Matemática

Cálculo mental con números naturales

Aportes para la enseñanza

Escuela Primaria

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

Segundo ciclo

Matemática

Cálculo mental con números naturales

Aportes para la enseñanza

ESCUELA PRIMARIA

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Dirección de Currícula y Enseñanza
Matemática : cálculo mental con números naturales. - 1a ed. - Buenos Aires : Ministerio de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2010.
64 p. ; 30x21 cm. - (Aportes para la enseñanza. Escuela Primaria. Segundo ciclo)

ISBN 978-987-549-458-9

1. Matemática. 2. Enseñanza Primaria. I. Título
CDD 372.7

Reedición de *Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza*, G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 2005 (Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza, 2004-2007).

ISBN: 978-987-549-458-9

Esmeralda 55, 8º piso
C1035ABA - Buenos Aires
Teléfono/Fax: 4343-4412
Correo electrónico: dircur@buenosaires.edu.ar

Jefe de Gobierno
Mauricio Macri

Ministro de Educación
Esteban Bullrich

Subsecretaria de Inclusión Escolar y Coordinación Pedagógica
Ana María Ravaglia

Directora General de Planeamiento Educativo
María de las Mercedes Miguel

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

MATEMÁTICA. Cálculo mental con números naturales
Segundo ciclo
Aportes para la enseñanza. Escuela Primaria.
Reedición de *Cálculo mental con números naturales*, título publicado en la serie
"Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007"

Dirección de Currícula y Enseñanza
Gabriela Polikowski

Coordinación de Educación Primaria
Susana Wolman
Adriana Casamajor

Elaboración del material

Coordinación del documento original
Patricia Sadovsky

Especialistas
María Emilia Quaranta
Héctor Ponce

Lectura para reedición
Horacio Itzcovich

Edición a cargo de la Dirección de Currícula y Enseñanza

Coordinación editorial: Paula Galdeano
Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Marta Lacour, Virginia Piera y Sebastián Vargas
Coordinación de arte: Alejandra Mosconi
Diseño gráfico: Patricia Leguizamón y Patricia Peralta

Apoyo administrativo: Andrea Loffi, Olga Loste, Jorge Louit y Miguel Ángel Ruiz
Distribución y logística: Marianela Giovannini

Presentación

El Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, comprometiéndose con la provisión de recursos de enseñanza y materiales destinados a maestros y alumnos, presenta a la comunidad educativa la reedición de los siguientes documentos curriculares para el trabajo en las aulas de segundo ciclo en el área de Matemática.

Matemática. Fracciones y números decimales: integrado por un conjunto de documentos destinados a cada grado del segundo ciclo, en los que se aborda el tratamiento didáctico de los números racionales contemplando el complejo problema de su continuidad y profundización a lo largo del ciclo.

En su versión original –elaborada en el marco del "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza en Segundo Ciclo del Nivel Primario"– la serie estaba compuesta por *Apuntes para la enseñanza*, destinados a docentes de 4º, 5º, 6º y 7º grado, y de *Páginas para el alumno* de 4º a 6º grado. Cada documento de *Apuntes para la enseñanza* está organizado en actividades que implican una secuencia de trabajo en relación con un contenido. En cada actividad los docentes encontrarán una introducción al tema, problemas para los alumnos, su análisis y otros aportes que contribuyen a la gestión de la clase. En la presente reedición las páginas para el alumno se encuentran incluidas en el documento para los docentes a modo de anexo.

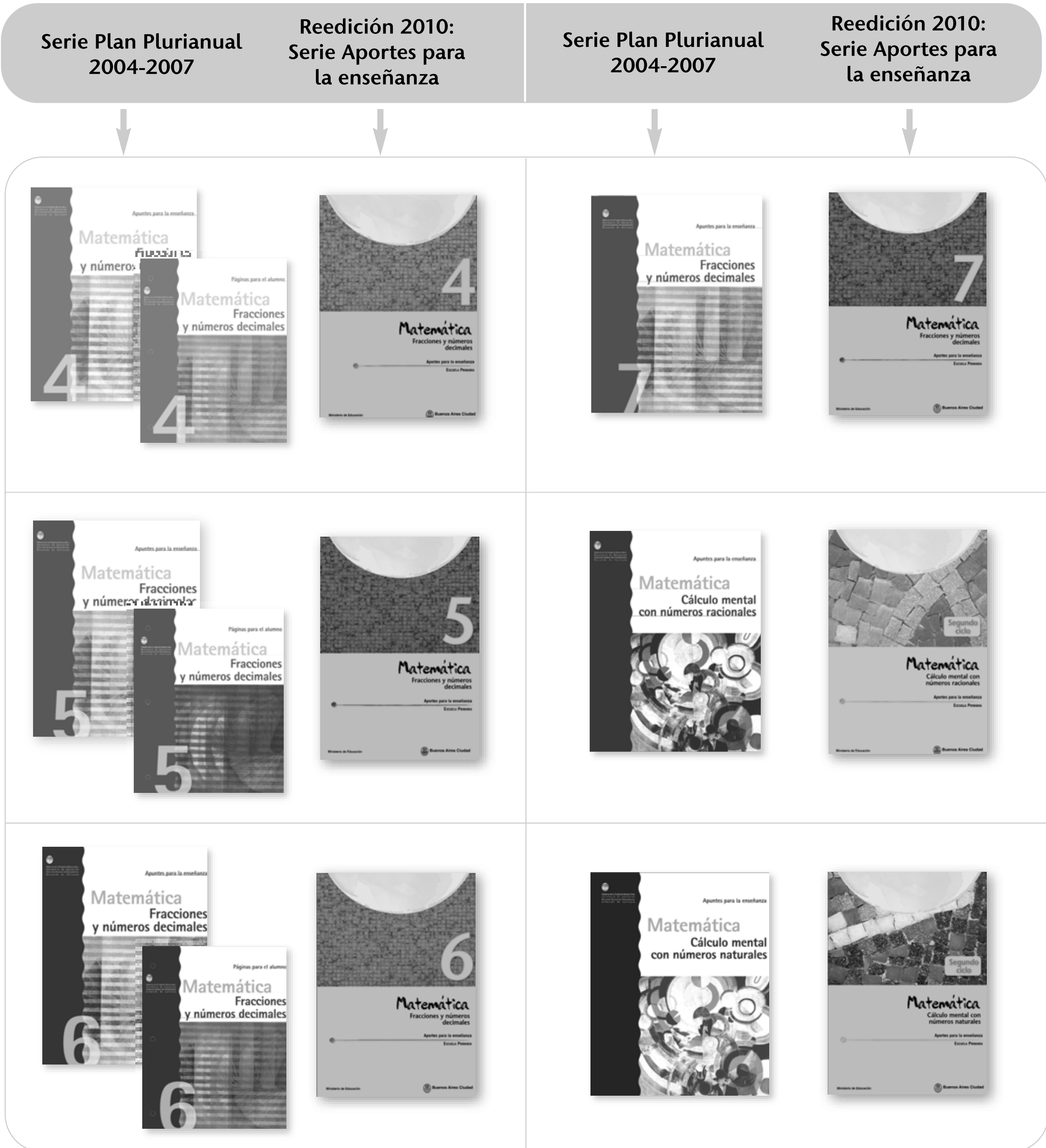
Cabe aclarar que la elección de números racionales obedece –como puede leerse en la "Introducción"– a varias razones: es un campo de contenidos complejo, ocupa un lugar central en la enseñanza en segundo ciclo, y la propuesta formulada en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria 2004* plantea modificaciones al modo en el que se concibió su tratamiento didáctico en la escuela durante mucho tiempo. Por ello, se requieren para su enseñanza materiales más cercanos al trabajo del aula y que puedan constituir un aporte para abordar su articulación y evolución a lo largo del ciclo.

Matemática. Cálculo mental con números naturales y *Matemática Cálculo mental con números racionales.*[1] Estos documentos, también elaborados en el marco del "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza en Segundo Ciclo del Nivel Primario", constituyen referentes para los docentes del segundo ciclo: el primero se encuadra en los contenidos de 4º y 5º grado, y el relativo a números racionales está orientado a 6º y 7º grado. Sin embargo, cabe la posibilidad de que los alumnos de 6º y 7º grado que hayan tenido poca experiencia de trabajo con el cálculo mental tomen contacto con algunas de las propuestas incluidas en el documento sobre números naturales.

Los materiales constan –además de una introducción teórica sobre la concepción del cálculo mental, las diferencias y relaciones entre el cálculo mental y el algorítmico, reflexiones acerca de la gestión de la clase, etc.– de secuencias de actividades para la enseñanza del cálculo mental y análisis de algunos de los procedimientos que frecuentemente despliegan los alumnos de 4º/5º y 6º/7º respectivamente.

1 Existe una versión digital en www.buenosaires.gob.ar/educación

En ambos documentos se proponen actividades que involucran conocimientos que han sido objeto de construcción en años precedentes o en ese mismo año a través de situaciones que han permitido darles un sentido, con la intención de retomarlos en un contexto exclusivamente numérico para analizar algunas relaciones internas e identificar aspectos de esos cálculos y relaciones. Por esa misma razón encontrarán en el documento de *Matemática. Cálculo mental con números racionales* referencias a los documentos *Matemática. Fracciones y números decimales* ya mencionados.



Índice

Introducción

Este documento, junto con *Cálculo mental con números racionales*, integra la serie *Aportes para la enseñanza*. A través de este material para el Segundo ciclo se propone discutir bajo qué condiciones didácticas el cálculo mental puede constituirse en una práctica relevante para la construcción del sentido de los números y las operaciones. Se busca, además, compartir con los docentes algunas secuencias de trabajo posibles, entre las muchas que se podrían diseñar.

Cálculo mental y cálculo algorítmico

Desde la perspectiva propuesta en el *Diseño Curricular*,[2] los procedimientos de cálculo mental se definen por contraste con aquellos que responden a cálculos algoritmizados. Estos últimos consisten en una serie de reglas aplicables en un orden determinado, siempre del mismo modo, independientemente de los datos que garantizan alcanzar el resultado buscado en un número finito de pasos. Las cuentas convencionales que se utilizan para resolver las operaciones constituyen procedimientos de este tipo: en ellas se recurre a una única técnica para una operación dada, siempre la misma, independientemente de cuáles sean los números en juego.

El cálculo mental, en cambio, hace referencia al "conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados".[3] Es decir, se caracteriza por la presencia de una diversidad de técnicas que se adaptan a los números en juego y a los conocimientos (o preferencias) del sujeto que las despliega.

Examinemos el cálculo mental en relación con el cálculo algorítmico a partir de un par de ejemplos.

a) ¿Cuánto hay que restarle a 1.000 para obtener 755? Esta pregunta podría responderse apelando al algoritmo de la resta:

$$\begin{array}{r} 1.000 \\ -\ 755 \\ \hline 245 \end{array}$$

A través de estrategias de cálculo mental, podría resolverse de diversas maneras. Algunas posibilidades son:

2 G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo de la Escuela Primaria/Educación General Básica*, 2004, tomos 1 y 2.

3 Parra, Cecilia. "El cálculo mental en la escuela primaria", en C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones,* Buenos Aires, Paidós, 1994.

- Calcular el complemento de 755 a 1.000 de diferentes modos. Por ejemplo, apoyándose en números redondos:

  755 + 5 = 760
  760 + 40 = 800
  800 + 200 = 1.000
  200 + 40 + 5 = 245

- Ir restando sucesivos números a 1.000 hasta alcanzar 755:

  1.000 – 200 = 800
  800 – 45 = 755
  200 + 45 = 245

b) La multiplicación 4 x 53 podría resolverse mediante el algoritmo convencional de la multiplicación, o también a través de procedimientos de cálculo mental. Por ejemplo:

4 x 50 + 4 x 3 = 200 + 6 = 206.
O bien como el doble de 53 es 106, 4 x 53 es el doble de 106, 212, etcétera.

Aquí puede observarse que la distinción entre cálculo algorítmico y cálculo mental no reside en que el primero sea escrito y el segundo no se apoye en el uso de lápiz y papel. Como mencionamos anteriormente, el cálculo algorítmico utiliza siempre la misma técnica para una operación dada, cualquiera sean los números. En cambio, cuando se propone un trabajo de cálculo mental no se espera una única manera de proceder. La idea es instalar una práctica que requiera diferentes estrategias basadas en propiedades de la numeración decimal y de las operaciones. Al desplegar estas estrategias en una situación específica, se favorece el análisis de las relaciones involucradas en las mismas.

Los algoritmos convencionales para las operaciones también apelan a las propiedades de los números y de las operaciones, sólo que, una vez automatizados los mecanismos, como éstos son siempre iguales, es posible resolverlos sin tener en cuenta el sentido de las descomposiciones de los números y de las operaciones parciales que se realizan. En la resta de nuestro ejemplo, cuando se "pide uno al número del orden siguiente", no hay necesidad de pensar que se está descomponiendo 1.000 en 900 + 90 + 10.

En el cálculo mental, los números se tratan de manera global sin considerar sus cifras aisladas, como ocurre en los algoritmos convencionales. Esto, sumado al hecho de tener que poner en juego estrategias específicas en función de los números con los que se trabaja, habilita un mayor control de las propiedades que hacen válida la estrategia que se despliega.

Por otro lado, como se verá a lo largo de este documento, para que los alumnos produzcan estrategias de cálculo mental cada vez más elaboradas, tendrán que apoyarse tanto en el conocimiento de las propiedades de las operaciones y del sistema de numeración como en los resultados que deberán tener disponibles en su memoria.

El hecho de que el cálculo mental se distinga del cálculo algorítmico no supone que se oponga a él; todo lo contrario, los conocimientos construidos acerca de uno y otro tipo de cálculo se alimentan recíprocamente. Es finalidad de la escuela que los alumnos se apropien de los algoritmos convencionales para resolver las operaciones. Todo cálculo algorítmico contempla momentos de apelación al cálculo mental y se enriquece con sus aportes, tanto para anticipar y controlar la magnitud del resultado como para comprender el sentido de los pasos del algoritmo convencional.

Los algoritmos convencionales constituyen técnicas de cálculo valiosas por la economía que procuran y por el alivio que supone la automatización de ciertos mecanismos. La riqueza del trabajo sobre el cálculo –mental y algorítmico– incluye el hecho de que los alumnos tienen que decidir la estrategia más conveniente para cada situación en particular. Pensamos que el cálculo mental abona la construcción de relaciones que permiten un aprendizaje de los algoritmos convencionales basado en la comprensión de sus pasos, en un control de los resultados intermedios y finales que se obtienen. Al mismo tiempo, la finalidad de transmitir los algoritmos vinculados con las operaciones se inserta en el marco de la transmisión de un amplio abanico de recursos de cálculo y de su adecuación con las situaciones que enfrentan. La práctica de cálculo mental, bajo ciertas condiciones, hace evolucionar los procedimientos de cálculo de los alumnos y enriquece las conceptualizaciones numéricas de los niños.[4]

Es necesario resaltar que las actividades que se incluyen en este material se proponen en un contexto exclusivamente numérico. Se está suponiendo, entonces, que los alumnos ya han abordado estos contenidos en un trabajo –absolutamente necesario– con situaciones que apelen a otros contextos de referencia, como problemas de reparto para el tratamiento de la división. Nos ocupamos aquí de un trabajo posterior dirigido a enriquecer un sentido de lo numérico, para lo cual también es necesaria una descontextualización de los conocimientos.

Dos clases de conocimientos en el trabajo sobre cálculo mental

En el trabajo con cálculo mental es posible distinguir dos aspectos: por un lado, la sistematización de un conjunto de resultados y, por el otro, la construcción de procedimientos personales. Veamos en qué consiste cada uno de ellos:

a) La sistematización de un conjunto de resultados permite la construcción progresiva de un repertorio de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones disponibles en la memoria o fácilmente reconstruibles a partir de aquellos memorizados. Así, se espera que los alumnos puedan aplicar sus conocimientos sobre las sumas de una cifra (por ejemplo, 4 + 5) para conocer otras con números de dos o más cifras que las involucren (por ejemplo, 40 + 50) o también restas asociadas a ellas (por ejemplo, 90 – 50 y 90 – 40). Se trata, en pocas palabras, de conocer y utilizar resultados memorizados y procedimientos automatizados sobre la base de la comprensión de las relaciones involucradas y del control consecuente de las acciones. Este conjunto de conocimientos a enseñar refiere a resultados de base, como las tablas de multiplicación, que se utilizan tanto en cálculos mentales como en los algoritmos convencionales.

4 Butlen, Denis y Monique Pezard. "Calcul mental et resolution de problèmes multiplicatifs, une experimentation du CP au CM2". *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12, N° 2.3, Grenoble, La Pensée Sauvage, pp. 319-367, 1992.

Tal repertorio de cálculos debería ir incluyendo a lo largo del primer y segundo ciclo entre otras cuestiones:

- Sumas de números de una cifra (por ejemplo, 5 + 5; 5 + 6) y restas asociadas a dichas sumas (11– 5; 11 – 6, etcétera).
- Identificación de descomposiciones aditivas del número 10 y de las restas asociadas a ellas; identificación de las descomposiciones aditivas del número 100 en números "redondos" y de las restas asociadas a ellas.
- Sumas de un número "redondo" de dos cifras más un número de una cifra, por ejemplo, 70 + 9; restas vinculadas a dichas sumas, por ejemplo, 79 – 9.
- Sumas de un múmero "redondo" de tres cifras –o más– y un número que "complete los ceros": por ejemplo, 500 + 73; 800 + 9; 300 + 80; 3000 + 136; 6000 + 206; etc.; restas vinculadas a dichas sumas.
- Suma o resta de 10, 100 ó 1.000 a un número cualquiera.
- Suma o resta de un número "redondo" a un número cualquiera.
- Otras descomposiciones aditivas de los números vinculadas con la organización del sistema de numeración, por ejemplo, 2.000 + 500 + 40 + 6; 800 + 7; 200 + 19, etc., restas vinculadas a ellas, por ejemplo, 4.271 – 271; 384 – 80, etcétera.
- Cálculos de complementos de un número cualquiera respecto de un número "redondo" a través del análisis de las escrituras numéricas, por ejemplo, cuánto es necesario sumarle a 578 para obtener 600.
- Resultados de la tabla pitagórica para la multiplicación y el uso de esos conocimientos para conocer el cociente y el resto de dividendos menores que 100 y divisores de una cifra.
- Multiplicación y división entera por 10, 100, 1.000, etcétera.
- Descomposiciones multiplicativas de las escrituras numéricas y cálculos asociados a ellas, por ejemplo, 3 x 1.000 + 4 x 100 + 5 x 10 + 8; etcétera.
- Extensión de los conocimientos sobre la tabla pitagórica a multiplicaciones con números "redondos" de más de una cifra, por ejemplo. 40 x 30; 200 x 500; 2.000 x 60; etcétera.
- Extensión de los conocimientos sobre las divisiones a partir de los resultados de la tabla pitagórica y de la división por 10, 100, 1.000, etc., para resolver otras divisiones que involucran números "redondos" como dividendos y divisores.
- Identificación de múltiplos y divisores.

En síntesis, es también un objetivo del cálculo mental que los alumnos memoricen ciertos resultados o puedan recuperarlos fácilmente. Insistimos en que esta memorización debe apoyarse en la construcción e identificación previa de relaciones que tejan una red desde la cual sostenerla y darle sentido.

b) La construcción de procedimientos personales que permiten dar respuesta a una situación ha sido denominada "cálculo pensado o reflexionado".[5] Al no tratarse de procesos automatizados, consisten en el despliegue de diferentes caminos a partir de decisiones que los alumnos van tomando durante la resolución. Tales decisiones se vinculan con la comprensión de la tarea, con diferentes relaciones que se establecen y con el control de lo que sucede durante la resolución.

5 Institut National de Recherche Pédagogique (ERMEL). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, París, Hatier (2001).

El cálculo mental permite, a su vez, un trabajo sobre los números de manera descontextualizada ya que familiariza a los alumnos con una actividad matemática que también encuentra sentido en sí misma: hallar un procedimiento, confrontarlo con otros y analizar su validez. Pone a los niños en situación de "vérselas con los números"; expresar un mismo número de diferentes maneras, que guardan relación con la numeración decimal. Por ejemplo, "establecer cuáles de las siguientes descomposiciones son equivalentes al número 5.348" requiere analizar el significado de cada una de las cifras en función de su posición, y de las relaciones que guarda con las posiciones contiguas y no contiguas:

5.348

- 5 x 1.000 + 4 x 10 + 3 x 100 + 8
- 53 x 100 + 48
- 51 x 100 + 24 x 10 + 8
- 53 x 100 + 40 x 10 + 8

Como señalamos, el cálculo mental es también una buena herramienta para hacer "funcionar" las propiedades de las operaciones, para analizar su dominio de validez y para identificarlas. Por ejemplo:

9 x 8, puede pensarse a partir del doble que 9 x 4:

9 x 8 = 9 x 4 x 2 = 36 x 2 = 72;
9 x 8 = 9 x 5 + 9 x 3 = 45 + 27 = 72;
9 x 8 = 5 x 8 + 4 x 8 = 40 + 32 = 72;
9 x 8 = 10 x 8 – 8 = 80 – 8 = 72;
9 x 10 – 9 x 2 = 90 – 18 = 72;
etcétera.

Estas relaciones se basan en las propiedades asociativa y distributiva de la suma y de la resta respecto de la multiplicación.

De este modo, la enseñanza del cálculo mental también ofrece a los alumnos la oportunidad de tomar conciencia de que algunos cálculos son más sencillos que otros, y de que es posible valerse de ellos para resolver otros más complejos. Por ejemplo, 24 x 12 puede pensarse como 24 x 10 + 24 x 2. Se apela, de este modo, a propiedades de las operaciones para hacerlas intervenir en la resolución de verdaderos problemas: en este caso, para facilitar un cálculo; en otros, para demostrar la validez de un procedimiento.

El análisis de la validez de las reglas aplicadas en cada caso, resultará de un trabajo de reflexión sobre las resoluciones que el docente gestione con toda la clase.

Dentro de las estrategias de cálculo mental, también se espera que los alumnos desarrollen, basándose en los cálculos más sencillos, estrategias de estimación y de cálculo aproximado. Por ejemplo, es posible anticipar la cantidad de cifras que tendrá el cociente de 4.579 : 37, a partir de encuadrarlo en multiplicaciones por potencias de diez: el cociente buscado es mayor que 100 (porque 37 x 100 = 3.700) y menor que 1.000 (porque 37 x 1.000 = 37.000), es decir que el resultado tendrá tres cifras. También es posible anticipar que ese cociente estará más cerca de 100 que de 1.000 (porque 4.579 se aproxima más a 3.700 que a 37.000).

Para algunas situaciones, la búsqueda de un resultado aproximado es suficiente; para otras, se requiere hallar un resultado exacto. Para estas últimas, el cálculo aproximado constituye una poderosa herramienta de anticipación y de control. Para que los alumnos comiencen a poner en juego esa opción, es necesario –aunque no suficiente– que el docente los oriente en esa dirección.

En síntesis, el cálculo mental –incluyendo la construcción de procedimientos más personales y de repertorios de resultados memorizados– propone una ocasión privilegiada de hacer funcionar las propiedades de las operaciones en relación con las características del sistema de numeración posicional y decimal. Permite, por esa misma razón, una profundización en los conocimientos sobre las operaciones y sobre nuestro sistema de numeración.

La actividad matemática en el aula a propósito del cálculo mental

Las decisiones a cargo del alumno que resuelve, los análisis que puede hacer mientras trabaja y las discusiones acerca de la validez de sus razonamientos con sus pares y con el docente van tejiendo una red de conocimientos que fundamentan el funcionamiento de los números y de las operaciones. Abrir el juego de la clase a la búsqueda de estrategias, a su explicitación y confrontación, a su circulación y difusión en momentos de intercambio permite a los alumnos –ayudados por el docente– identificar los conocimientos a retener relativos a los números y a los cálculos. Al mismo tiempo, los niños participan en la construcción de criterios de validación de los procedimientos elaborados (cómo es posible estar seguro de que una estrategia es correcta, cómo mostrar el error de un procedimiento) y de criterios de elección de procedimientos adecuados en función de la tarea. De este modo, a través de este tipo de práctica se está comunicando a la clase que se espera que las producciones sean validadas y que puede haber varios modos de hacerlo, que hay razones que hacen a la corrección o incorrección de las resoluciones, que hay criterios para la selección de formas de resolver más o menos adaptadas en función de las situaciones particulares y que no se trata de hechos azarosos. Estos aspectos podrán ser objeto de reflexión en la clase para que los alumnos puedan identificarlos.

Es decir, del mismo modo que para todo el trabajo matemático, se apunta a posicionar a los alumnos desde cierta actitud intelectual frente a los problemas para que se animen a abordar la tarea con los conocimientos disponibles, a explorar, buscar por diferentes vías, equivocarse, comunicar a otros, analizar la validez de procedimientos, etc. A veces se cree que este posicionamiento depende de aptitudes o voluntades particulares de los niños; desde nuestra perspectiva, constituye un aprendizaje que se logra con un tipo de práctica sostenida en el tiempo que depende decisivamente de la enseñanza.

La enseñanza del cálculo se enmarca, pues, en el mismo "clima" de trabajo matemático que queremos instalar en las clases: búsquedas, reflexiones, discusiones, argumentaciones, producción y análisis de escrituras matemáticas e identificación de nuevos conocimientos. En este sentido, la intervención del docente es fundamental: hacer explicitar y comparar los procedimientos para llevar a los alumnos a analizarlos y explicarlos –colaborando él mismo en estas tareas–, constituyen condiciones esenciales para promover avances en los conocimientos producidos en este espacio.

El despliegue del trabajo que se propone no puede quedar relegado a clases aisladas, sino que es necesario organizar una progresión de aprendizajes y planificar una secuencia de enseñanza, en la cual cada nuevo conocimiento pueda apoyarse en aquello que los alumnos ya conocen, al mismo tiempo que introduce novedades, siendo por su parte base para nuevos aprendizajes. Esto requiere de un proyecto de enseñanza cuya globalidad el docente pueda concebir.

Un proceso de esta naturaleza requiere considerar tiempos de adquisición a largo plazo, con secuencias que involucren una variedad de situaciones que se ocupen de diferentes aspectos de los conceptos y, a la vez, retomen cuestiones tratadas en sucesivas vueltas.

Si bien los avances en los recursos de cálculo mental resultan beneficiosos para todos, lo son, en particular, para aquellos alumnos que presentan mayor grado de dificultad porque les permiten acceder a estrategias que, a veces, otros niños elaboran por su cuenta, estrategias que los posicionan mejor ante las situaciones, ya sea porque les abren diferentes posibilidades de solución o porque les permiten realizar anticipaciones y un control sobre las soluciones más convencionales.

Puede resultar paradojal que el cálculo mental beneficie más a quienes tienen mayor dificultad para acceder a él. En efecto, a estos alumnos les suele insumir mucho tiempo la apropiación de estrategias que a otros que las adquieren rápidamente. Sin embargo, como son estos mismos alumnos los que con frecuencia no recuerdan las técnicas ("¿Cómo se hacía?") o tienen bajo control sobre ellas (si se olvidan un paso o comenten un error, no saben cómo continuar o corregir), son particularmente relevantes las intervenciones del docente dirigidas a la difusión, identificación y práctica de ciertos procedimientos de cálculo mental que les permitan, a los alumnos que se presentan como "más flojos", crecer en dominio y ganar en confianza.

¿Cómo gestionar esta diversidad? No hay evidentemente una única posibilidad. La organización de las clases deberá planificarse de acuerdo con las intenciones del docente frente a cada situación en particular. A veces, conviene el trabajo en parejas para promover intercambios en el momento de la resolución; en otras ocasiones, la tarea individual, para que cada niño tenga la oportunidad de interactuar solo frente al problema, y otras, con toda la clase.

Cuando se trabaja colectivamente, suele ocurrir que los alumnos que más recursos tienen dan respuestas rápidamente sin dejar tiempo suficiente para que algunos de sus compañeros puedan pensar. El cálculo pensado no se identifica con la velocidad.[6] Instalar un trabajo sobre cálculo mental demanda concebir la organización de la clase tanto como el trabajo sobre otros asuntos matemáticos. Forma parte de la consigna plantear cómo, quiénes, cuándo pueden intervenir. Algunas veces trabajarán con la misma situación en forma individual, en

6 Eventualmente, la velocidad o la competencia puede ser incluida cuando favorece el propósito de la actividad. Por ejemplo, cuando se busca que los alumnos tomen conciencia de qué resultados tienen disponibles en la memoria.

pareja, en pequeños grupos, etc. y presentarán su trabajo designados por el docente, o al azar, o por elección dentro del grupo. Otras veces, los alumnos podrán trabajar en pequeños grupos ante distintas situaciones mientras el docente se dedica especialmente a aquellos que más lo necesitan. Es decir, en algunas ocasiones, podrán gestarse espacios diferenciados que posibiliten la revisión de conocimientos (repertorios, procedimientos, reglas) de manera más sistemática para algunos grupos.

Cuando se busca que los alumnos exploren procedimientos de resolución, las anotaciones del proceso son esenciales por varios motivos. Por un lado, constituyen un soporte para pensar la solución, tanto para recordar pasos y resultados intermedios como para reflexionar sobre el procedimiento que se está siguiendo: la escritura "exterioriza" algunos aspectos de ese conocimiento y lo convierte, de ese modo, en objeto de análisis. Por otro lado, dichas anotaciones resultan indispensables cuando los niños deben explicar lo que hicieron ante la clase.

Si se asume que la fase colectiva es parte del trabajo de producción matemática, hay dos aspectos del rol docente que cobran relevancia. En primer lugar, cómo identificar qué cuestiones merecen discutirse y, en segundo, en qué situaciones puede resultar interesante que los alumnos confronten sus puntos de vista.

Es interesante tener en cuenta que, si las respuestas que los alumnos ofrecen provienen de ideas similares entre sí, posiblemente no aporte demasiado a la clase alentar que se comenten todas en el aula. Si las estrategias no comparten la misma idea, es importante sostener el debate precisando qué cuestiones se están discutiendo.

Señalamos –y queremos volver a resaltar– la necesidad de identificar los nuevos conocimientos que se van elaborando durante el desarrollo de las actividades de cálculo mental, y de las discusiones generadas a partir de ellas. Esto es, no basta con que se expliciten y validen los procedimientos y las reglas establecidas, sino que, además, resulta necesario que aquellos que tienen un alcance más general, sean reconocidos y nombrados por el docente y se desarrolle una práctica en torno a ellos que permita cierta automatización. Esto, a veces, puede resultar difícil: ¿qué poner en común acerca de procedimientos ajustados a situaciones particulares?, ¿cuáles son los aspectos generalizables de dichos procedimientos?, etcétera.

El uso de la calculadora

La inclusión de la calculadora en el trabajo matemático de la escuela primaria resulta esencial por diversos motivos. Por un lado, como se ha convertido en una herramienta de cálculo muy extendida en la sociedad –llegando incluso a modificar los hábitos de cálculo–, sostenemos que la formación matemática de los alumnos debe incluir el aprender a decidir cuándo utilizarla y, para ello, su uso, en términos generales, debe estar plenamente autorizado.

> "...la vieja pregunta '¿Tienen que usar los alumnos calculadora en clase?' no tiene ya sentido, dado que las calculadoras existen, están ahí, en las manos de los alumnos, y es evidente que tienen una relación íntima con el mundo del cálculo aritmético y con las matemáticas en gene-

ral. La pregunta debería plantearse del siguiente modo: '¿Cómo hay que usar la calculadora en clase de matemáticas para que se convierta en un poderoso auxiliar didáctico y para evitar los peligros de su utilización irreflexiva?'".[7]

Muchas veces, los docentes admiten el uso de la calculadora para que sus alumnos verifiquen cálculos resueltos de otro modo; otras, lo admiten para hallar resultados y así aliviar la tarea del cálculo. Estos son los usos más habituales cuando se autoriza el empleo de este recurso. Sin embargo, habrá momentos en los que, dado el asunto específico que se esté trabajando, el maestro decidirá no habilitarlo.

Queremos resaltar otro uso posible de la calculadora, menos extendido y, sin embargo, sumamente relevante. Con frecuencia, las situaciones planteadas requieren usos particulares de este recurso que no necesariamente están en función de obtener un resultado. Es así como, en ciertas situaciones, la calculadora será una herramienta para explorar propiedades, para encontrar una regularidad, para validar un procedimiento; en otras, su beneficio radicará en la posibilidad de constatar de manera inmediata –e independiente del docente– los resultados de las anticipaciones que se le han solicitado al alumno. Por ejemplo, hallar cuál sería el resto de una división realizada con la calculadora que haya arrojado un cociente con coma, si se tratara de una división entera, requiere poner en acción una serie de relaciones entre el cociente, el divisor, el dividendo y el resto; es decir, constituye un punto de partida para llevar adelante un análisis sobre las relaciones internas entre los diferentes números que intervienen en esta operación. En pocas palabras, la calculadora también es un soporte sobre el cual proponer problemas y una dinámica de trabajo muy fructíferos, desde el punto de vista de los conocimientos que pone en escena.

La reflexión sobre las actividades que se realicen permitirá ir construyendo tanto una actitud de control sobre la utilización de la calculadora como la elaboración de conocimientos que permitan hacer efectivo este control.[8] Por esa razón, el trabajo con la calculadora no degrada ni reemplaza el tratamiento de los cálculos convencionales con lápiz y papel u otros cálculos mentales, sino que lo enriquece.

Acerca de este documento

Este documento presenta secuencias de actividades para la enseñanza del cálculo mental en relación con los números naturales referidas a los siguientes ejes de contenidos:

- adición y sustracción,
- multiplicación y división,
- sistema de numeración.

Dentro de cada uno de ellos, las actividades se organizan según una progresión de dificultades. Operaciones y sistema de numeración, tienen fuertes relaciones y el avance en uno de estos ejes se vincula con el avance en el otro. Sintéticamente: no se propone agotar uno para pasar al otro. Por eso, es posible encontrar, avanzado el trabajo en uno de los capítulos, problemas más comple-

7 Udina i Abelló, Frederic. "Aritmética y calculadoras", en *Matemáticas: cultura y aprendizaje*, Madrid, Síntesis, 1992.

8 *Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Segundo ciclo de la Escuela Primaria/Educación General Básica, op. cit.*

jos que los que se proponen inicialmente en el siguiente. El docente decidirá, al elaborar su proyecto de enseñanza, en qué orden ir abordando los diferentes ejes, si ir proponiendo un trabajo en paralelo sobre más de uno de ellos; si iniciar algunas actividades sobre uno, abordar otro, antes de continuar con el primero, etc. Por este motivo, se señala la conveniencia de analizar las relaciones posibles e intercambiar con los colegas sobre posibles progresiones.

En este material, se plantean actividades que involucran conocimientos que habrán sido objeto de construcción en años precedentes o durante este mismo año a través de situaciones que han permitido darles un sentido, con la intención de retomarlos para analizar algunas relaciones internas[9] e identificar aspectos de esos cálculos y relaciones.

En algunos casos, encontrarán en el documento –otras veces lo podrá proponer el mismo docente– situaciones que solicitan a los alumnos elaborar actividades similares a las realizadas para plantear a sus compañeros (o a chicos de otro grado). Esta tarea permite revisar lo trabajado en dichas actividades desde un posicionamiento diferente, llevando a los niños a plantearse nuevas cuestiones acerca de las actividades realizadas: analizar qué se busca poner en práctica, debiendo resolverlos y verificarlos, prever dificultades que puedan tener sus compañeros, desarrollando aclaraciones al respecto, etcétera.

Para concluir, reiteramos la necesidad de abrir un lugar importante al cálculo mental, porque es un espacio de problemas privilegiado para alcanzar un conocimiento fundamentado de los números y de las operaciones.

9 Por ejemplo, a partir del resultado de una suma, es posible conocer el resultado de dos restas.

Adición y sustracción

Las dos primeras actividades que proponemos a continuación apuntan a tratar explícitamente con los alumnos la posibilidad de apoyarse en algunos resultados de sumas y restas, conocidos por ellos, para establecer el resultado de otros cálculos. Por ejemplo, se busca que puedan utilizar el conocimiento de que 6 + 4 = 10, para resolver mentalmente otras sumas y restas, como 600 + 400; 100 – 60; 200 – 60; 1.200 – 40; 1.000 – 400; 140 + 60; 124 + 36; etcétera.

Se trata de utilizar las relaciones construidas para unos números extendiéndolas a otros, "haciendo pie" en la organización de la numeración escrita y en las propiedades de la suma y de la resta. Se busca, además, que los alumnos lleguen a elaborar, difundir y establecer colectivamente un conjunto de reglas que facilitan los cálculos, las estimaciones, el control sobre diferentes resoluciones, etc. En otras palabras, las reglas utilizadas en estos cálculos se basan en la comprensión del funcionamiento del sistema de numeración y de las operaciones.

Para dar lugar al trabajo que se propone, es necesario que los alumnos tengan disponible cierto repertorio aditivo, en el cual puedan apoyarse. Si bien, desde el *Diseño Curricular*, ese repertorio se propone como contenido del Primer ciclo, sólo recientemente se ha comenzado a difundir la necesidad de automatizar ciertos resultados de sumas y restas, y de analizar cómo resultados conocidos permiten calcular con facilidad otros. Por esa razón, resulta posible que algunos alumnos del Segundo ciclo no tengan completamente disponible esta práctica que se irá consolidando a medida que se despliegue en las clases.

El juego de "adivinar el número"

Actividad 1

CONTENIDOS

- Construcción y difusión de diferentes estrategias de cálculo para distintas clases de problemas de suma y resta en un mismo contexto.
- Extensión de los resultados conocidos a números mayores.
- Relaciones entre sumas y restas.

El juego de "adivinar el número"

En este juego, el docente plantea "adivinanzas" que los alumnos deberán responder. Estas "adivinanzas" requieren apelar a la relación entre suma y resta: dados dos elementos de una suma, hay que determinar el tercero. Por ejemplo, una primera adivinanza podría ser:

Pienso un número, le agrego 30, y obtengo 70. ¿Cuál es el número que pensé?

Es importante insistir en que cada alumno busque y escriba su respuesta sin decirla en voz alta, para dar a todos la oportunidad de intentar una solución. Para habilitar a los alumnos a que busquen y anoten lo que van pensando, es preciso "desacartonar" un poco el uso del cuaderno o la carpeta, explicitarles que pueden hacer allí todo lo que ellos necesiten para averiguar lo pedido: probar, borrar, tachar, etc. Este trabajo requiere que se permitan ciertas "desprolijidades" en los espacios dedicados a los momentos de búsqueda.

El problema planteado involucra una cantidad inicial (40) que se transforma (+ 30) dando lugar a una cantidad final (70). En general, los niños están más habituados a trabajar con problemas en los que, dados los sumandos, se pide el resultado. En el enunciado propuesto, en cambio, la incógnita se refiere a la cantidad inicial, esto se vuelve tal vez más complejo que aquellos problemas de suma y resta que vienen resolviendo desde el Primer ciclo. En efecto, buscar la cantidad inicial lleva a utilizar una resta en un problema donde "se agrega"; requiere reconocer que, para hallar esa cantidad, es necesario "deshacer" lo que se agregó. La resta es el recurso que permite "deshacer" la acción de agregar o, en otros términos, deshacer la suma. Esto no significa que la resta sea el único modo válido de resolver el problema; de hecho, muchas veces los alumnos prueban sumando –buscando el complemento–. Será interesante vincular estos dos procedimientos: 40 + 30 = 70 y 70 – 30 = 40.

Después de un tiempo dedicado a la búsqueda de la respuesta, es central proponer una discusión sobre los procedimientos usados antes de pasar a una segunda adivinanza, para analizar su validez y para hacerlos circular en la clase. Como producto de estas discusiones, es interesante que queden anotados los diferentes cálculos que se utilizaron en la resolución. Muchas veces, los alumnos recurren a un cálculo sin poder anotarlo, el maestro podrá escribirlo entonces por ellos. Por ejemplo:

- un alumno dice: *"Yo fui probando, iba de diez en diez sumando treinta, hice diez más treinta... así hasta cuarenta más treinta, que me dio setenta".* Vale la pena que queden esos tanteos anotados:
  10 + 30 = 40; 20 + 30 = 50; 30 + 30 = 60; 40 + 30 = 70;
- otro niño afirma: *"Como le había agregado treinta y me dio setenta, a setenta hay que sacarle los treinta para saber cuánto tenía; setenta menos treinta es cuarenta"* 70 – 30 = 40; o también
- *"Como treinta más treinta es sesenta, entonces eran diez más, cuarenta".*

Es importante vincular entre sí estos diferentes procedimientos: por ejemplo, si sabemos que 30 + 30 es 60, eso nos ahorra ir probando de a 10, o de a 20.

También se podrá establecer la relación entre la suma y la resta, tal como lo explicita el alumno que la utiliza.

En otros términos, en el espacio colectivo se podrán validar los resultados reconstruyendo el cálculo a partir de los números propuestos por los alumnos como respuesta, y que el docente escribirá en el pizarrón. Se intentará, también, vincular estos cálculos con los resultados que ya forman parte del repertorio disponible en la clase.

Algunos ejemplos de "adivinanzas" para ir planteando sucesivamente:

a) Pienso un número, le quito 200 y obtengo 700. ¿Qué número pensé?
b) Al número 300 le agrego otro número y obtengo 1.000. ¿Qué número le agregué?
c) Al número 6.000 le resto un número y obtengo 2.000. ¿Qué número le resté?
d) Pienso un número, le agrego 100 y obtengo 450. ¿Qué número pensé?
e) Pienso un número, le agrego 3.000 y obtengo 8.000. ¿Qué número pensé?
f) Pienso un número, le resto 900 y obtengo 100. ¿Qué número pensé?

El análisis posterior a las resoluciones debe centrarse en las relaciones entre éstos y los cálculos conocidos. Por ejemplo, para a), ... – 200 = 700 puede pensarse a partir de 7 + 2 = 9, ó 9 – 2 = 7.

Luego se propondrán otras "adivinanzas" que no involucren solamente números "redondos". Presentamos algunos ejemplos posibles, a modo de "stock", para que el docente seleccione los que considere pertinentes para su clase:

g) Pienso un número, le agrego 250 y obtengo 600, ¿qué número pensé?
h) Pienso un número, le quito 150 y obtengo 450, ¿qué número pensé?
i) A 450 le agrego 250, ¿qué número obtengo?
j) A 900 le quito 450, ¿qué número obtengo?
k) A 470 le agrego 140, ¿qué número obtengo?
l) A 530 le quito 150, ¿qué número obtengo?

Revisión y ampliación del repertorio aditivo

Actividad 2

CONTENIDOS

- Extensión del repertorio de resultados de sumas y restas conocidos a cálculos con números mayores.
- Relaciones entre sumas y restas.

1) Si el visor de la calculadora muestra el número que aparece en la columna de la izquierda, ¿qué cálculo se podría hacer a continuación para que el visor mostrara el resultado que figura en la columna de la derecha? Anotalo primero en la columna del centro y recién después verificalo con la calculadora.

	Si el visor muestra	Cálculo propuesto	Resultado esperado
a)	300		900
b)	270		300
c)	320		400
d)	560		610
e)	740		540
f)	500		410
g)	400		1.000
h)	650		1.000
i)	830		1.000
j)	1.600		2.000

2) Si el visor de la calculadora muestra el número que aparece en la columna de la izquierda, ¿qué cálculo se podría hacer a continuación para que el visor mostrara el resultado que figura en la columna de la derecha? Anotalo primero en la columna del centro y recién después verificalo con la calculadora.

	Si el visor muestra	Cálculo propuesto	Resultado esperado
a)	840		1.000
b)	2.300		1.900
c)	4.000		3.600
d)	3.400		4.200
e)	780		2.000
f)	670		580
g)	3.900		6.000
h)	980		5.000
i)	8.000		6.700

3) Completá los siguientes cálculos:

a) 530 + ... = 600
b) 720 + ... = 1.000
c) 45 + ... = 1.000
d) 890 + ... = 3.000
e) 600 + 800 = ...

f) 1.500 + 700 = ...
g) 900 – 700 = ...
h) 800 – 250 = ...
i) 1.000 – 400 = ...
j) 3.400 – 600 = ...

En estos problemas se apunta a reconocer la relación entre los cálculos propuestos y las sumas y restas conocidas entre números del 1 al 10. Efectivamente, a partir de la discusión de diferentes estrategias, se espera identificar con los alumnos de qué modo pueden apoyarse en el repertorio conocido.

En sus cuadernos o carpetas, podrían anotar las conclusiones a las que vaya arribando toda la clase. Se espera llegar a afirmaciones del tipo: "600 + 800 es como 6 + 8 pero le agregás dos ceros"; "como 4 + 6 = 10, 40 + 60 = 100; 400 + 600 = 1.000; 1.000 – 400 = 600", "si 7 – 2 = 5; 700 – 200 = 500", etcétera.

Es interesante analizar aquellos procedimientos basados en descomposiciones que permiten "hacer pie" en un número "redondo". Por ejemplo, en el problema 1d), 560 + ... = 610; es posible ir sumando 560 + 40 = 600; 600 + 10 = 610, se sumaron entonces 50. También es posible pensar que, como 6 + 5 = 11; 60 + 50 = 110; entonces 560 + 50 = 500 + 60 + 50 = 500 + 110 = 610.

Resulta pertinente explicitar esta estrategia de apoyarse en un número redondo al resolver una resta. Por ejemplo, para "ir" de 2.300 a 1.900, se puede pensar que, si se restan 300, se "cae" en el 2.000, y luego hay que restar otros 100; resulta entonces que hay que restar 400. Se puede hacer notar asimismo que los cálculos 9 + 4 = 13 ó 13 – 9 = 4 pueden ser "puentes" al resultado: si 13 – 9 = 4; 23 – 19 = 4; entonces, 2.300 – 1.900 = 400.

Se podrá pedir a los alumnos que anoten cálculos como éstos que puedan resolverse a partir de las sumas y restas conocidas por ellos.

Sumas y restas con algunos números "particulares"

Actividad 3

CONTENIDOS

- Sumas y restas de 10, 100 y 1.000, a partir del análisis de las escrituras numéricas, relaciones entre la organización del sistema de numeración y los cálculos de sumas y restas.
- Sumas y restas de números particulares (90, 900, 110, 80, 120, etc.) a partir de las sumas y restas de 10, 100 y 1.000.

SUMAS Y RESTAS CON ALGUNOS NÚMEROS "PARTICULARES"

1) Calculá:
a) 1.900 + 100 =
b) 990 + 10 =
c) 3.900 + 1.100 =
d) 790 + 110 =

2) Cuando hayas encontrado los resultados, explicá si hay alguna forma rápida de hacer estas sumas.

3) Buscá una manera de conocer rápidamente el resultado de:
a) 43 + 99 =
b) 1.362 + 99 =
c) 2.240 + 900 =
d) 3.572 + 990 =
e) 368 + 9 =
f) 262 – 90 =
g) 5.639 – 900 =
h) 1.970 – 99 =

4) Buscá un modo de obtener rápidamente el resultado de:

a) 86 + 11 =
b) 529 + 11 =
c) 894 + 101 =
d) 963 + 101 =
e) 7.305 + 11 =
f) 7.305 + 101 =
g) 7.305 + 1.001 =

5) Buscá una manera de saber rápidamente la solución para:

a) 26 + 59 =
b) 108 + 79 =
c) 463 + 41 =
d) 579 + 21 =

Esta actividad apunta a que los alumnos puedan apoyarse en cálculos relativos a números "redondos" para pensar otros: por ejemplo, la descomposición 9 + 1 = 10, permite pensar 90 + 10; 900 + 100; sumar 10 puede ser una estrategia "puente" si se requiere sumar 11; 8; etc. La discusión posterior a la resolución de cada problema, donde se pongan de relieve las estrategias posibles y se las valide mediante la explicitación de las razones de su funcionamiento y su identificación conjunta ante toda la clase, es central para que su uso se extienda y comience a estar disponible para todos.

Los problemas 1 y 2 ponen en escena el análisis de complementos de un número respecto de otros números redondos, en particular complementos de números con la cifra 9 en alguna posición, lo que requiere establecer cómo se transforma esa cifra en 0 de acuerdo con su valor, por ejemplo, 790 + 110. Por supuesto, también requiere analizar cuáles son las cifras del primer sumando y cómo se modifican en función de las características del segundo número.

Los problemas 3, 4 y 5 apuntan a identificar que es posible basarse en cálculos con números "redondos" para sumar o restar otros números cercanos a ellos. Así, por ejemplo, para sumar o restar 90, es posible sumar o restar 100, y luego restar o sumar 10, respectivamente. Se espera que estas equivalencias queden identificadas para toda la clase y registradas en las carpetas en formulaciones del tipo: "Restar 900 es equivalente a restar 1.000 y agregar 100"; etcétera.

Es importante que, aunque se prestigien ciertas relaciones que surgen de las estrategias puestas en juego para estos cálculos, quede abierta la posibilidad de recurrir a otros procedimientos que, según los números, también puedan resultar pertinentes. Por ejemplo, en el problema 5a), 26 + 59 puede resolverse apelando al resultado de 6 + 9 = 15...; a 60 + 25; a 59 + 20 + 1 + 5; etc. Es decir, buscamos que el recurso a los cálculos con números redondos se encuentre disponible, pero no que se convierta en un procedimiento único y que anule la riqueza de la diversidad de posibilidades que abre el cálculo mental.

Estimaciones

Actividad 4

Contenidos

- Estrategias de cálculo aproximado basadas en conocimientos sobre el sistema de numeración y en el uso de las propiedades de las operaciones.

La estimación en cálculos aritméticos consiste en la posibilidad de realizar aproximaciones a resultados, sin necesidad de hallar una respuesta exacta. Como el grado de aproximación puede variar, hay varias respuestas igualmente válidas para un mismo cálculo. La estimación busca rapidez, por ello utiliza números "redondos" para facilitar las operaciones.

Es importante que la estimación se convierta en objeto de enseñanza. Por un lado, porque forma parte de conocimientos matemáticos básicos de los cuales debe disponer todo ciudadano por su potencia para anticipar y controlar cálculos; por otro lado, por su valor para la comprensión de las propiedades del sistema de numeración y de las operaciones y, finalmente, para la construcción de un "sentido de lo numérico".

Estimaciones

1) Tratá de responder, sin hacer el cálculo exacto:

a) 235 + 185 ¿será mayor o menor que 500?
b) 567 – 203 ¿será mayor o menor que 300?
c) 567 – 243 ¿será mayor o menor que 300?
d) 418 + 283 ¿será mayor o menor que 600?
e) 639 – 278 ¿será mayor o menor que 400?

2) Para cada uno de los siguientes cálculos, te damos tres opciones. Una de ellas, corresponde al resultado correcto. Sin hacer la cuenta, analizá las opciones y marcá cuál te parece que es el resultado:

a) 235 + 185 =	620	320	420
b) 567 – 203 =	464	264	364
c) 186 + 238 =	424	224	324
d) 639 – 278 =	361	461	261

En el problema 1, los alumnos deben realizar un análisis global que les permita encuadrar el resultado. Por ejemplo, en el c), frente a la tarea de decidir si 567 – 243 es menor o mayor que 300, algún alumno podría plantear: "567 – 243 no puede ser menor que 300 porque 567 – 200 = 367 y 367 – 43 da más que 300".

En el problema 2, si bien aparecen tres resultados para cada caso, éstos ya están dados, y los números elegidos hacen que no sea necesario llegar a calcular el resultado exacto porque las aproximaciones permiten ir descartando los resultados incorrectos.

Las estimaciones pueden requerir diferente nivel de precisión. A veces, basta con sólo referirse a las unidades de orden mayor, como sucede en el problema 1d): 418 + 283 seguramente será mayor que 600, porque 400 + 200 es 600. Otras veces, es necesario avanzar haciendo un análisis más exhaustivo. Por ejemplo, en el problema 2, para decidir con relación al cálculo 235 + 185, entre 320 y 420, no basta con pensar en las centenas, es necesario tener en cuenta que 30 + 80 supera los 100; por lo tanto, el resultado supera los 400.

Abrir el trabajo escolar a situaciones que requieren –o admiten– la estimación no constituye una práctica habitual; en general, las actividades apuntan a resultados exactos. Por ello, para favorecer que los alumnos "entren" en este tipo de práctica –no resultará fácil inicialmente–, será necesario sostener la propuesta, alentar la búsqueda, mostrar estrategias, explicitar las ventajas de dominar estrategias de estimación por la rapidez que procuran, porque permiten anticipar y controlar resultados para cálculos exactos, etcétera.

En estas tareas es importante retomar las diversas estrategias que se pongan en juego para difundir en la clase aquellas que queremos que todos los alumnos aprendan. A su vez, será necesario justificar la validez de dichas estrategias, basándose en cálculos ya reconocidos o en conocimientos sobre el sistema de numeración.

Resulta también interesante discutir las diferencias entre las respuestas de los alumnos antes de dirimir la cuestión a través de la realización del cálculo efectivo. Como ya mencionamos, la necesidad de buscar una manera de estar seguros de que cierta respuesta es o no correcta, sin apelar a los resultados, "invita" a recurrir a las propiedades utilizadas.

De manera transversal, el hecho de pedir explicaciones comunica implícitamente a la clase que el trabajo matemático incluye la elaboración de argumentos que justifiquen los resultados que se van encontrando, y que los mismos no están ligados a la suerte, sino a la puesta en marcha de procedimientos basados en propiedades y en razonamientos.

Actividad 5 — Sumas y restas con múltiplos de 25

CONTENIDOS

- Sistematización y práctica de sumas y restas con múltiplos de 25.
- Utilización de sumas y restas conocidas que involucran múltiplos de 25.

Los problemas que siguen apuntan a que los alumnos se familiaricen con los resultados de sumar o restar 25, 50, 75, 125, etc. Proponemos un trabajo en el que, a partir de la resolución sostenida de un conjunto de cálculos y de la reflexión sobre los mismos, los niños puedan tener disponible en memoria ciertas relaciones y, también, ciertos resultados. Estos problemas pueden constituir además una oportunidad para recuperar estrategias puestas en juego en actividades precedentes. Por ejemplo, 75 + 25 puede pensarse como 50 + 25 + 25 = 100; 75 + 50 puede pensarse como 75 + 25 (que ya se sabe que da 100), para luego sumarle otros 25, etcétera.

Se trata de identificar que:

25 + 25 = 50

50 + 50 = 100
50 + 25 = 75

A partir de los cálculos anteriores, establecer también que:

25 + 25 + 25 + 25 = 100
25 + 25 + 25 = 75
75 + 25 = 100

Se plantearán además restas asociadas a estos cálculos, por ejemplo:

100 – 25 = 75
75 – 25 = 50, etcétera.

SUMAS Y RESTAS CON MÚLTIPLOS DE 25

1) Sumá mentalmente:

150 + 25 =
350 + 125 =
425 + 150 =
1.025 + 350 =
1.325 + 350 =
175 + 125 =
425 + 275 =
375 + 425 =
1.075 + 125 =
1.025 + 175 =

2) Restá mentalmente:

375 – 175 =
125 – 75 =
125 – 50 =
450 – 125 =
475 – 125 =
450 – 75 =
675 – 150 =

Con algunos cálculos se busca, además, establecer la estrategia que consiste en buscar maneras convenientes de agrupar los números para sumar o restar. Por supuesto, estas maneras no son únicas, y diferentes resoluciones pueden apelar a distintos ordenamientos de los números. Por ejemplo, para 175 + 125 es posible sumar todas las centenas por un lado, 100 + 100 = 200 y, por otro, agrupar las partes restantes de los números 75 + 25 = 100; o también, 175 + 25 + 100 = 200 + 100.

Estos procedimientos se apoyan en el uso de las propiedades de los números y de las operaciones. En la discusión colectiva, deberá quedar claro para toda la clase que, en las diferentes descomposiciones, siempre se está reacomodando de distinto modo el mismo número. Los alumnos tienen que guardar control de que siempre están sumando o restando la cantidad solicitada.

Actividad 6 — Cálculo de distancias entre números

CONTENIDOS

- Cálculo de complementos a unidades de mil o decenas de mil, a partir del análisis de las escrituras numéricas.
- Relaciones entre suma y resta.

CÁLCULO DE DISTANCIAS ENTRE NÚMEROS

1) ¿Cuánto hay que sumarle a... para obtener...?

¿Cuánto hay que sumarle a	para obtener...?	Respuesta	Anotaciones en borrador que necesites hacer para averiguarlo
358	1.000		
699	3.000		
2.455	10.000		
678	10.000		
8.322	15.000		
6.189	7.200		
199	10.000		
9.999	50.000		

2) ¿Cuánto hay que restarle a... para obtener...?

¿Cuánto hay que restarle a	para obtener...?	Respuesta	Anotaciones en borrador que necesites hacer para averiguarlo
1.000	755		
2.000	898		
10.000	4.570		
10.000	999		

Para estos problemas puede resultar interesante el uso de la calculadora para comprobar sus respuestas porque la actividad exige a los alumnos anticipar el cálculo y, al hacerlo luego efectivamente en la máquina, es posible recibir una verificación inmediata de esa anticipación. Se les puede pedir que anoten el número que consideran que debe sumarse y que, antes de comprobarlo con la calculadora, busquen una manera de estar seguros de lo que han anticipado.

Estas situaciones permiten poner en relación la suma y la resta. Así, por ejemplo, el problema 2 ofrece la posibilidad de discutir con los niños que, aunque el problema trate de una resta, se puede resolver a partir de una suma. Para determinar cuánto hay que restarle a 1.000 para obtener 755, una estrategia frecuente consiste en buscar el complemento, por ejemplo, de la siguiente manera:

755 + 5 = 760
760 + 40 = 800
800 + 200 = 1.000

Se trata de analizar colectivamente la relación entre este procedimiento basado en la suma (755 + 245 = 1.000) y la resta (1.000 – 755 = 245).

Los alumnos suelen resolver de manera similar el problema 1 calculando cuánto hay que sumarle a un número para alcanzar otro. Por ejemplo, para averiguar cuánto hay que sumarle a 358 para obtener 1.000, una manera en que los alumnos pueden pensar este problema es a partir de sumas parciales que permitan "redondear" el número:

358 + 2 = 360
360 + 40 = 400
400 + 600 = 1.000
Entonces, a 358 se le sumó 642.

Un aspecto a identificar en el análisis colectivo es cómo reconstruir la respuesta a partir de la serie de cálculos realizados. Esto exige tener un control de todos los cálculos, y no sólo del último, para llegar a establecer que, por ejemplo, para el caso anterior, finalmente se ha sumado 642 a 358 y se obtuvo 1.000, con lo cual la respuesta es 642. Nuevamente en este caso se pueden resaltar las relaciones:

358 + 642 = 1.000
1.000 – 358 = 642

Observemos que, en el trabajo de cálculo mental con sumas y restas, a veces resulta conveniente comenzar a operar por las cifras de mayor orden (por ejemplo, para hacer 372 + 135, calcular 300 + 100 = 400 ó 372 + 100 = 472, y luego agregar las decenas y las unidades); otras veces es útil comenzar por las unidades porque de esa manera se redondea el número, de modo que las sumas siguientes sean más sencillas (por ejemplo, para hacer 358 + 642 *conviene* empezar haciendo 8 + 2, para obtener 10 y tratar más fácilmente los cálculos siguientes).

La riqueza del trabajo de cálculo mental incluye el hecho de que los niños tienen que decidir la estrategia más conveniente. La posibilidad de los alumnos de abordar los problemas dependerá de la familiaridad que tengan con este tipo de actividades, de sus conocimientos sobre el sistema de numeración, del "redondeo", etc. Si para algunos niños resultara muy difícil, se podrán proponer actividades similares con números más pequeños, de manera que tengan la posibilidad de poner en juego estrategias como las reseñadas a propósito de un rango numérico sobre el que tienen mayor dominio. De la misma manera, también se pretende que los criterios que se usan para validar una cierta estrategia vayan avanzando y dejen de ser "sabemos que está bien porque nos dio lo mismo" para progresivamente acercarse a "sabemos que está bien porque nos apoyamos en estas relaciones que consideramos que son correctas". En este marco, resulta esencial el trabajo de debate colectivo.

Dobles y mitades

CONTENIDOS

- Cálculo de dobles y mitades a partir del repertorio aditivo.
- Uso de los conocimientos sobre el sistema de numeración y la propiedad distributiva respecto de la suma para la multiplicación y para la división en el cálculo de dobles y mitades.

El conocimiento de dobles y mitades constituye un buen punto de apoyo para organizar la resolución de algunos cálculos mentales. Por esa razón, consideramos que es relevante que la enseñanza dedique un espacio a garantizar su dominio por parte de los alumnos. Si bien este conocimiento se retomará a propósito de la multiplicación y la división, buscamos una primera aproximación a partir de sumar dos veces el mismo número.

Es necesario estar alerta a que no todos estos cálculos son equivalentes, su complejidad depende mucho de los números involucrados. Sabemos que encontrar el doble de un número resulta más fácil a los niños que hallar la mitad. A su vez, calcular la mitad de números cuyas cifras son todas pares –como 24, 48, 866, etc.– ocasiona menos dificultades que calcular la mitad de números con alguna o algunas cifras impares –como 38, 562, etc.–. Por ejemplo, para pensar la mitad de 48, es posible apelar a la mitad de 4 y de 8, lo cual facilita su resolución; en cambio, para pensar la mitad de 38, no es posible hacerlo de la misma manera: la mitad de 30 es 15 y la mitad de 8 es 4, con lo cual la mitad de 38 resulta 19. Será interesante que esta mayor complejidad para ciertos números se convierta en objeto de análisis en la clase.

Se espera que los alumnos apelen al uso de relaciones que están vinculadas con la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma o de la resta, y con la propiedad distributiva a derecha de la división respecto de la suma o de la resta. Como producto de un análisis conjunto de toda la clase, posterior a las resoluciones, se espera que los alumnos, con ayuda del docente, lleguen a identificar procedimientos del tipo:

- "El doble de 29 es igual al doble de 20 más el doble de 9."
- "El doble de 29 es igual al doble de 30 menos 2, que es el doble de 1."
- "La mitad de 52 es igual a la mitad de 50 más la mitad de 2."
- "La mitad de 98 es igual a la mitad de 100 menos la mitad de 2."

Las siguientes son actividades que el maestro podrá proponer, si lo considera pertinente, para completar o profundizar el trabajo realizado:

Calculá el doble de cada uno de estos números:

12 - 21 - 26 - 29 - 34 - 57
15 - 18 - 25 - 42 - 37 - 38
55 - 80 - 100 - 150 - 300

Calculá la mitad de cada uno de estos números:

26 - 30 - 36 - 48 - 52
22 - 38 - 46 - 56 - 94
260 - 500 - 1.000 - 930

Multiplicación y división

Tabla de multiplicaciones

Actividad 1

CONTENIDOS

- Sistematización y ampliación del repertorio de multiplicaciones.
- Exploración de las relaciones de proporcionalidad involucradas en las multiplicaciones.

El propósito de esta actividad consiste en completar el cuadro para luego establecer diferentes relaciones entre algunas tablas de multiplicar. De manera análoga a lo mencionado respecto del repertorio aditivo, se trata aquí de que los alumnos puedan construir una red de relaciones que les faciliten la memorización de algunos productos, o una fácil reconstrucción a partir de resultados memorizados. Por ejemplo, recordar 7 x 8 sabiendo que es el doble de 7 x 4, o el cuádruple de 7 x 2, o a partir de 5 x 8 + 2 x 8, o de 7 x 10 – 7 x 2; etc. Buscamos así apoyar la memorización en la comprensión, de modo de contribuir a evitar una escena tan frecuente en las aulas: los niños se olvidan las tablas, a pesar de que se les solicita estudiarlas y repasarlas todos los años.

Se propondrá a los alumnos completar individualmente, en un cuadro como el que sigue –denominado cuadro o tabla pitagórica– los casilleros correspondientes a aquellos productos que recuerden de memoria.

El núcleo de esta actividad consiste en el análisis colectivo posterior, en el cual se apunta a establecer relaciones entre las diferentes tablas y a explicitar el modo en que estas relaciones ayudan a conocer los resultados de una multiplicación a partir de otras.

Material:

- Una tabla pitagórica para completar por alumno.
- Un afiche con la misma tabla, tamaño pizarrón, para el análisis colectivo posterior.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Del análisis colectivo, se espera llegar a establecer las siguientes relaciones:

a) Las diferentes tablas pueden relacionarse entre sí.

Un aspecto central a trabajar en esta discusión colectiva es que los alumnos reflexionen acerca de cómo usar los resultados que recuerdan para averiguar otros, a partir de las relaciones entre las diferentes filas y columnas de esta tabla.

Respecto de la tabla del 5, es interesante retomar lo que los alumnos ya saben a propósito de la multiplicación por 10 y vincularlo con la multiplicación por 5, para producir formulaciones similares a:

- "la tabla del 5 es fácil", porque todos los números terminan en 0 o en 5;
- si recorremos la tabla del 5 de a dos casilleros a partir del 10 (5 x 2), encontramos la tabla del 10; porque dos veces cinco equivale a una vez diez: ya se conocían las multiplicaciones por 10; multiplicar por 5 es la mitad de multiplicar por 10;
- si recorremos la tabla del 5 de a dos casilleros, a partir de un número que termina en 5, se "cae" en otro número que también termina en 5, y que es el resultado de haberle sumado 10 al anterior.

Del mismo modo, se comentará que la tabla del 4 es el doble de la tabla del 2, la del 8 es el doble que la del 4, la del 6 es el doble que la del 3, la del 9 es el triple que la del 3, etcétera.

También es posible establecer que la tabla del 7 puede reconstruirse sumando los resultados de las tablas del 3 y del 4, o restando los resultados de la tabla del 10 a los resultados correspondientes de la tabla del 3. Del mismo modo, es posible conocer los resultados de otras multiplicaciones, tales como las multiplicaciones por 9, a partir de sumar los resultados de multiplicar por 4 y por 5; por 7 y por 2; o restar, al número multiplicado por 10, una vez ese número.

Se trata, en síntesis, de establecer una red de relaciones entre multiplicaciones a partir del cuadro pitagórico que alimentarán la necesaria memorización de los productos para facilitar que estén disponibles en el momento de realizar un cálculo.

b) La propiedad conmutativa de la multiplicación hace que baste con memorizar la mitad de los productos del cuadro.

Otro aspecto a analizar se refiere a los resultados que se reiteran a partir de un eje de simetría constituido por una diagonal del cuadro. Esto, basado en la conmutatividad de la multiplicación, permite reconstruir una mitad del cuadro a través del conocimiento de la otra mitad.

c) La multiplicación por 0 y por 1 son casos particulares que podrían ponerse en debate.

d) Puede haber diferentes multiplicaciones que den el mismo resultado.

Podrán buscarse distintas multiplicaciones que arrojen un mismo resultado. Por ejemplo, para los siguientes números: 24, 18, 30, 32, 36, etcétera.

Como conclusión de estos análisis se espera que los alumnos comprendan que las propiedades de las operaciones pueden contribuir a reconstruir los cálculos y a recuperarlos en caso de olvido.

Resulta necesario proponer, en sucesivas oportunidades, un trabajo sistemático dirigido a que los alumnos memoricen este repertorio. Para ello, el maestro podrá pedirles que anoten cuáles son las tablas o multiplicaciones que recuerdan fácilmente de memoria y no tienen que volver a calcular cada vez y cuáles les resultan muy difíciles de recordar. En instancias colectivas, los niños podrán presentar las multiplicaciones que les resultan complicadas y, entre todos, buscar "pistas" –a partir de las diferentes relaciones– que permitan recordarlas.

Si alguien no recuerda 9 x 8, es posible reconstruirlo. Por ejemplo,

- 9 x 4: vimos que 9 x 8 es el doble de 9 x 4: 9 x 8 = 9 x 4 x 2 = 36 x 2 = 72;
- 9 x 8 = 9 x 5 + 9 x 3 = 45 + 27 = 72;
- 9 x 8 = 5 x 8 + 4 x 8 = 40 + 32 = 72;
- 10 x 8 – 8 = 80 – 8 = 72;
- 9 x 10 – 9 x 2 = 90 – 18 = 72;
- etcétera.

Estas "pistas" quedarán registradas en las carpetas para que los alumnos puedan volver sobre ellas las veces que lo consideren necesario. Todo este bagaje de conocimientos constituirá una trama que contribuirá al trabajo de memorización de las tablas.

Algunas prolongaciones posibles:

a) Podrá proponerse a los alumnos jugar a la "tapadita": el docente muestra la tabla pitagórica del afiche completa con algunos casilleros tapados. Los alumnos deberán anotar en sus cuadernos los resultados de las multiplicaciones que se encuentran ocultos (sin consultar sus tablas pitagóricas personales).

b) También se les pueden presentar tablas completas con algunos errores para que ellos las corrijan.

c) Utilizando la calculadora, es posible plantear a los niños problemas que requieran reconstruir un resultado de la tabla pitagórica a partir de otros:

- En la calculadora tenés que hacer las siguientes multiplicaciones, ¿cómo podrías resolverlas si no funcionara la tecla 8?

  4 x 8 =
  6 x 8 =
  7 x 8 =
  5 x 8 =

- ¿Y si no pudieras usar la tecla del 6?

  9 x 6 =
  8 x 6 =
  7 x 6 =

- ¿Si no funcionara la tecla del 7?

  4 x 7 =
  10 x 7 =
  5 x 7 =

d) Para que los alumnos mismos puedan controlar cuáles son las multiplicaciones que recuerdan y cuáles no, es posible organizar el siguiente juego. El maestro dice una multiplicación y la anota en el pizarrón. Da sólo unos breves instantes para que los niños, de manera individual, la escriban en su carpeta y anoten también el resultado. Enseguida dicta otra multiplicación y los niños repiten el procedimiento. Si no recordaran ese producto, de todos modos la copian en su hoja.

Luego de varias multiplicaciones, se controlan los resultados con la calculadora y se discute, entre todos, cuáles han sido las cuentas en las que no pudieron responder o se equivocaron.

El maestro selecciona qué casos analizar y gestiona, entonces, una discusión colectiva en la que entre todos los jugadores establecen pistas para que se puedan recordar esas multiplicaciones en una próxima oportunidad.

Cada alumno, a su vez, deberá organizar las multiplicaciones que debe estudiar. Para ello, trabajará en su carpeta y podrá agruparlas, anotar las pistas sugeridas en la clase, solicitar pistas para algunas multiplicaciones que no se hayan discutido, distribuir su estudio a lo largo de los días, etcétera.

Será interesante que, en sucesivas jugadas, los alumnos evalúen cómo disminuyen las multiplicaciones que desconocen, es decir, cuáles van dejando de formar parte de las que no pueden resolver para convertirse en las que ya dominan.

La tabla pitagórica para resolver divisiones

Actividad 2

CONTENIDOS

- Uso del repertorio multiplicativo para resolver divisiones exactas.
- Relaciones entre multiplicación y división.
- La división como la búsqueda del factor desconocido de una multiplicación.

LA TABLA PITAGÓRICA PARA RESOLVER DIVISIONES

1) Un número, multiplicado por 7, da 56. ¿Qué número es?
Después de buscar el número, identificá entre las siguientes escrituras la que representa esta adivinanza:
7 + ... = 56   ... x 7 = 56   ... – 7 = 56

2) Para cada una de las siguientes preguntas, señalá la respuesta correcta y anotá el cálculo que hiciste para responder:

- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 5, da 40?
  5   8   10
- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 7, da 21?
  6   3   9
- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 8, da 32?
  7   3   4

3) Inventen adivinanzas similares y desafíen a sus compañeros.

Estas situaciones tratan de la búsqueda de un factor desconocido de una multiplicación. Para los alumnos, no resulta evidente que buscar el factor desconocido de una multiplicación equivale a dividir el producto por el otro factor: establecer esta relación es un objetivo de la actividad. Así, por ejemplo, a partir de 6 x 7 = 42, es posible afirmar que 42 : 7 = 6 y 42 : 6 = 7.

A continuación, el docente podrá proponer diferentes divisiones que puedan resolverse a partir de los resultados de la tabla pitagórica y pedir a los alumnos que piensen otros ejemplos.

LA TABLA PITAGÓRICA PARA RESOLVER DIVISIONES

4) A partir de los resultados de la tabla de multiplicaciones, completá el cociente de las siguientes divisiones:

36 : 6 =   36 : 4 =
48 : 8 =   42 : 7 =
81 : 9 =

3 Actividad

Multiplicación y división por 10, 100 y 1.000 y por otros números terminados en ceros

Esta actividad aborda contenidos relacionados con las operaciones multiplicativas involucradas en las escrituras de los números. Se trata de trabajar sobre las multiplicaciones y divisiones por 10, 100 y 1.000, y extenderlas como puntos de apoyo para resolver otros cálculos.

Contenidos

- Cálculo mental de multiplicaciones y divisiones apoyándose en propiedades de las operaciones y del sistema de numeración:
  – multiplicación y división por potencias de 10,
  – multiplicación y división por números "redondos".

Multiplicación y división por 10, 100 y 1.000 y por otros números terminados en ceros

1) a) En la tabla de multiplicaciones encontramos algo que ya sabíamos: al multiplicar un número por 10, el producto termina en cero. ¿Eso sucede siempre? ¿Podemos saber con certeza que si uno continúa con la tabla del 10 hasta un número cualquiera, el producto terminará en 0? ¿Por qué sucede eso?

b) ¿Podés dar rápidamente el resultado de 25 x 10? ¿Y, luego el de 64 x 10?

c) ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 10?

168 – 7.980 – 7.809 – 9.800 – 5.076 – 3.460

2) Vamos a retomar las relaciones anteriores para analizar las multiplicaciones por 100.

a) Calculá:

23 x 100   20 x 100   105 x 100   123 x 100   120 x 100

b) ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 100?

450   400   2.350   2.300   2.003   2.030   1.200.000

3) Calculá mentalmente:

a) 45 x ... = 4.500
b) 128 x ... = 1.280
c) 17 x ... = 17.000
d) ... x 10 = 320
e) ... x 100 = 800
f) ... x 100 = 1.300

g) ... x 100 = 4.000
h) ... x 1.000 = 7.000

i) ... x 1.000 = 29.000
j) ... x 1.000 = 50.000

4) a) Anoten divisiones que se pueden conocer a partir de las multiplicaciones que hicieron en los problemas anteriores.

Por ejemplo, si 45 x 100 = 4.500, entonces se puede escribir:

4.500 : 100 = 45 y

4.500 : 45 = 100

b) En parejas, traten de recordar o elaborar una regla que sirva para las divisiones por 10, 100 ó 1.000.

5) Analizá estos cálculos para anticipar cuáles darán el mismo resultado.
Explicá cómo lo pensaste.

4 x 2 x 10 =
80 x 10 =
4 x 2 x 10 x 10 =

4 x 20 =
5 x 10 x 4 x 10 =
50 x 40 =

6) a) Imaginate que el visor de la calculadora muestra cada uno de los números que aparecen en la columna de la izquierda. Anotá cómo es posible, con una única operación en cada caso, lograr que aparezca en el visor de la calculadora el resultado escrito en la columna de la derecha. Como siempre, te pedimos que primero lo anticipes y, recién después, lo verifiques en tu calculadora.

28		280
6		120
470		47
8		2.400
6.300		63
12		3.600
4.000		40

b) Anotá 35 en la calculadora y realizá una operación por vez para obtener sucesivamente los números de la “tira”.

35		350		700		7.000		1.000		10		180		6

c) Calculá mentalmente:

4 x 60 =	... x 200 = 800
12 x 20 =	... x 50 = 4.000
15 x 30 =	8 x ... = 320
50 x 60 =	... x 50 = 1.000
200 x 70 =	... x 80 = 16.000

d) ¿Podés ahora proponer una regla para multiplicaciones y divisiones por cualquier número terminado en cero? (Por ejemplo, 20, 50, 200, 1400.)

Esta actividad pone en juego la relación entre el sistema de numeración, y la multiplicación y división por potencias de 10 y múltiplos de ellas (10, 100, 1.000, etc. y números como 20, 500, 3.000, etc., respectivamente). Se apunta a que los alumnos amplíen su repertorio multiplicativo, mediante la inclusión de reglas automatizadas para estos cálculos y que se apoyen también en las multiplicaciones conocidas a partir de la tabla pitagórica.

Así, es importante detenerse a analizar que, por ejemplo, 4 x 30 es equivalente a 4 x 3 x 10, porque 30 es 3 x 10; entonces, 4 x 30 equivale a hacer 4 x 3 x 10. Por esa razón, resulta posible apelar a 4 x 3 para luego multiplicarlo por 10. Estas equivalencias se fundamentan en la propiedad asociativa de la multiplicación.

Estas relaciones y la vinculación entre la multiplicación y la división permiten justificar un procedimiento análogo para resolver divisiones con números "redondos". Por ejemplo, 180 : 30 = 6 puede justificarse del siguiente modo:

Como 6 x 30 = 6 x 3 x 10 = 180, entonces
180 : 3 = 6 x 10
180 : 3 : 10 = 6

Por esta razón, puede apelarse a dividir las partes del número "sin los ceros" para después dividir ese cociente por la potencia de la base que corresponda, en este caso 10.

Actividad 4 Multiplicación por algunos números "particulares" (19, 21, etc.), a partir de la multiplicación por números "redondos"

CONTENIDOS

- Cálculo mental de multiplicaciones y divisiones apoyándose en propiedades de las operaciones y del sistema de numeración:
  - uso de la multiplicación por potencias de 10 y múltiplos de ellas para resolver otras multiplicaciones;
  - uso de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y de la resta.

MULTIPLICACIÓN POR ALGUNOS NÚMEROS PARTICULARES (19, 21, ETC.), A PARTIR DE LA MULTIPLICACIÓN POR NÚMEROS "REDONDOS"

1) a) Multiplicar 3 x 20 es fácil. Ahora bien, ¿cómo se puede utilizar esa cuenta para calcular 3 x 19 mentalmente?

b) Calculá mentalmente estos productos:

5 x 19 =
7 x 19 =
30 x 19 =

En el problema 1a), después de dejarles un tiempo a los alumnos para que piensen y busquen algún procedimiento para 3 x 19, se podrá analizar colectivamente en qué sentido la multiplicación por 20 es un recurso para multiplicar por 19, explicitando que 19 veces un número es equivalente a 20 veces ese mismo número menos una vez el número, es decir:

3 x (20 – 1) = 3 x 20 – 3 = 60 – 3 = 57

Luego, podrán plantearse cálculos similares para que los niños puedan utilizar la estrategia analizada.

Un error muy frecuente en problemas del tipo (1b) consiste en que los alumnos multipliquen por 20, y resten 1 para multiplicar por 19. Es interesante someterlo al análisis. Resulta fundamental instalar en el grupo la necesidad de controlar, por ejemplo, cómo es posible estar seguro de que para 3 x 19 se hicieron 19 veces 3, explicitando que, al hacer 20 veces 3, hay que restar 1 vez 3, y no 1.

MULTIPLICACIÓN POR ALGUNOS NÚMEROS PARTICULARES (19, 21, ETC.), A PARTIR DE LA MULTIPLICACIÓN POR NÚMEROS "REDONDOS"

2) Calculá mentalmente estos productos y explicá cómo los pensaste:

a) 5 x 29 =
b) 7 x 49 =
c) 6 x 38 =
d) 3 x 78 =

Se trata de extender el recurso identificado en el problema anterior a otras multiplicaciones. Para multiplicar por 38, por ejemplo, es pertinente pensarlo a partir de la multiplicación por 40:

6 x 38 = 6 x 40 – 6 x 2

Es necesario analizar explícitamente esta equivalencia para asegurarse de que los alumnos comprendan que, en ambos casos, se está haciendo "38 veces 6".

También aquí se podrá retomar el error analizado a propósito del problema anterior, al explicitar, por ejemplo, por qué multiplicar por 38 no es equivalente a multiplicar por 40 y restar 2, sino que es necesario restar dos veces el número.

MULTIPLICACIÓN POR ALGUNOS NÚMEROS PARTICULARES (19, 21, ETC.),
A PARTIR DE LA MULTIPLICACIÓN POR NÚMEROS "REDONDOS"

3) Calculá mentalmente estos productos y explicá cómo los pensaste:

a) 7 x 39 =
b) 9 x 22 =
c) 6 x 22 =
d) 5 x 59 =
e) 4 x 53 =

La resolución y el análisis de este problema puede organizarse de manera similar a la propuesta para el problema 1. Es decir, plantear un primer cálculo que apunte a que los niños exploren ciertas estrategias y analizarlas colectivamente para establecer alguna conclusión. Por ejemplo, 7 x 39 puede pensarse como 7 x 40 – 7, identificando el apoyo en la multiplicación por un número redondo y, con este recurso establecido, realizar luego los otros cálculos.

Como en los problemas anteriores, los alumnos deberán estar en condiciones de controlar (y probar) que, en dicho procedimiento, se asegura haber hecho 39 veces 7. De manera similar, para e), será útil recurrir a 4 x 50 + 4 x 3, etcétera.

MULTIPLICACIÓN POR ALGUNOS NÚMEROS PARTICULARES (19, 21, ETC.),
A PARTIR DE LA MULTIPLICACIÓN POR NÚMEROS "REDONDOS"

4) Revisá los procedimientos que se usaron para los problemas anteriores. Proponé otras multiplicaciones ayudándote con lo que sabés sobre los cálculos con números "redondos".

Esta actividad está orientada a que los alumnos reutilicen y generalicen los conocimientos identificados en los problemas que anteceden: las multiplicaciones con números "redondos" sirven de apoyo para multiplicaciones con otros números particulares. Así, la multiplicación por 20 permite acceder a multiplicaciones por 19, 21, 18, 22 y 17, mientras que la multiplicación por 30, a multiplicaciones por 31, 29, etcétera.

Se trata de concluir con los alumnos que, por ejemplo, multiplicar por 19 equivale a "el número dado multiplicado por 20 menos una vez ese número".

Procedimientos como éstos se basan en la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y de la resta. Es así como ciertos problemas de cálculo mental constituyen una oportunidad para hacer funcionar ciertas propiedades y reconocer allí su valor como herramienta para facilitar los cálculos, o para probar la validez de un procedimiento.

Actividad 5

Resolver cálculos a partir de uno conocido

CONTENIDOS

- Cálculo mental de multiplicaciones y divisiones apoyándose en propiedades de las operaciones y del sistema de numeración:
  – relaciones entre la multiplicación y la división;
  – descomposiciones de cada uno de los factores y el producto.

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

1) a) A partir de las siguientes multiplicaciones, ¿es posible completar la tabla sin volver a hacer toda la cuenta?

2 x 28 = 56
3 x 28 = 84
4 x 28 = 112
5 x 28 = 140

	6	8	10	20	30	40	50	100
x 28								

Esta actividad apunta a identificar diferentes relaciones entre las multiplicaciones, las que posibilitan distintos caminos de búsqueda para cada uno de los productos solicitados. De ese modo, por ejemplo, es posible calcular:

8 x 28, sabiendo que 8 es el doble de 4; por lo tanto, ese producto será el doble de 4 x 28;
6 x 28, haciendo el doble de 3 x 28; el triple de 2 x 28, restando una vez 28 a 4 x 28; o haciendo 5 x 28 – 2 x 28;
10 x 28 resulta un producto conocido fácilmente ya por los alumnos; es posible reconocer también que es el doble de 5 x 28.
20 x 28 a partir del doble de 10 x 28; de 2 x 28 x 10; de 5 x 4 x 28; etcétera.

El docente podrá recordar las relaciones entre las tablas de multiplicación analizadas a propósito de la tabla pitagórica.

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

2) a) A partir de los siguientes resultados, ¿cómo podrías resolver las multiplicaciones que aparecen a continuación?

1 x 34	2 x 34	3 x 34	4 x 34	5 x 34	6 x 34	7 x 34	8 x 34	9 x 34	10 x 34
34	68	102	136	170	204	238	272	306	340

12 x 34 =
11 x 34 =
15 x 34 =

b) Anotá tres multiplicaciones que se puedan calcular con la ayuda de los resultados que aparecen en la tabla anterior; luego, intercambiá esas multiplicaciones con un compañero para que las resuelva sin hacer toda la cuenta.

En este problema se utilizan, nuevamente, los recursos trabajados en las actividades anteriores: componer uno de los factores a partir de otros. Por ejemplo, 11 x 34 puede pensarse como 5 x 34 + 6 x 34.

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

3) a) A continuación te damos el resultado de dos multiplicaciones. ¿Cómo podrías usar esos resultados para calcular el de las otras?

Sabiendo que 3 x 40 = 120, calculá:	Sabiendo que 80 x 20 = 1.600, calculá:
3 x 400 =	80 x 40 =
30 x 40 =	80 x 80 =
300 x 4 =	80 x 60 =
6 x 40 =	
9 x 40 =	

b) ¿Qué divisiones podrías plantear a partir de las multiplicaciones y los resultados que produjiste en el ejercicio anterior?

c) A continuación te damos el resultado de una división. ¿Cómo podrías usar ese resultado para resolver los cálculos que aparecen a continuación?

2.400 : 30 = 80

2.400 : 80 =

80 x 30 =

4.800 : 30 =

Este problema retoma y avanza en la consideración de las propiedades de las operaciones para enfocar ciertos cálculos: *multiplicar por 9 es el triple de multiplicar por 3; multiplicar un número por 60 es equivalente a sumar los productos parciales que resultan de multiplicar ese número por 40 y por 20,* etcétera.

Otra cuestión importante que se retoma aquí es la relación entre multiplicación y división: cómo es posible, a partir de una multiplicación, conocer dos divisiones o, a partir de una división exacta, conocer una multiplicación y otra división.

Por ejemplo, si 3 x 40 = 120, entonces:
120 : 3 = 40
120 : 40 = 3

O también, si 2.400 : 30 = 80, entonces:
2.400 : 80 = 30
80 x 30 = 2.400

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

4) a) Tomando en cuenta que 120 x 30 = 3.600, calculá los resultados de:
220 x 30 =
320 x 30 =
420 x 30 =
Para cada caso, explicá cómo lo pensaste.

A partir de esta actividad se podrá analizar que, tomando como base la multiplicación dada y considerando el factor constante 30, *por cada 100 que aumenta el otro factor, el producto aumenta 3.000 (resultado de 100 x 30).* Esto se puede clarificar mejor apelando a la propiedad distributiva. Por ejemplo, para el segundo cálculo:

320 x 30, se puede pensar como (120 + 200) x 30 = 3.600 + 6.000 = 9.600.

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

b) Anotá el resultado de los siguientes cálculos:

- 18 x 5 =
- 120 x 5 =
- 44 x 5 =
- 58 x 5 =

Se espera que, a partir del problema, la clase llegue a identificar que:
"multiplicar por 5 es como multiplicar por 10 y dividir por 2",
y esta relación se generalice a otras multiplicaciones relacionadas con aquélla, tales como:
... x 50 = ... x 100 : 2
... x 500 = ... x 1000 : 2

A partir de estos cálculos, el docente analizará con sus alumnos que:

- 18 x 5 = 90 y 180 : 2 = 90,
- 120 x 5 = 600 y 1.200 : 2 = 600,
- etcétera.

Los alumnos, conducidos por el docente, podrán advertir una regularidad que se cumple en estos ejemplos: pareciera que multiplicar por 5 *es lo mismo que agregar un cero y dividir por 2.* Se pedirá entonces a los alumnos que exploren si la regla vale para otros ejemplos. Luego, será necesario avanzar intentando buscar una explicación a la regularidad descubierta: si se hace la mitad de diez veces un cierto número, se está haciendo cinco veces ese número. Si los niños no logran identificar esta relación, el maestro la explicará.

A través de la siguiente tarea, se busca hacer funcionar la regla en diferentes cálculos.

Será necesario que el docente preste especial atención a los dos últimos ejemplos de la actividad 5a), donde los números impares pueden generar mayor dificultad.

5) a) Calculá mentalmente:

- 24 x 5 =
- 98 x 5 =
- 72 x 5 =
- 23 x 5 =
- 15 x 5 =

b) Calculá mentalmente y explicá cómo lo pensaste:

- 38 x 50 =
- 24 x 50 =
- 36 x 500 =

c) De a dos, piensen si se podría formular una regla para las multiplicaciones por 50 y por 500, y busquen una manera de estar seguros de que se cumplirá en todos los casos.

6) a) Anotá el resultado de los siguientes cálculos:

- 30 : 5 =
- 70 : 5 =
- 120 : 5 =
- 340 : 5 =

b) Calculá mentalmente:

- 80 : 5 =
- 90 : 5 =
- 130 : 5 =
- 520 : 5 =

c) Calculá mentalmente y explicá cómo lo pensaste:

- 600 : 50 =
- 800 : 50 =
- 1.200 : 50 =
- 3.000 : 500 =
- 12.000 : 500 =

d) De a dos, piensen si se podría formular una regla para las divisiones por 50 y por 500, y luego, busquen una manera de estar seguros si esa regla se cumplirá en todos los casos.

A partir de 6a), el docente analizará con sus alumnos que:

- 30 : 5 = 6 y 3 x 2 = 6
- 70 : 5 = 14 y 7 x 2 = 14
- 120 : 5 = 24 y 12 x 2 = 24
- 340 : 5 = 68 y 34 x 2 = 68

Se espera que los alumnos descubran una regularidad: dividir por 5 un número que termina en cero *es como sacarle el cero y multiplicarlo por 2*. Apelando al contexto del reparto, el maestro podrá explicar que de dividir un cierto número por 5 se obtiene el doble que al dividir por 10 ese mismo número.

En b), se busca poner en práctica los conocimientos establecidos a partir de las reflexiones suscitadas a propósito de la resolución de a).

En c) y d), se apunta a generalizar este recurso a divisiones por 50 y por 500, llegando a establecer relaciones del siguiente tipo:

... : 50 = ... : 100 x 2
... : 500 = ... : 1.000 x 2

RESOLVER CÁLCULOS A PARTIR DE UNO CONOCIDO

7) Calculá mentalmente:

48 x 5 =	80 : 5 =
24 x 5 =	90 : 5 =
120 x 5 =	120 : 5 =
280 x 5 =	260 : 5 =
37 x 5 =	320 : 5 =

8) Aprendimos que la multiplicación y la división por 10, 100, 1.000, etc. ayudan a resolver otros cálculos. ¿Cómo pueden utilizarse para resolver mentalmente las siguientes multiplicaciones y divisiones?

a) 36 x 5 =
b) 52 x 25 =
c) 31 x 50 =
d) 480 : 5 =
e) 155 : 5 =
f) 650 : 50 =
g) 2.400 : 25 =
h) 12.000 : 25 =

Seguramente, para resolver estos cálculos, los alumnos habrán recurrido a diferentes relaciones. Por ejemplo, para 36 x 5 pueden haber resuelto 30 x 5 + 6 x 5. Pero también esperamos que puedan apelar a relaciones recientemente identificadas:

- multiplicar por 5 equivale a multiplicar por 10 y dividir por 2;
- multiplicar por 50 es la mitad de multiplicar por 100;
- dividir por 5 equivale al doble de dividir por 10; es decir, a dividir por 10 y multiplicar por 2.

Estimación de cocientes

Actividad 6

CONTENIDOS

- Cálculo de la cantidad de cifras de un cociente por encuadramientos entre potencias de 10.
- Estimaciones más precisas del cociente a partir de dichos encuadramientos.
- Uso de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto.
- Uso de la propiedad distributiva de la división respecto de la suma o de la resta para resolver divisiones.

Para abordar la siguiente actividad, el maestro deberá actualizar con los niños las relaciones:

dividendo = cociente x divisor + resto, siendo el resto mayor o igual que cero y menor que el divisor.

ESTIMACIÓN DE COCIENTES

1) Sabiendo que:

24 x 10 = 240
24 x 100 = 2.400
24 x 1.000 = 24.000
24 x 10.000 = 240.000

Decidí si:

- 260 : 24 dará un número mayor, menor o igual a 10.
- 2.000 : 24 dará un número mayor, menor o igual a 100.
- 23.598 : 24 dará un número mayor, menor o igual a 1.000.
- 32.597 : 24 dará un número mayor, menor o igual a 1.000.

Si estas estimaciones plantearan alguna dificultad en un primer momento, el docente podrá remitir al contexto de reparto preguntando a sus alumnos, por ejemplo, para el primer caso, si se reparten $260 en partes iguales a 24 personas, ¿cada una recibirá más o menos que $10?; si cada una recibiera $10, ¿cuánto dinero se repartió? De manera similar, se podrá proceder con el resto de ítemes. Se apunta a comenzar a identificar de qué modo las multiplicaciones por 10, 100, 1.000, etc. permiten anticipar la cantidad de cifras del cociente de una división.

A continuación, se propone otro problema similar para que utilicen nuevamente estos conocimientos.

ESTIMACIÓN DE COCIENTES

2) Sabiendo que:

36 x 10 = 360
36 x 100 = 3.600
36 x 1.000 = 36.000
36 x 10.000 = 360.000

Decidí si:

- 400 : 36 dará un número mayor, menor o igual a 10.
- 3.500 : 36 dará un número mayor, menor o igual a 1.000.
- 9.898 : 36 dará un número mayor, menor o igual a 1.000.
- 39.000 : 36 dará un número mayor, menor o igual a 10.000.

3) Para cada una de las siguientes divisiones que figuran en la tabla, indicá en qué columna debería colocarse el cociente. Debés completarla señalando si dichos cocientes se encuentran entre:

- 0 y 10;
- 10 y 100;
- 100 y 1.000;
- 1.000 y 10.000

Por supuesto, deberás anticiparlo sin hacer la cuenta.

	Entre 0 y 10	Entre 10 y 100	Entre 100 y 1.000	Entre 1.000 y 10.000
5.940 : 24				
3.648 : 12				
492 : 41				
347 : 18				
15.675 : 12				
4.699 : 16				
9.428 : 8				
5.230 : 4				
931 : 133				

Este problema avanza sobre las anticipaciones pedidas en los precedentes. Se trata de encuadrar el cociente entre dos potencias consecutivas de 10. Mientras que en los Problemas 1 y 2 se solicitaba a los alumnos que establecieran si el cociente de una división era mayor, menor o igual a una potencia de 10, aquí deberán utilizar relaciones similares, pero para decidir entre qué potencias de 10 se encuentra el cociente buscado.

Podrán resolverse las dos primeras líneas de la tabla y discutirlas para difundir en el grupo los procedimientos utilizados antes de continuar con las demás divisiones.

Nuevamente, si la tarea le planteara dificultad a algunos alumnos, el docente podrá, por ejemplo, para 5.940 : 24, remitir a 24 x 10; 24 x 100; 24 x 1.000, y apelar, si fuera necesario, al contexto del reparto.

Si el maestro lo considerara pertinente, puede "ir por más" preguntándoles a los niños a cuál de esas dos potencias de 10 se acerca más el cociente buscado. Por ejemplo, identificado que el cociente entero de 5.940 : 24 es mayor que 100 y menor que 1.000, esto permite establecer que 24 x 500 es 12.000, que resulta mayor que 5.940; lo que implica que el cociente está más cerca de 100 que de 1.000.

ESTIMACIÓN DE COCIENTES

4) Para cada una de las siguientes divisiones, te proponemos tres números. Señalá el más cercano al cociente y explicá cómo te diste cuenta.

a) 436 : 25	20	10	30
b) 6.000 : 45	100	200	300
c) 738 : 95	10	15	5

En este problema, algunos de los números propuestos se eliminan por descarte. Por ejemplo, para el primer caso, 436 : 25, el cociente nunca puede ser 30 porque ya 20 x 25 = 500, que es más que 436. Por esa razón, 30 queda descartado. Para decidir cuál de los otros dos números está más cerca del cociente, puede seguirse el mismo razonamiento: 10 x 25 = 250 y 20 x 25 = 500. Como

436 se encuentra más cerca de 500 que de 250, entonces 20 debe de estar más cerca del cociente de esa división.

Es decir, se retoma aquí una primera anticipación del cociente sobre la base de la multiplicación del divisor por 10, 100, 1.000 y una precisión mayor a partir de ellas. En síntesis, si bien es una tarea de estimación, presenta algunas diferencias con las que los niños han estado resolviendo hasta ahora. Una de ellas, como señalamos, es la posibilidad de descartar algunos de los números ofrecidos. La otra, es que el problema requiere precisar el encuadramiento del cociente, en intervalos menores que entre potencias consecutivas de 10.

ESTIMACIÓN DE COCIENTES

5) A veces, para hacer divisiones es útil descomponer el dividendo de una manera que resulte "cómoda", es decir, en números que "den justo" al dividirlos por el divisor dado.
Por ejemplo, para 180 : 15
es conveniente pensar a 180 como 150 + 30, dividir cada una de esas partes por 15 y, luego, sumarlas:
150 : 15 + 30 : 15 = 10 + 2 = 12
También sabemos que no hay una única manera que resulte conveniente para descomponer el número:
además, es posible pensar el 180 como 90 + 90 y hacer
90 : 15 + 90 : 15 = 6 + 6 = 12
ó 180 = 120 + 60
180 : 15 = 120 : 15 + 60 : 15 = 8 + 4 = 12 etcétera.
A continuación, te proponemos una serie de divisiones. Para cada una de ellas, elegí una manera de descomponer el dividendo que facilite los cálculos:

Dividendo	Divisor	Descomposición del dividendo	Divisiones parciales	Cociente	Resto
784	7				
672	6				
372	6				
1.224	12				
968	8				
1.484	7				
3.672	18				

Estas descomposiciones se basan en la propiedad distributiva a derecha de la división, respecto de la suma o de la resta. En todos los casos, deberá quedar claro que las divisiones propuestas por los alumnos son equivalentes a las dadas, por ejemplo, para 784 : 7 es necesario establecer que resulta lo mismo repartir (en partes iguales) 784 entre 7 de una sola vez, que repartir primero 700, después 70 y después 14; etcétera.

Como hemos señalado en otras oportunidades, cuando el docente se proponga trabajar específicamente sobre las propiedades de las operaciones, se pueden retomar estas actividades de cálculo mental y su análisis identificando explícitamente cómo interviene la propiedad mencionada en estos cálculos, y promoviendo una formulación y una argumentación de su alcance general.

Sistema de numeración

Pagando con monedas de $1 y billetes de $10 y $100

Actividad 1

CONTENIDOS

- Problemas que involucren el análisis de las escrituras numéricas en el contexto del dinero.
- Diferentes descomposiciones aditivas y multiplicativas de un número, basadas en la organización decimal del sistema de numeración.
- Análisis de las relaciones entre las diferentes posiciones en una escritura numérica. Por ejemplo, 1 de 100 equivale a 10 de 10 ó a 10 x 10, etcétera.

PAGANDO CON MONEDAS DE $1 Y BILLETES DE $10 Y $100

1) Un cajero entrega monedas de $1 y billetes de $10 y de $100 ante el pedido de los clientes. El cajero siempre entrega la menor cantidad posible de billetes. Completen el siguiente cuadro para saber cuántos billetes de cada tipo retiró el cliente en cada caso.

Importe solicitado	Billetes de $100	Billetes de $10	Monedas de $1
$398			
$204			
$360			

2) Un cajero entrega monedas de $1 y billetes de $10 y $100 ante el pedido de los clientes. El cajero siempre entrega la menor cantidad posible de billetes. Completen el siguiente cuadro para saber cuántos billetes de cada tipo entregó en cada oportunidad.

Importe solicitado	Billetes de $100	Billetes de $10	Monedas de $1
$1.538			
$3.207			
$7.203			
$2.730			
$3.270			

3) a) Un cajero sólo entrega monedas de $1 y billetes de $100 ante el pedido de los clientes porque se le acabaron los billetes de $10. El cajero siempre entrega la menor cantidad posible de billetes. ¿Cómo podrían componerse las siguientes cantidades?

$3.241 - $8.097 - $1.045

b) El cajero ahora sólo tiene monedas de un $1 y billetes de $10. Siempre entrega la menor cantidad posible de billetes. ¿Cómo podrían componerse las siguientes cantidades?

$1.475 - $30.038 - $42.125

El objetivo del problema 1 es que los niños "entren" en la situación. Es de esperar que, al hacerlo, los alumnos adviertan que las cifras que escriben en cada una de las casillas son las del importe solicitado. Este hecho constituirá uno de los aspectos que el maestro propondrá analizar una vez que el cuadro haya sido completado.

Una segunda cuestión a discutir con los alumnos es el hecho de que el número "porta" cierta información. Es decir, uno de los objetivos es que avancen en la posibilidad de interpretar la información que una escritura numérica ofrece. Así, por ejemplo, "con sólo mirar" 398 puede saberse que una descomposición posible para ese número es 3 x 100 + 9 x 10 + 8. El encomillado está señalando que esa información puede obtenerla, con "sólo mirar", quien ya dispone de las relaciones que esa escritura porta y que la misma información no es "visible" para quien todavía no se ha apropiado de esos conocimientos.

Estas primeras relaciones son una base para explorar otras más complejas que ponen en juego las relaciones de valor entre posiciones contiguas, por ejemplo, 15 x 100 + 3 x 10 + 8 x 1 para 1.538. Éste es precisamente el análisis que se inaugura con el problema 2.

En efecto, mientras que en el problema 1 los niños han podido discutir que, en nuestro sistema de numeración, el valor de las decenas representa 10 unidades; el de las centenas, 100, etc., a partir del problema 2 van a poner en juego las relaciones entre las diferentes posiciones: 1 de 1.000 es 10 de 100; 1 de 100 equivale a 10 de 10, y así sucesivamente.

El problema 3 a) vuelve sobre las relaciones analizadas en el problema 2 y las extiende al restringir el uso de billetes de $10. Entonces, será preciso realizar dos agrupamientos simultáneos que podrían representarse con la siguiente escritura para el primer caso: 32 x 100 + 41 x 1. Para hacer esta descomposición es necesario establecer que 3 de 1.000 equivale a 30 de 100 y que 4 de 10 equivale a 40 de 1. En la práctica, es posible que los niños descubran que, en los tres ejemplos, las dos cifras de la izquierda "muestran" cuántos billetes de $100 son necesarios para obtener la cantidad deseada y las dos de la derecha, cuántas monedas de $1. La relación entre estas "reglas" y la multiplicación (32 de 100 equivale a decir que 32 x 100 = 3.200) no resulta evidente para muchos alumnos y podrá ser objeto de trabajo explícito como consecuencia de este conjunto de problemas. En otras palabras, deberán aprender a expresar en un cálculo cada composición de dinero con billetes.

Para que cada problema ofrezca realmente elementos para abordar el siguiente, será necesario que se vayan explicitando las relaciones en juego dentro de cada uno de ellos.

Armando números con multiplicaciones por 10, 100 y 1.000

Actividad 2

CONTENIDOS

- Problemas que involucren el análisis y el uso de la información que portan las escrituras numéricas.
- Explicitación de las relaciones aritméticas que subyacen a un número.
- Análisis de las relaciones entre las diferentes posiciones en una escritura numérica. Por ejemplo, 1 de 100 equivale a 10 de 10 ó 10 x 10, etcétera.
- Análisis de descomposiciones equivalentes de un mismo número a partir de multiplicaciones por potencias de 10 y sumas.

Los contenidos que se presentan en esta actividad son similares a los de la actividad anterior. Sin embargo, suponen un avance en el trabajo propuesto ya que presentan un mayor nivel de complejidad al haberse retirado el contexto del dinero en el que los alumnos podían apoyarse para resolver.

Es importante que un mismo contenido o grupo de contenidos se ponga en juego en varias actividades, no sólo para que los niños tengan nuevas oportunidades de "atrapar" las relaciones involucradas que pudieron haber quedado pendientes, sino también porque actividades diferentes permiten mostrar otras aristas de un mismo concepto. Por ejemplo, el problema 1 de la Actividad 2 permite analizar que existen distintas descomposiciones posibles para un mismo número, asunto que no se evidenció en la actividad anterior.

En el desarrollo de esta actividad se retoman las relaciones establecidas en la actividad precedente y se avanza profundizando, como podrá verse, en la explicitación del cálculo que permite expresar las descomposiciones.

ARMANDO NÚMEROS CON MULTIPLICACIONES POR 10, 100 Y 1.000

1) Indicá cuál o cuáles de las opciones que aparecen para cada número son correctas:

1.250
- 12 x 100 + 5 x 10
- 12 x 100 + 5
- 125 x 10
- 1 x 1.000 + 1 x 100 + 15 x 10
- 12 x 100 + 50 x 10

5.348
- 5 x 1.000 + 4 x 10 + 3 x 100 + 8
- 53 x 100 + 48
- 51 x 100 + 24 x 10 + 8
- 53 x 100 + 40 x 10 + 8

2) Decidí, para cada descomposición, qué número se forma:

a) 53 x 100 + 8 x 10 + 3 =
b) 4 x 1.000 + 32 x 10 + 8 =
c) 13 x 100 + 6 =
d) 8 x 100 + 12 x 10 + 5 =
e) 14 x 100 + 11 x 100 + 15 =
f) 10 x 100 + 12 x 1.000 + 14 x 10 =

3) Proponé para cada uno de los siguientes números, cuatro descomposiciones diferentes que contengan multiplicaciones con uno o varios de estos números: 10, 100, 1.000, al estilo de los cálculos del problema anterior

a) 34.076
b) 8.976
c) 1.867

Un objetivo general de la Actividad 2 es poder sistematizar las relaciones que fueron analizadas al resolver la Actividad 1. En el problema 2 de aquella actividad, los alumnos tuvieron la oportunidad de discutir que para "armar", por ejemplo, 1.538 sin billetes de 1.000, se necesitaría "canjear" ese billete de 1.000 por 10 de 100, que, a su vez, se suman a los 5 de 100 para formar 500. Una relación a extraer de ese trabajo es que 15 x 100 es 1.500. Posiblemente, los niños hayan usado estas relaciones sin explicitar ningún cálculo para saber cuántos billetes de 100 se necesitan, y hayan propuesto que siempre (para el 1.538) "alcanza con mirar las dos primeras cifras de la izquierda porque son 15 de 100", o "porque tenés cinco de cien que te lo dice el número y uno de mil, que son diez de cien, entonces tenés quince", etcétera. Se trata ahora de poner en relación, de manera explícita, estas formulaciones con las escrituras matemáticas que las expresan.

Otro aspecto importante que incorpora la Actividad 2, como decíamos al comienzo de este apartado, es que el contexto deja de ser el de los billetes, para focalizar la actividad directamente en el análisis de los números utilizados. Este intento de descontextualizar las situaciones apunta a que los niños puedan repensar las relaciones anteriores centradas ahora en el terreno de los números.

Luego de resolver cada problema, sería interesante proponer un espacio de discusión colectiva, de manera tal que las reflexiones que se elaboren, a propósito de cada problema, puedan utilizarse para el siguiente. Posiblemente, en esos momentos los niños hagan referencia a los billetes, entonces el maestro deberá plantear una comparación entre los problemas con billetes y estos cálculos, ya que parte de la potencia de esta actividad radica en establecer relaciones entre ambas cuestiones.

Actividad 3 El sistema de numeración y la calculadora. Primera parte

CONTENIDOS

- Problemas que involucren el análisis y el uso de la información que portan las escrituras numéricas.
- Explicitación de las relaciones aritméticas que subyacen a un número.

El sistema de numeración y la calculadora. Primera parte

1) Anotá 32.700 en la calculadora utilizando sólo los números 1 y 0, y el signo +. ¿Cómo harías para anotar, del mismo modo, 32.007? ¿Y 30.027?

2) Escribí en la calculadora 7.863. Hacé luego una sola operación de manera que aparezca el número 863 como resultado. Sin borrar lo que muestra el visor, realizá una operación para que se obtenga el número 63. Sin borrar 63, hacé una operación para que resulte 0.

3) a) En el visor de la calculadora se ve el número 5.468. ¿Cómo lograr que resulte, realizando un solo cálculo, el número 9.068?

b) Ahora la calculadora muestra 9.068. ¿Qué cálculo habría que realizar para obtener 1.008? (Se puede hacer un único cálculo.)

c) Ahora, a partir de 1.008, ¿cómo obtenés, con un solo cálculo, 4.007? ¿Qué cálculo habría que hacer?

4) Imaginate el siguiente juego. Hay que poner un número de tres cifras en la calculadora, y luego empezar a restar sucesivamente 10 (todas las veces que se pueda). Si se logra llegar justo a 0 restando solamente de a 10, se gana 1 punto.
Pensá qué números habrá que poner para estar seguro de ganar.

5) Imaginate ahora el mismo juego, pero ahora hay que escribir en la calculadora un número de cuatro cifras menor que 2.000 y restarle 100 todas las veces que se pueda. Si se logra llegar justo a 0, restando solamente de a 100, se gana 1 punto.
¿Existe alguna manera de saber que vas a ganar antes de empezar a restar?

Los problemas 1 a 3 están agrupados en torno a la exploración de los aspectos posicionales de las escrituras numéricas y de las descomposiciones aditivas de un número. Los problemas 4 y 5 vinculan la multiplicación con la suma y la resta: para ganar es necesario anticipar qué características debe tener un número al que pueda restársele 10 ó 100 -según el caso- una cantidad de veces, para obtener 0; ó un número que se forme sumando una cantidad de veces 10 ó 100. Es decir, un número que puede pensarse como 10 (ó 100) por "algo". Esta vinculación, entre la expresión multiplicativa y las sumas o restas reiteradas de 10 (ó 100), tiene que ser explícitamente establecida con toda la clase.

Podrán analizarse con los niños las multiplicaciones por potencias de 10, pero, ahora, desde una perspectiva particular: el problema en esta oportunidad permite pensar que todo número que tenga un cero al final ya contiene una cantidad entera de "dieces". En este sentido, la escritura también aquí –como en el caso de los billetes– "informa" de algunas relaciones que porta el número. Se espera que las formulaciones que circulen en la clase al debatir estas cuestiones con los alumnos se acerquen a: "Para ganar en un número al que hay que restarle 'dieces', hay que poner un número que termine en cero, porque a ese número se lo puede pensar como compuesto por una multiplicación de 10 por algún otro número o, dicho de otra forma, por una cierta cantidad de 'dieces'".

Quisiéramos también hacer un comentario sobre el uso de la calculadora en estas clases. Comúnmente se la utiliza para producir resultados. En los problemas recién analizados se busca que los alumnos anticipen lo que van a hacer en la calculadora y es allí donde se pone en juego toda la riqueza de la actividad. Pensar el problema, apoyarse en el conocimiento elaborado, en estos casos sobre el sistema de numeración, poner en juego algunas relaciones y hacer hipótesis sobre su funcionamiento en la resolución del problema. En este sentido, es necesario que, en cualquiera de los problemas planteados, los niños intenten escribir las posibles soluciones y después comprueben el resultado con la calculadora, que conversen con un compañero sobre cómo resolverían el ejercicio y, recién entonces, utilicen la máquina, en un interjuego entre anticipaciones y comprobaciones. En caso de que un alumno no realice esas previsiones y explore primero con la calculadora, será importante promover luego una reflexión conjunta para que pueda aprovechar el resultado de su búsqueda o el descubrimiento de una relación posible. Se trata de que indaguen teniendo en su horizonte la resolución del problema que se está resolviendo. Como hemos dicho, se busca que aborden el problema habiendo elaborado alguna hipótesis y, a partir de la misma, investiguen las relaciones que se sospechan posibles o verdaderas.

Para que los niños puedan aprender a anticipar el resultado de los cálculos, debe existir un momento de trabajo en el que la tarea no consista principalmente en la realización de los cálculos, sino en buscar, entre las relaciones que tienen disponibles, aquellas que les permiten hallar la respuesta. En esta fase exploratoria de la actividad, el maestro alentará a los alumnos a persistir en la búsqueda que plantea el problema. Si los alumnos no pudieran apelar a ninguna estrategia, el docente los ayudará a conectar esta actividad con algunas de las ya realizadas, podrá sugerir que prueben con otros números que resulten más sencillos, y cuyos resultados sean fácilmente controlables, o aclarar, para toda la clase, cuál es el problema que se está planteando.

En síntesis, el trabajo con la calculadora se organiza alrededor de dos ideas que orientan las propuestas: la primera está relacionada con las posibilidades de anticipar, de prever el resultado de un cálculo que todavía no fue realizado; la segunda hace referencia a la capacidad de la calculadora para devolver a los alumnos –de modo inmediato e independientemente del docente– los resultados de sus anticipaciones.

Actividad 4

Descomposiciones de números que involucran la decena de mil

CONTENIDOS

- Extensión de las relaciones involucradas en las escrituras numéricas a números mayores.

DESCOMPOSICIONES DE NÚMEROS MÁS GRANDES. EL 10.000

1) a) Ya sabés que 2.000 = 2 x 1.000. ¿Es cierto que 2.000 = 20 x 100? ¿Es verdad que 2.000 = 200 x 10?

b) Completá las siguientes multiplicaciones:
3.000 = 3 x ...
3.000 = 30 x ...
3.000 = ... x 10

El trabajo de este apartado retoma los contenidos de las Actividades 1 y 2, y los profundiza. El objetivo es volver a pensar las relaciones posibles que permiten "armar" un número y las escrituras matemáticas que expresan esas relaciones. En este caso, es posible "apoyarse" en que 2 x 1.000 = 2.000, para pensar a ese número como 2 x 10 x 100 = 20 x 100 = 20 x 10 x 10 = 200 x 10. Es decir, el factor que multiplica a la potencia de 10 ya no es un dígito –cuestión que había comenzado a ser analizada en la Actividad 2– pero, en esta oportunidad, no se pide a los niños que identifiquen escrituras equivalentes, sino que las produzcan, como sucede en la parte b) del problema.

Aunque los alumnos resuelvan el problema mentalmente, es interesante explicitar, posteriormente, estas relaciones y la correspondencia de las distintas escrituras.

DESCOMPOSICIONES DE NÚMEROS MÁS GRANDES. EL 10.000

2) Calculá:
a) 9 x 1.000 + 100 =
b) 9 x 1.000 + 500 =
c) 9 x 1.000 + 900 =
d) 9 x 1.000 + 1.000 =
e) 9 x 1.000 + 10 =
f) 9 x 1.000 + 1 =

Se trata aquí de llegar a "armar" el 10.000 a partir de relaciones ya conocidas, por ejemplo, 9.000 + 1.000, y diferenciar este cálculo de 9.000 + 100, ó 9.000 + 10.

Realizar la multiplicación mentalmente y "decir" el número es un problema que permite apoyarse en la numeración oral, y resulta más sencillo que escribir ese número. Sería interesante plantear primero esta actividad oralmente y, luego, por escrito, de manera tal que los niños deban poner en relación la denominación oral del número con su escritura.

DESCOMPOSICIONES DE NÚMEROS MÁS GRANDES. EL 10.000

3) a) ¿Cuáles de los siguientes cálculos dan 25.030?

25 x 1.000 + 300 =
25 x 1.000 + 30 =
25 x 1.000 + 3 =

b) ¿Cuáles de estos cálculos dan 25.030?

25 x 10 x 100 + 30 =
25 x 100 + 30 =
25 x 10 x 10 x 10 + 30 =
250 x 100 + 30 =

En estos casos, se apunta a comparar las relaciones puestas en juego en la resolución de la parte a) con la parte b) de este problema. Esta comparación debe concluir que 25 x 1.000 se puede pensar como 25 x 10 x 100, 250 x 100, 250 x 10 x 10, 2.500 x 10.

Actividad 5 El sistema de numeración y la multiplicación y división por 10, 100 y 1.000

CONTENIDOS

- Análisis de las relaciones entre escrituras numéricas y divisiones, y multiplicaciones por potencias de 10.
- Explicitación de las relaciones aritméticas que subyacen a un número.

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN POR 10, 100 Y 1.000

1) Completá las siguientes tablas:

a) Un número multiplicado por ... da ... ¿Qué número es?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
10	450	
10	980	
10	360	
10	750	
10	420	

b) Un número multiplicado por... da... ¿Qué número es?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
100	4.500	
100	3.200	
100	1.700	
100	3.800	

c) Un número multiplicado por... da... ¿Qué número es?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
1.000	4.000	
1.000	7.000	
1.000	45.000	
1.000	36.000	

El problema 1 plantea una situación que, en el comienzo, podrá ser exploratoria para los alumnos. Se trata de encontrar un número que, multiplicado por 10, dé el número que se ofrece en la segunda columna del cuadro como producto. Se espera que los niños tengan la posibilidad de investigar qué relaciones hay entre los números que se proponen y los resultados obtenidos para que luego puedan formular una regla general.

Basados en la organización del sistema de numeración, los niños podrán preguntarse cuántas veces está contenido 10 en cada uno de los números propuestos.

En los siguientes problemas se usa la noción de cociente entero, que supone la relación "dividendo = cociente x divisor + resto". Sería conveniente, antes de comenzar, que el maestro revise con sus alumnos esta noción a partir de proponer y analizar algunas divisiones sencillas.

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN POR 10, 100 Y 1.000

2) a) Completá esta tabla indicando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de los siguientes números por 10:

	: 10
30	
35	
38	
40	
42	
44	

b) Completá la tabla señalando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de estos números por 100:

	: 100
100	
102	
120	
180	
200	
295	

c) Completá esta tabla indicando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de los siguientes números por 1.000:

	: 1.000
1.000	
2.000	
2.100	
2.930	
3.000	
3.500	

d) Calculá:

20.000 : 10 =
20.000 : 100 =
20.000 : 1.000 =
20.000 : 10.000 =

El problema 2 de este apartado tiene como objetivo que los alumnos puedan explorar qué relaciones son posibles de establecer entre un número dado y el cociente entero que se obtiene al dividir ese número por una potencia de 10. Las relaciones establecidas a raíz del problema 1 constituirán un punto de apoyo.

Cabe señalar que resulta, en el comienzo, una actividad de exploración y, por lo tanto, el maestro alentará a que los niños utilicen cualquier procedimiento para completar los primeros resultados de cada tabla. Esta exploración puede interrumpirse cuando los alumnos comienzan a descubrir cierta regularidad en los cocientes para, luego, dar lugar a una discusión colectiva sobre las razones que permiten establecer esta regularidad. La idea es que los argumentos que se esgriman en esta discusión permitan a los niños anticipar con certeza cuáles serán los resultados de los casilleros que aún faltan completar.

Se espera que los alumnos apelen a relaciones establecidas en actividades anteriores (por ejemplo, el cociente entero de 35 : 10 es 3 porque 35 = 30 + 5 = 3 x 10 + 5), y/o a relaciones ya conocidas (el cociente entero de 38 : 10 = 3 porque 3 x 10 = 30, y si hago 4 x 10, da 40 y ya me paso de 38). También el maestro puede recurrir a relaciones entre multiplicación y división. Por ejemplo, si 3 x 10 = 30; 30 : 10 = 3; si 2 x 100 = 200, entonces 200 : 100 = 2, etcétera. En términos generales, como se ha establecido para el problema 1, si se conoce una multiplicación por una potencia de 10 (por ejemplo, 8 x 100 = 800), también se conoce una división por esa misma potencia (por ejemplo, 800 : 100 = 8).

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN POR 10, 100 Y 1.000

3) a) Completá las siguientes tablas:

Cálculo	Cociente	Resto
1.234 : 10		
1.234 : 100		
1.234 : 1.000		

Cálculo	Cociente	Resto
4.672 : 10		
4.672 : 100		
4.672 : 1.000		

Cálculo	Cociente	Resto
48.530 : 10		
48.530 : 100		
48.530 : 1.000		
48.530 : 10.000		

b) Reunite con un compañero después de que hayas finalizado el problema anterior; discutan sobre lo que hicieron para resolver los problemas.

c) Formulen una regla para obtener mentalmente el cociente entero y el resto de un número de dos o más cifras por 10, de tres o más cifras por 100, y de cuatro o más cifras por 1.000. Intenten explicar por qué funciona esa regla.

Este problema se apoya en conocimientos elaborados en las actividades anteriores. En efecto, en la parte a), para explicar que es posible saber que el cociente de 1.234 : 10 es 123 y el resto 4, se puede apelar a 123 x 10 = 1.230 y 1.230 + 4 = 1.234. Entonces, 1.234 = 123 x 10 + 4.

Otra explicación posible es que los niños se apoyen en la idea de que la división por 10 puede pensarse en términos de "armar paquetes de a 10". De ese modo, como la posición de las unidades nunca va a tener 10, la cifra que esté en esa ubicación será el resto de dividir por 10, "porque no alcanza para un paquete más". Si la división fuera por 100, este razonamiento se extendería a las dos últimas cifras, etcétera.

Resulta frecuente que los alumnos propongan y admitan estas explicaciones cuando los divisores son 10 y 100, pero se desconcierten cuando los divisores son mayores, por ejemplo 1.000, y rechacen la posibilidad de que existan restos tales como 530, porque es un número demasiado grande comparado con los restos usuales. En esos casos, será necesario retomar las relaciones establecidas para números más pequeños y analizar que el tamaño del resto sólo está limitado por el del divisor.

Ya establecimos que el problema 3a) se apoya en conocimientos que fueron elaborados en actividades anteriores. Analicemos ahora en qué sentido permite hacer avanzar esos conocimientos. En el problema 2 de esta actividad quedó establecida cierta regularidad al realizar algunas divisiones por potencias de 10. Se trata entonces de encontrar no sólo el cociente, sino también el resto de una división, y de explorar, a la vez, qué va ocurriendo con los cocientes cuando a un mismo número se lo divide por distintas potencias de 10. En este sentido, la reflexión sobre este problema permitirá pensar un mismo número como compuesto por multiplicaciones que son equivalentes. Por ejemplo, 1.234 = 1 x 1.000 + 234; 12 x 100 + 34; 123 x 10 + 4. Será interesante analizar con los alumnos qué relaciones hay entre estas escrituras, tal como se hizo en la Actividad 1.

Las partes b) y c) de este problema está planteada para que los niños puedan "pasar en limpio" el conjunto de relaciones y conocimientos que han estado movilizando. En cierta medida es una propuesta que permite "resumir" lo que se aprendió hasta el momento, no sólo a través de las explicaciones que elaboren los niños, sino también a partir de las que el maestro pueda ofrecer, de alguna manera, "ordenando" las resoluciones de sus alumnos. Éste resulta un aspecto muy importante ya que aún en los casos en los que los niños puedan resolver de manera correcta, no necesariamente las relaciones implícitas en sus respuestas están estructuradas en un discurso organizado. Este es, justamente, uno de los atributos que la enseñanza no puede delegar en quien está aprendiendo: remarcar las propiedades que aparecieron, reorganizar las ideas que circularon para que tomen una forma coherente y sistematizada, identificar un procedimiento y analizarlo, o explicar una propiedad son prácticas que forman parte del quehacer del docente y que no pueden quedar libradas al desarrollo espontáneo de los momentos de discusión colectiva. Como sabemos, la enseñanza es un acto complejo, que también incluye explicitar sistemática y organizadamente los conocimientos que se van elaborando en un discurso coherente y articulado.

Actividad 6 El sistema de numeración y la calculadora. Segunda parte

CONTENIDOS

- Explicitación de las relaciones aritméticas que subyacen a un número.
- Resolución de actividades que requieran usar la información que porta una escritura numérica.
- Análisis de las relaciones entre escrituras numéricas, y divisiones y multiplicaciones por potencias de 10.

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN Y LA CALCULADORA. SEGUNDA PARTE

1) a) ¿Qué números aparecerán en el visor de la calculadora si se oprimen las siguientes teclas:
14 x 10 x 10 x 10 =?

b) ¿Y si se aprieta una vez más x 10?

c) ¿Y si se aprieta dos veces más x 10?, ¿cómo se escribiría ese número?

d) ¿Cómo se llama ese número? ¿Es posible saberlo antes de realizar los cálculos?

2) ¿Qué números van apareciendo en el visor de la calculadora si se oprimen las siguientes teclas:
123.000 : 10 : 10 =?
¿Y si se aprieta una vez más : 10? ¿Es posible saberlo antes de realizar los cálculos?

3) Después de hacer todos estos cálculos en la calculadora, ¿cuál creés que será, en cada caso, el número que aparecerá finalmente en la pantalla? Escribilo antes de realizar los cálculos y después comprobá con la máquina.

a) 34 x 10 x 10 : 10 x 10 =
b) 120 x 10 : 10 : 10 =
c) 54 x 10 x 10 : 100 =

4) Anotá un número en la calculadora de modo que, al dividirlo por 10, dé justo (es decir que, en el visor, no aparezca un resultado con coma).
¿Qué característica debe tener el número que elijas para estar convencido de que vas a obtener la respuesta deseada?

5) Escribí un número en la calculadora de tal manera que, al multiplicarlo por 10 x 10 x 10, se obtenga un número de cuatro cifras.
¿Qué números permiten resolver este problema?
Si quisiéramos que tuviera cinco cifras, ¿qué números permiten resolver este problema?

6) Colocá un número en la calculadora de modo que, luego de dividirlo por 10 dos veces consecutivas, dé un número sin coma.
¿Qué característica debe tener el número que elijas para estar seguro de que obtendrás la respuesta buscada?

Los problemas que componen estas actividades con la calculadora se vinculan con los "efectos" de multiplicar y/o dividir un número por 10, 100 ó 1.000. Sin embargo, presentan algunas diferencias entre ellos. Así, los problemas 1 y 2 apelan a los resultados que se van obteniendo cuando, a un mismo número, se lo multiplica o divide reiteradamente por 10. El problema 3 intenta que el análisis se oriente hacia los efectos de aplicar sucesivamente multiplicaciones y divisiones por 10 a un mismo número y poder discutir relaciones tales como si se multiplica un número por 10 y luego se divide el resultado por 10, se obtiene el número original porque ambas operaciones se compensan entre sí.

El último caso de ese problema (54 x 10 x 10 : 100) permite extender el análisis hacia la idea de que ese 100 se puede pensar como 10 x 10; entonces, si se multiplica a 54 x 10 x 10 y luego se lo divide por 10 x 10, el resultado final necesariamente será el número original, porque se lo multiplicó y dividió por el mismo número.

Los problemas 4 a 6 encierran una complejidad diferente, porque ya no se pide analizar cómo se va modificando un número dado, sino que ahora es necesario anticipar las características que debe tener un determinado número para cumplir las condiciones que plantea la situación. Los problemas 5 y 6, por ejemplo, permiten retomar algunos comentarios que ya hicimos a propósito de la primera parte del trabajo con calculadora: para proponer un número que, al dividirlo por 10, dé justo (problema 4), es necesario pensar que ese número ya tenga una multiplicación por diez "adentro". Los únicos números que cumplen estas condiciones son los terminados en cero. Éste es un punto de vista distinto del hecho de que, al multiplicar por 10, agrego un cero: ahora se puede interpretar que un número que termina en cero "ya fue multiplicado" por 10; por lo tanto, al dividirlo por 10, dará "justo".

Se terminó de imprimir en Agosto de 2011
en Melenzane S.A.

Segundo ciclo

Aportes para la enseñanza

ESCUELA PRIMARIA

escuelas