún si se los olvidan, no estamos pensando en que cada vez que quieran saber el resultado de 8 x 6 podrán partir de 8x1 e ir sumando 8 las veces que sea necesario. Si bien esta estrategia es eficaz, no es económica y no es a lo que estamos apuntando. Pero, a partir del análisis de este problema, se comienza a estudiar una relación posible entre tablas "fáciles" y tablas "difíciles": la tabla del 2 es fácil de recordar; para saber la del 4 puedo duplicar los resultados de la tabla del 2. Lo mismo ocurre con la tabla del 8 respecto de la del 4.

En algunos de los problemas que siguen, se amplía el trabajo sobre diferentes relaciones entre las distintas tablas que forman la tabla pitagórica:

Problemas 2 y 3

2) a) Para resolver el problema 1, Ramiro dijo: "Para hacer la columna del 4 hice el doble de los resultados de la columna del 2". ¿Qué opinás?
b)¿Se pueden usar los resultados de la columna del 4 para completar la columna del 8? ¿Cómo?
c) Completá la columna del 3, la del 6 y la del 9. ¿Podés usar algo parecido a lo que dijo Ramiro?

3) a) Reunite con un compañero y analicen si estas ideas son correctas:
Jerónimo: "Para llenar la del 6 hice el doble de la del 3"
Brian: "Para hacer la del 9 hice el doble de la del 6"
Jimena: "Para hacer la del 9 hice el triple de la del 3"
Fernanda: "Para hacer la del 9 sumé la del 6 y la del 3"
b) Encontrá más filas o columnas que sean el doble y el triple de otras.

Problemas 6, 7 y 8

6) **Para hacer en grupos:** Unos chicos están comentando algunas cosas que observaron en la tabla pitagórica:
José: "Yo encontré que si sumás los resultados de algunas columnas te dan los resultados de otras"
Caro: "Si sumás un número de la columna del 2 con otro de la columna del 3 te da el número que va en la columna del 5.
Jorge: "Si sumás un número de la columna del 2 con uno de la columna del 4 te da el número que va en la columna del 6."
a) ¿Es cierto lo que dicen estos chicos? ¿Pasará también con los resultados de otras columnas?
b) Si quiero averiguar 6 x 8, ¿qué columnas podría sumar?
c) Si se suman los números de la columna del 5 y los de la columna del 2, ¿de qué columna son los números que se obtienen?

7) **Para hacer en grupos:** Investiguen si es cierto que las multiplicaciones por 9 se pueden hacer restando los números de la columna del 10 y los de la columna del 1.

8) a) ¿Qué columna podrías calcular restando los resultados de las columnas del 7 y del 5?
b) Para obtener la columna del 5, ¿los resultados de qué columnas podrías restar?

Las afirmaciones que se proponen para el análisis han sido elegidas específicamente para orientar la mirada de los niños sobre las relaciones que queremos que establezcan. La idea de este tipo de discusión no es simplemente que digan "estoy de acuerdo" o "no lo estoy", sino que den argumentos a favor o en contra de cada afirmación. En principio, estas afirmaciones se validarán por inspección directa de los resultados; así, por ejemplo, podrían decir: "Los resultados de la columna del 6 son el doble de la del 3; ves:

acá hay un 3 y en ésta un 6; acá hay un 6 y en ésta un 12; acá hay un 9 y en ésta 18; así sigue... siempre es el doble”

Algunos de los aspectos analizados en el problema 2 se sintetizan en un cartel “Para tener en cuenta”:

***Para tener en cuenta**: En la tabla pitagórica los resultados de algunas filas y columnas son el doble, triple, cuádruple, … de otras. Por ejemplo, la columna del 4 es el doble de la columna del 2; la columna del 9 es el triple de la columna del 3.*

Estas cuestiones pueden ser reutilizadas en la resolución del problema 3 y de otros que se presentarán más adelante.

El maestro podría proponer que los niños completen el resto de la tabla del problema 1. Esta instancia puede ser abordada en grupos o entre todos. Esto permitirá explorar las relaciones propuestas en los problemas 6, 7 y 8. En estos casos, se trata de analizar que al sumar o restar valores de dos tablas, pueden obtenerse los valores correspondientes de una tercera. Por ejemplo, sumando los resultados de 2 x 4 y 3 x 4 se obtiene el resultado de 5 x 4.

Los problemas 4 y 5 abordan implícitamente la propiedad conmutativa de la multiplicación:

Problemas 4 y 5

4) En esta tabla hay algunos resultados que ya están escritos:

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10
2			6	8	10	12	14	16	18	20
3				12	15	18	21	24	27	30
4					20	24	28	32	36	40
5						30	35	40	45	50
6							42	48	54	60
7								56	63	70
8									72	80
9										90
10										

a) Buscá en la tabla los resultados de las siguientes cuentas:
7 x 9 = ……. 4 x 6 = ……. 3 x 8 =……..
b) Esto es lo que dijo Cari cuando vio la tabla:
“Con estos resultados podés completar casi toda la tabla. Hay números que están repetidos.”
¿Es cierto? ¿Cuáles son los números repetidos? Si te sirve, buscalos en una tabla pitagórica completa.
c) ¿Hay números que no están repetidos? Nombrá cinco.
d) ¿Es cierto que con la cuenta 7 x 9 que resolviste en la parte a) de este problema podés completar el casillero de 9 x 7? ¿Por qué? ¿Qué otros casilleros podés completar con las otras cuentas?

5) Para responder a las siguientes cuestiones podés ayudarte con una tabla pitagórica completa:
a)¿Cuántas veces están estos números en la tabla pitagórica? Marcalos y explicá por qué.
22 40 27 50 24 36
b) ¿Cuáles de los siguientes números están una sola vez en la tabla pitagórica? Marcalos en la tabla.
20 49 28 25 56 81

Para analizar lo que se propone con estos problemas, los niños podrían utilizar la tabla pitagórica que han completado en una instancia previa, buscar en ella los que se repiten, y luego intentar vincular el por qué de esta repetición con el producto del que proviene cada uno de ellos. Una manera de orientar la discusión puede ser a partir de un ejemplo:

“¿Es cierto que el 42 se repite? ¿Dónde está? ¿A qué multiplicación corresponde en cada uno de los lugares en que aparece?”

Se busca poner en evidencia que estas repeticiones corresponden a cálculos equivalentes, y en algunos casos, es un cálculo con los mismos factores pero en diferente orden. Por ejemplo, el 42 se repite porque 6 x 7 = 42 y 7 x 6 = 42. Además de productos con los mismos factores, la repetición de algunos resultados se debe a que corresponden a cálculos en los que los factores son múltiplos unos de otros. Por ejemplo, 20 se repite varias veces porque 4 x 5 =20, 5 x 4 = 20, y también 2 x 10 = 20 y 10 x 2 = 20.

Los números que no se repiten corresponden a algunas de las multiplicaciones de factores iguales. Por ejemplo 5 x 5, 7 x 7, etc. Sin embargo, no es cierto que todos los valores correspondientes a multiplicaciones de factores iguales no se repiten. Por ejemplo, 2 x 2 = 4, pero también 4 x 1 = 1 x 4 = 4.

Algunas de las conclusiones de esta actividad se presentan en un cartel de información:

***Para tener en cuenta**: En la tabla pitagórica hay números que están repetidos; por ejemplo, 45, que es el resultado de 9 x 5 y también de 5 x 9. Otros números están repetidos más veces; por ejemplo, 18 que es el resultado de 2 x 9, 9 x 2, 3 x 6 y 6 x 3. Otros números no están repetidos; por ejemplo, 81 que es el resultado de 9 x 9. Los números que no se repiten están en la diagonal de la tabla porque corresponden a multiplicaciones de dos números iguales.*

A continuación, el problema 9 propicia la reutilización de cuestiones que se han estudiado hasta aquí:

Problema 9

Buscá varias formas de encontrar los resultados de las siguientes cuentas sin mirar la tabla.

8 x 9 **7 x 6** **4 x 10** **6 x 9**

Será conveniente que los niños se apoyen en la lectura del cartel “Para tener en cuenta” que precede al problema, ya que brinda algunas pistas para resolverlo:

***Para tener en cuenta**: Para saber el resultado de una multiplicación, a veces se pueden usar otros resultados de la tabla. Por ejemplo, para saber el resultado de 8 x 6 se puede usar 6 x 8; también se puede hacer 6 x 4 y el doble. Otra manera puede ser 8 x 4 y 8 x 2 y sumar los resultados, y también se puede hacer 8 x 10 y restarle 8 x 4.*

Algunos problemas, además de volver sobre las relaciones estudiadas entre los resultados de las filas y columnas de esta tabla, favorecen la escritura o la interpretación de cálculos escritos que las representan:

Problemas 12 y 13

12) Pensá y anotá tres posibles cálculos para cada resultado:

20	...... x	...... x	...... x ......
18	...... x	...... x	...... x ......

13) ¿Son correctos estos cálculos para 6 x 9?

6 x 3 x 3   2 x 3 x 9   2 x 3 x 3 x 3   6 x 10 – 1   6 x 4 + 6 x 5

En el caso del problema 13, puede ser necesaria la intervención del maestro para ayudar en la interpretación de la información contenida en algunos cálculos. Especialmente presentarán dificultades las escrituras que combinan multiplicaciones con sumas y restas.

Se promueve en este caso la identificación de, por ejemplo, el 9 en la escritura 6 x 3 x 3, al agrupar 3 x 3.

Al final de esta sección se proponen algunos problemas para completar tablas pitagóricas vacías, o porciones de tablas pitagóricas. El objetivo de este tipo de problema es que los niños vayan memorizando gradualmente los resultados de las tablas. Las actividades promueven la utilización de relaciones ya estudiadas para apoyarse en ellas y que la memorización resulte más arraigada a cuestiones matemáticas y no a la repetición de productos y resultados.

El cartel que acompaña a estos problemas sugiere un “método de estudio” que los niños pueden utilizar:

***Para tener en cuenta:** Es importante que ahora que ya conociste y analizaste la tabla pitagórica, empieces a memorizar los resultados. Te va a ser muy útil tener muchas tablas pitagóricas vacías y llenarlas. Te puede ayudar estudiar juntas la columna del 5 y la del 10. Otro día la del 2, del 4, del 8. Otro día la columna del 3, del 6 y del 9. Y de a poco tenés que ir sabiendo todos los resultados.*

5° parte: Repasar y estudiar

En esta última parte se apunta a que los niños puedan revisar los conocimientos que han circulado durante las clases. En una primera actividad, cada uno deberá identificar aquellos problemas que les han resultado “difíciles”, y se dedicará un tiempo para que vuelvan a resolverlos. Para ello, será interesante revisar algunas de las conclusiones elaboradas a lo largo de la secuencia, y establecer cuáles de ellas pueden ser útiles. En este sentido, podrían releerse los carteles “Para tener en cuenta” que se han presentado en el material.

En segundo término, se propone una colección de problemas para reutilizar algunas de las estrategias estudiadas. Se han incluido varios problemas de cada tipo, parecidos a los que ya han resuelto, de manera de revisitar diferentes aspectos abordados a lo largo de la secuencia. Es una buena oportunidad para que vuelvan a circular relaciones y procedimientos estudiados, de modo que más niños tengan oportunidad de utilizarlos, analizarlos e incorporarlos como propios. También aquí será interesante que vuelvan a leer los carteles “Para tener en cuenta”.

Este espacio de repaso y estudio también permitirá al docente identificar la existencia de aspectos que será necesario retomar, errores que persisten, nuevas relaciones que han sido incorporadas por la mayor parte de la clase, etc.

Propuestas 1 y 2

1) Con este material estudiaste cálculos y problemas de suma, resta y multiplicación. Volvé a mirarlo y marcá los problemas que te resultaron más difíciles. Luego, intentá hacerlos de nuevo.

2) Resolvé estos ejercicios que te van a servir para repasar lo que estudiaste:

a) Calculá mentalmente:

200 + 340 =	826 – 26 =	150 + 250 =	500 + 60 + 7 =
420 + 500 =	632 – 30 =	105 + 105 =	2 + 300 + 40 =

b) Resolvé mentalmente:

1.300 + 400 =	700 + 200 =	800 – 300 =
1.100 + 1.200 =	1.800 – 1.000 =	1.342 – 300 =

c) ¿Cuánto dan más o menos estas cuentas?

503 + 118 =	500	600	700
720 + 199 =	700	800	900
540 – 339 =	100	200	300
847 – 119 =	700	600	500

d) Resolvé estás cuentas. Anticipá cuál será más o menos el resultado antes de calcular.

$$\begin{array}{r} 674 \\ +\,221 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 503 \\ +\,359 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 567 \\ -\,283 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 894 \\ -\,536 \\ \hline \end{array}$$

e) Completá los espacios sombreados de la siguiente tabla pitagórica:

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

f) Paula fue al kiosco y compró 3 gaseosas, a $2 cada una, y 4 chocolates, a $5 cada uno. ¿Cuánto dinero gastó?

g) Manuel tiene 5 paquetes con 6 pastillas cada uno. Leo tiene otros dos paquetes, pero cada uno tiene 8 pastillas. ¿Cuántas pastillas tienen, juntando el contenido de todos los paquetes?

h) Cintia está armando sándwiches para vender. Los sándwiches pueden ser de pan francés, pebete o pan árabe. Los fiambres que va a usar son jamón, salame, salchichón y mortadela. Si en cada sándwich pone un solo tipo de fiambre, ¿cuántas combinaciones distintas puede hacer?

i) En un negocio se venden medias a $5 y camisetas a $9. Las medias y las camisetas vienen en paquetes de 10. Si Telma tiene $200, ¿le alcanzará para comprar un paquete de medias y uno de camisetas?

j) Completá la siguiente tabla:

Cantidad de cajas	1	2	3	6	9	10
Cantidad de alfajores		8				

Bibliografía:

- Broitman, C. (2005): Enseñar diferentes estrategias de cálculo en el segundo ciclo de EGB. Editorial Santillana.
- Broitman, C. (1999): La Enseñanza de las Operaciones en el Primer Ciclo. Editorial Novedades Educativas, Bs. As.
- Dirección de Currículum. GCBA (2004): Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo Ciclo. Matemática. Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, disponible en: www.buenosaires.gov.ar

- Dirección de Currículum. MCBA (1997): Documento Curricular Número 4. Matemática. Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar
- Dirección de Currícula (2004/5): Material para el alumno y para el maestro 4º/5º. Proyecto Conformaci ón de Grados de Aceleración. Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001): “Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB” disponible en www.abc.gov.ar
- Parra, C.: "Cálculo mental en la escuela primaria" en Parra y Saiz (comps.): Didáctica de matemáticas, Bs.As., Paidós.
- Vergnaud, G. (l991) El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela, Ed. Trillas, Méjico.