Dirección General de
Cultura y Educación
Gobierno de la Provincia
de Buenos Aires

Subsecretaría de Educación

Dirección Provincial de Educación Primaria
Dirección de Gestión Curricular

Serie Curricular

MATEMÁTICA Nº 4
Números Racionales y Geometría

algunas propuestas para alumnos de 6º año

Año 2007

Este documento fue elaborado a partir de una selección de contenidos y de textos correspondientes a los apartados sobre Números Racionales y Geometría del Diseño Curricular para la Educación Primaria

Matemática: "Números Racionales y Geometría

Autores: Claudia Broitman (coord.)
Horacio Itzcovich, Inés Sancha,
Mónica Escobar y Verónica Grimaldi

Dirección Provincial de Educación Primaria
Dirección de Gestión Curricular

INDICE

INTRODUCCIÓN

Este documento tiene el propósito de acercar a las escuelas algunas propuestas de enseñanza para trabajar dos contenidos fundamentales del 2º ciclo de la escuela primaria: Números Racionales y Geometría. La intención es ofrecer orientaciones didácticas y una selección de clases de problemas – presentes en el Diseño Curricular en prensa - con el fin de que cada docente o equipo docente de 6º año pueda identificar prioridades para los últimos meses de clase, teniendo en cuenta en particular qué clases de problemas no han sido estudiados todavía por sus alumnos, o les resultan aún muy complejos y requieren seguir siendo trabajados antes de finalizar la escuela primaria.

Del mismo modo que en el Diseño Curricular en elaboración, los contenidos son presentados en torno al tipo de problemas matemáticos que los alumnos deberían aprender a resolver. Se espera entonces que los docentes presenten problemas relativos a cada contenido, y que a partir de los mismos, se organicen espacios de debate y análisis de respuestas y soluciones, que permitan a lo largo de algunas clases, promover avances en torno a los conocimientos en juego.

Además de las ideas centrales acerca de las intenciones y los principales problemas didácticos de la enseñanza de ambos contenidos, se presenta una selección de tipos de problemas y se incluyen ejemplos, con la intención de que el docente pueda seleccionar otros que apunten a la misma finalidad.

PRIMERA PARTE: Números Racionales

Los números racionales se crearon en el intento de resolver problemas que no podían ser resueltos utilizando números naturales. Estos campos numéricos tienen características diferentes. Su estudio implica enfrentar a los niños a ciertas rupturas con respecto a las “certezas” construidas en torno a los naturales, que hacen de éste un contenido complejo.

¿Qué abarca el trabajo con números racionales en el Segundo Ciclo?

El estudio de los números racionales supone presentar una gama muy variada de situaciones que permiten a los alumnos identificar sus diferentes usos y sentidos. Pero además debe proponerse un estudio específico acerca del comportamiento de estos números en sus dos formas de expresión (fraccionaria y decimal), de modo de establecer sus características y propiedades, y de poner en evidencia las diferencias con los números naturales, por ejemplo en cuanto a criterios de orden, estrategias de cálculo, etc.

Cada notación -fraccionaria o decimal- muestra aspectos diferentes del mismo objeto: el número racional al que se refieren. Será necesario analizar específicamente las características de uso y funcionamiento de cada una de ellas. En su expresión fraccionaria, los números racionales se utilizarán para expresar repartos, medidas (en tanto relaciones entre partes y todos), porcentajes y escalas, y también para tratar relaciones de proporcionalidad. En su expresión decimal, se vincularán al contexto del dinero y la medida. Estos contextos serán favorables también para establecer un vínculo entre expresiones decimales y fraccionarias (Por ejemplo, la moneda de 10 centavos es $0,10 , es decir es 1/10 del peso).

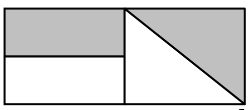
En cuanto al comportamiento de estos números, las fracciones pondrán en evidencia ciertas diferencias con los números naturales; por ejemplo, la necesidad de utilizar dos números (numerador y denominador) para expresar una única cantidad; la posibilidad de expresar el mismo número de distintos modos (fracciones equivalentes); la insuficiencia de comparar en forma independiente numerador y denominador para establecer relaciones de orden entre fracciones; la imposibilidad de interpretar siempre a la multiplicación como una suma reiterada; la posibilidad de llevar a cabo una división aún cuando el dividendo es menor que el divisor; etc. Las expresiones decimales, por su parte, mostrarán también diferencias con el comportamiento de los números naturales; por ejemplo, un número con más cifras puede ser menor que uno con menos cifras (1,99999 es menor que 2); no existe anterior ni siguiente de un número (1,3 no es el siguiente de 1,2; entre ellos pueden encontrarse infinitos números, por ejemplo, 1,21; 1,2999; 1,200004; etc.); la posibilidad de obtener un número menor a los factores en juego cuando se multiplica, y de obtener un cociente mayor a los números que se dividen; etc.

¿Qué aspectos de las fracciones se propone estudiar en cada clase de problemas?

Los repartos equitativos son situaciones que permiten vincular a las fracciones con la división. Por ejemplo, si se trata de repartir 3 chocolates entre 4 amigos, los números naturales ya no son pertinentes para brindar una respuesta. Se podrá establecer que ésta involucra el uso de las fracciones, en este caso, ¾, ya que a cada uno le corresponden “tres pedacitos de ¼”. Estas situaciones resultarán oportunidades propicias no sólo para introducir escrituras fraccionarias, sino también para empezar a identificar que una cantidad es ¼ por ser el resultado de partir un chocolate (un entero) en 4 partes iguales, y porque con 4 de esas partes se obtiene todo el chocolate (el entero). Esta relación podrá extenderse posteriormente a otros repartos que pueden vincularse con la cuenta de dividir. Por ejemplo, si se quiere repartir 17 chocolates entre 8 chicos, se podrá establecer que a cada chico le tocan 17/8, o bien 2 chocolates y 1/8, cuestión que puede desprenderse del análisis de las relaciones entre los números que intervienen en la cuenta:

17	8
1	2

Los problemas de medidas ponen en juego un aspecto diferente del anterior. Se proponen situaciones de comparación de áreas[1] y también de longitudes. En ambos casos, se trata de establecer la cantidad de veces que entra la unidad de medida elegida en el objeto a medir. La diferencia fundamental entre los problemas de longitud y de área es que en este último caso se agrega la necesidad de establecer una distinción entre medida y forma: por ejemplo, si en el siguiente dibujo el entero es el rectángulo completo, cada una de las partes sombreadas es ¼ del entero, aunque no tengan la misma forma.



La mayor o menor complejidad de la tarea estará vinculada a la relación entre la unidad y el objeto a medir, al trabajar sobre distintos casos, los niños tendrán la oportunidad de ampliar el repertorio de fracciones que utilizan.

Algunos problemas exigen establecer cuál es el entero conociendo una parte del mismo. Si por ejemplo, un segmento dado es 2/5 de un entero, se deberá establecer que la mitad de dicho segmento es 1/5 del entero, por lo tanto, hay que replicar ese quinto 5 veces para obtener el entero.

Los problemas de proporcionalidad directa son situaciones que dotarán de sentido a muchas de las cuestiones que deben ser abordadas en el estudio de números racionales. Cuando una o ambas magnitudes están expresadas con fracciones, se

[1] Para abordar este tipo de problemas no se requiere que los alumnos dominen el concepto de área ni dispongan del conocimiento de las unidades de medida.

propicia el análisis de relaciones entre números y operaciones (dobles; triples; mitades; sumas; etc.) aún sin haber estudiado algoritmos particulares, gracias a la posibilidad de utilizar propiedades de la proporcionalidad. En 6° año se agregan problemas en los que se estudia el uso de fracciones como proporción, y cobra sentido una nueva interpretación de equivalencia entre fracciones (por ejemplo, si en un grupo de 5 chicos, 3 son de Boca, la proporción es la misma que si en un grupo de 10 chicos, 6 son de Boca, ya que 3/5 = 6/10). Se incluyen problemas que involucran porcentajes, escalas, relaciones entre partes de un mismo entero, y también los que vinculan magnitudes de igual naturaleza (relación entre centímetros y metros) o diferente naturaleza (cantidad de agua y cantidad de mezcla).

¿Qué enseñar respecto del funcionamiento de las fracciones?

Son varios los aspectos que se propone abordar de manera tal que los alumnos puedan tener una mayor comprensión del funcionamiento de estos números. Por un lado se deberá favorecer la resolución de problemas que impliquen comparar fracciones[2]. No se trata de ofrecer a los alumnos un recurso algorítmico único y sin fundamentos, sino de producir diferentes modos de comparar a partir de las características de este tipo de números. Por ejemplo, ½ es menor que 3/2 pues ½ es más chico que 1 en cambio 3/2 es más grande; o bien, analizar que ¾ es menor que 5/6 pues a ¾ le falta ¼ para llegar a 1 en cambio a 5/6 le falta sólo 1/6 para llegar a 1.

El mismo tipo de tratamiento se propone para la noción de equivalencia. Por ejemplo, poder determinar que 1/5 y 2/10 son equivalentes pues 1/10 es la mitad de 1/5, y por lo tanto 2 de 1/10 es igual a 1/5.

Las diferentes maneras en que se han comparado fracciones o determinado equivalencias podrán formar parte de un proceso de generalización: ¿se podrán encontrar otras equivalentes?, ¿se podrá comparar así cualquier par de fracciones?, etc.

El uso de la recta numérica será un recurso para profundizar este tipo de análisis y poder producir nuevas relaciones entre fracciones, y entre el entero y las fracciones, ya que ubicar fracciones o decimales en la recta demanda interpretar cómo están relacionados los números a ubicar y los que se presentan como datos.

Parte del trabajo que implica comprender el funcionamiento de las fracciones gira en torno a la resolución de problemas y cálculos. Se propone que el tratamiento de la suma y la resta entre fracciones y con números naturales se base en las relaciones entre fracciones que se pueden establecer y el recurso del cálculo mental. En este sentido, apelar a fracciones equivalentes será una herramienta que permitirá desarrollar diferentes estrategias. Por ejemplo, para encontrar el resultado de 3/2 + 2/5 una posibilidad es analizar que los décimos forman parte de los quintos y de los medios. De allí que es posible identificar que 2/5 equivalen a 4/10 y 3/2 equivalen a 15/10, para luego sumar los décimos. Pero también sería posible encontrar otras fracciones equivalentes, por ejemplo 8/20 y 30/20, y luego sumar los “veinteavos”. Las fracciones equivalentes que elaboren los alumnos para poder operar con ellas dependerán de sus elecciones, sus recursos y los números que intervienen. Esta opción de tratamiento favorece un cierto nivel de control de la tarea, que difícilmente estaría presente si sólo se propusiera la enseñanza de un único recuso algorítmico.

Tanto para la multiplicación entre fracciones como para la división entre fracciones y naturales se propiciará el mismo tipo de tratamiento que para sumas y

---

[2] Tanto para comparar fracciones como para operar con ellas no se propone en el Diseño Curricular la clasificación de fracciones en propias, impropias o aparentes, sino en mayores, menores o iguales a 1/2, o mayores y menores que 1, o que otros números naturales.

restas[3]. Es decir, se promoverá la resolución de problemas por medio de diferentes estrategias de cálculo mental apoyados en las relaciones entre las fracciones y la noción de fracción. Por ejemplo, poder interpretar que 5 x 1/5 es 1 pues se replica 5 veces 1/5. De esta manera se podrá avanzar en identificar que 2/5 x 7 puede ser pensado como 2 x 1/5 x 7, es decir, 14/5.

Otra cuestión que forma parte del estudio de las fracciones es cómo encontrar una fracción entre dos fracciones dadas. Los alumnos suelen pensar que entre 3/7 y 4/7 no hay ninguna. Recurrir a fracciones equivalentes será un punto de apoyo para encontrar no sólo una, sino para empezar a identificar que hay infinitas.

¿Cómo se profundiza el estudio de las relaciones entre fracciones y expresiones decimales?

Se trata de avanzar hacia la identificación de algunas generalidades acerca de estas equivalencias entre escrituras decimales y fracciones decimales, descontextualizándolas, cuestión que obliga a pensar no sólo hasta los centésimos, sino reconocer milésimos, diezmilésimos, etc. Por ejemplo: *"¿Cuáles de estas escrituras representan 3,457? 3 + 457/100 ; 3457/100 ; 3 + 4/10 + 5/100 + 7/1000 ; 3457/1000"*

Pero a su vez, este trabajo permite retomar la relación entre fracciones y divisiones. Por ejemplo: *"Encontrar una cuenta cuyo resultado sea 3,2 usando la calculadora y sin oprimir la tecla de la coma"*. En este caso, los alumnos podrán reconocer que 32/10 es la fracción que, en términos de cociente (32 : 10), da como resultado 3,2. Este tipo de situaciones permite, a su vez, revisar la idea de fracciones equivalentes, en este caso, son todas aquellas divisiones entre números naturales (numerador/denominador o dividendo/divisor) que den 3,2 (16/5; 320/100; etc.).

Un aspecto que corresponde a 6º año es la exploración de algunas fracciones que no pueden ser escritas con expresiones decimales finitas (1/3, 1/6, etc.). Se podrá identificar también que cualquier expresión decimal (finita) admite múltiples (infinitas) representaciones con fracciones. No se espera que los alumnos utilicen un algoritmo para pasar de fracción a decimal o de decimal a fracción, sino que desplieguen un trabajo exploratorio.

¿Qué enseñar respecto del funcionamiento de las expresiones decimales?

Inicialmente se ha propuesto un abordaje de las expresiones decimales a través de los contextos del dinero y la medida. Se trata de profundizar en el estudio del comportamiento de estas expresiones a partir de analizar el valor posicional, el problema del orden y las estrategias de cálculo.

Respecto del valor posicional se enfrentará a los alumnos a problemas que apunten a "aprender a ver" en la escritura del número información sobre su composición interna, de acuerdo con el lugar que ocupa cada cifra. Así, por ejemplo, se espera que los niños puedan resolver, sin hacer cálculos, problemas como los siguientes: *"¿Cuánto restarle a 4,567 para obtener 4,507?"; "¿Cómo formar el número 4,567 sumando todas las veces que se precise los números 0,1; 0,01 y 0,001?"*. Esta clase de problemas permite retomar el análisis del valor posicional respecto de los números naturales.

La cuestión del orden reviste particular importancia ya que obligará a los alumnos a abandonar la creencia respecto de que si un número es "más largo" será entonces mayor. Por ejemplo, para ordenar 1,111111 - 2 - 1,2 - 1, 134 será necesario considerar el valor posicional.

---

[3] La división entre fracciones se propone para 7º ESB.

Respecto del cálculo se propondrá, del mismo modo que para los números naturales, el estudio de diferentes estrategias: cálculo mental, cálculo estimativo, cálculo con calculadora y cálculo algorítmico. Se propone un trabajo en torno al cálculo mental, especialmente para "decimales redondos" o para aquellos números que permiten apoyarse en el valor posicional. Por ejemplo 4,55 + 3,45 ; 2,50 x 8 ; 2,34 x 100, etc. También en el terreno del cálculo, los alumnos deberán enfrentarse a revisar las ideas de que "multiplicar agranda" y que "dividir achica" - que sí funcionan para los números naturales -. Estas cuestiones se tornarán objeto de reflexión frente a cálculos con números menores que 1, por ejemplo 20 x 0,5 = 10 ó 20 : 0,5 = 40, y aparecen como contenidos explícitos. Se propone también el análisis de algunos errores frecuentes que surgen al tratar los decimales como "dos números separados por una coma"; por ejemplo el que surge al considerar que 4,5 + 4,7 es 8,12.

Los algoritmos para sumar, restar, multiplicar y dividir decimales con naturales o decimales entre sí serán también objeto de trabajo, apoyados en las propiedades de las operaciones y de los números. Por ejemplo, para dividir 4,234 por 2,3 se analizará que el cociente es equivalente si se multiplican ambos números por 10 o por 100. "Correr las comas" será entonces una consecuencia de las operaciones y no una técnica vacía de sentido.

Finalmente, del mismo modo que se ha propuesto para el estudio de las fracciones, se busca que los alumnos aprendan a encontrar una expresión decimal entre otras dos dadas. Los alumnos suelen pensar que entre 3,7 y 3,8 no hay ningún número, pero deberán enfrentarse a que 3,765 ; 3, 71 – e infinitos más – están entre ambos. Estas ideas abonarán al inicio en la consideración de la densidad como característica del conjunto de los números racionales.

A continuación se presentan clases de problemas para proponer a los alumnos:

a) Establecer relaciones entre fracciones y el cociente entre números naturales

Se trata de identificar que el resultado de un reparto equitativo puede ser expresado con una fracción. Por ejemplo: *Se reparten 7 chocolates entre 5 chicos, en partes iguales y no sobra nada. ¿Cuánto le tocó a cada uno?* Repartir 7 entre 5 hace corresponder 7/5 a cada uno, y este resultado es equivalente a 1 y 2/5. Estas escrituras dependerán de cómo se efectúe el reparto. En este caso, será pertinente que los problemas incluyan todo tipo de fracciones: 1/3, 6/5, 8/7, etc.

En el trabajo colectivo, el maestro promoverá el análisis sobre la identificación de estas escrituras con la cuenta de dividir. Por ejemplo, para repartir 36 chocolates entre 7 chicos se hizo la cuenta:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 7 \\ \hline 1 & 5 \end{array}$$

luego, a cada uno le corresponden 5 chocolates y 1/7 y esta expresión es equivalente a 36/7.

A su vez, resultará interesante que el maestro propicie el análisis inicial acerca de algunas diferencias entre las fracciones y los números naturales: con las fracciones, siempre es posible encontrar un número que multiplicado por otro dé como resultado 1, por ejemplo, 4 x ¼ = 1, afirmación que no es válida dentro del campo de números naturales.

b) Resolver problemas de proporcionalidad directa en los que la constante es una fracción

Será tarea del maestro presentar este tipo de problemas y promover la vinculación con los que involucran la proporcionalidad directa, en el marco de la multiplicación y la división con números naturales, distinguiendo que aquí la constante es una fracción. Por ejemplo: *Si con 2 litros de agua toman 5 chicos, y todos toman la misma cantidad, ¿cuánto toma cada chico?* En este caso, cada chico toma 2/5 que es la constante de proporcionalidad.

c) Resolver problemas que requieren considerar a la fracción como una proporción

El docente promoverá la resolución de situaciones que permitan a los niños identificar que si, por ejemplo, se habla de 3 de cada 4 alumnos, equivale a considerar ¾ partes del total de alumnos. También es posible proponer problemas en los que se deba comparar dos proporciones y determinar cuál es mayor: *En un grupo, 3 de cada 5 personas son de Boca. En otro grupo, 4 de cada 6 personas son de Boca. ¿En cuál de los dos grupos hay más cantidad de hinchas de Boca en proporción a la cantidad de personas?*

Las fracciones 3/5 y 4/6 permiten identificar la proporción de fanáticos del club en cada grupo. Compararlas será uno de los recursos que posibilitará responder el problema y en este caso, se podrá identificar que a 3/5 le faltan 2/5 para llegar al entero en tanto que a 4/6 le faltan 2/6 para llegar al entero. Es decir, le falta menos, por lo tanto, 4/6 es más grande que 3/5. De allí que en el segundo grupo hay más cantidad de personas de Boca, en relación al total.

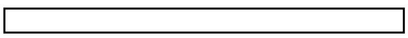
Será tarea del maestro propiciar la reflexión para que este tipo de trabajo se asocie con la búsqueda de porcentajes: 3/5 equivalen a 60/100 es decir, al 60%, en tanto que 4/6 representa aproximadamente el 66 %, pues se trata de 2/3 y concluir que a mayor porcentaje, la fracción es más grande.

d) Resolver problemas de medida en los cuales las relaciones entre partes o entre partes y el todo pueden expresarse usando fracciones

Algunos problemas involucran comparar unidades de medida diferentes, a partir de las relaciones entre estas unidades y el entero. El maestro propondrá este tipo de problemas para favorecer el establecimiento de relaciones entre longitudes que son fracciones de un mismo entero. Por ejemplo, si la tira A entra 4 veces en un entero y la tira B entra 3 veces en el entero, ¿cuántas veces entra la tira A en la tira B?

Tira A Tira B

Mediante diferentes recursos se espera que los alumnos establezcan que la tira A es ¾ de la tira B, por comparación entre las tiras o apelando al entero, que será una tira como la siguiente:



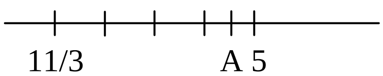
Dependerá de las relaciones entre las tiras y el entero, cuál recurso será el más pertinente.

e) Elaborar recursos que permiten encontrar al menos una fracción entre dos fracciones dadas

Será tarea del docente iniciar a los alumnos en la idea de densidad del conjunto de números racionales. Es decir, proponer situaciones que evidencien que siempre, entre

dos fracciones, es posible encontrar alguna otra fracción. Por ejemplo: *Encontrar una fracción entre 1/4 y 1/5*.
Para resolver este problema, será necesario que los niños identifiquen que, así escritas, se hace más difícil imaginar cuál fracción estará entre ellas. La idea de equivalencia nuevamente vuelve a ser pertinente: 1/5 = 2/10 = 20/100 en tanto que 1/4 =25/100. Luego, entre 20/100 y 25/100 es más fácil encontrar "muchas" fracciones, por ejemplo 21/100. A través de la reflexión colectiva, el maestro promoverá que los alumnos reconozcan que, cuantas más particiones se realicen, más sencillo será encontrar fracciones entre dos fracciones dadas. Este mismo tipo de tratamiento se propone con expresiones decimales.

f) Resolver problemas que demandan comparar fracciones y encontrar fracciones entre números dados usando la recta numérica
La recta numérica es un recurso que sirve como soporte para tratar problemas de orden de fracciones. El trabajo con este soporte permite tratar los números fraccionarios como números en sí mismos, sin tener en cuenta un contexto. Por ejemplo: *Decidir qué número está representado con la letra A en la siguiente recta numérica:*



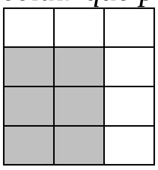
En este caso, van desde 11/3 hasta 15/3 = 5. Luego, A está justo en el medio entre 14/3 y 15/3. Conviene entonces pensarlo en sextos: 28/6 y 30/6, luego A = 29/6
Otro ejemplo *Comparar 12/5 y 13/7*
Tanto para ubicar números fraccionarios en la recta, como para comparar fracciones, un recurso posible es considerar fracciones equivalentes para determinar nuevas subdivisiones en cada intervalo entre números. Este mismo tipo de tratamiento se propone con expresiones decimales, incluyendo la ubicación tanto de fracciones como de expresiones decimales en una misma recta.

g) Resolver problemas que demandan realizar sumas y restas entre fracciones utilizando diferentes recursos de cálculo.
Se propone recuperar lo realizado en años anteriores, afianzando los recursos de cálculo. Será necesario que los niños reconozcan, por ejemplo, que para sumar quintos y décimos es conveniente usar décimos, que para sumar octavos y séptimos es posible multiplicar ambos denominadores para encontrar uno común, y en cambio para sumar cuartos, medios y doceavos es suficiente con recurrir a equivalencias con doceavos.
El maestro promoverá que los alumnos elijan diferentes recursos de cálculo según los números involucrados, de manera tal de ejercer un cierto grado de control sobre sus propios recursos. También propiciará el análisis de las equivalencias entre las diferentes escrituras que circulen en la clase, tanto propuestas por los alumnos como por él mismo.

h) Resolver problemas que involucran la multiplicación entre una fracción y un entero y la multiplicación entre fracciones
El maestro presentará problemas de proporcionalidad directa en los que la constante sea una fracción y los valores de las magnitudes sean enteros y fracciones. Por ejemplo: *Completar la siguiente tabla de proporcionalidad directa:*

Cantidad de mezcla (en baldes)	*1*	¼	*2*	¾
Cantidad de agua (en litros)	½			

Se espera que los niños reconozcan que, en este caso, la constante es ½ y, por lo tanto, identifiquen que, para ¼ corresponde 1/8 litro de agua. Esta información, proveniente de las relaciones entre fracciones, permitirá analizar que ¼ × ½ debe ser 1/8 y elaborar un modo de multiplicar para que el resultado sea lo que se anticipó. Los alumnos podrán reconocer, por ejemplo, que multiplicar por ½ es equivalente a dividir por 2, o bien que la cuarta parte de ½ es también 1/8, ya que se multiplican los denominadores para obtener el resultado. Del mismo modo, podrán analizar que se multiplican los numeradores para que la cuenta dé lo que se espera.
Otro contexto que demanda la multiplicación entre fracciones es el del área. Por ejemplo: *Decidir qué parte está sombreada en el siguiente cuadrado:*



A simple vista es posible reconocer que se trata de 6/12 = 1/2. El maestro podrá promover un análisis más detallado que permita a los alumnos plantear que está sombreado 2/3 de la base y ¾ de la altura. De allí que puedan identificar lo sombreado con el siguiente cálculo: 2/3 × ¾ y comprender que del cálculo deberá resultar 6/12 = ½. Para pensarlo, los niños podrán apelar a diferentes recursos, por ejemplo: buscar la cuarta parte de 1/3, es decir, hacer ¼ × 1/3, que será 1/12, para luego replicar esta cantidad 6 veces, que es el resultado de 2 × 3, obteniendo 6/12. Finalmente, podrán concluir que, para obtener el resultado esperado, se deberá multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador.

i) Resolver problemas de división entre una fracción y un entero
El docente podrá proponer el mismo tipo de análisis que para situaciones que involucran multiplicaciones, para problemas como el siguiente: *Se quiere repartir ¾ kilos de helado entre 5 personas, en partes iguales. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?*
El cálculo que representa el problema es ¾ : 5. Para tratarlo, los alumnos podrán comenzar partiendo en 5 la cantidad ¼, obteniendo 1/20, para luego establecer que cada uno recibirá 3 de 1/20, es decir, 3/20. Este abordaje permitirá identificar que ¾ : 5 = 3/20. Pero a su vez, vinculará a los alumnos con la idea de que ¾ : 5 equivale a buscar la quinta parte de ¾, que es lo mismo que escribir 1/5 × ¾ = 3/20. De allí, podrán avanzar en el reconocimiento de que ¾ : 5 = 1/5 × ¾ = ¾ × 1/5.

j) Resolver problemas que exigen analizar las relaciones entre fracciones decimales y expresiones decimales
Se trata de proponer problemas que favorezcan la comprensión del funcionamiento en términos de décimos, centésimos, milésimos, etc., de las expresiones decimales. Por ejemplo: *¿Cuántas tarjetas de 1/10, de 1/100 y de 1/1000 se necesitarían para formar el número 0,352? ¿Y para formar el 2,95?* Los alumnos deberán identificar que cada cifra decimal informa la cantidad de décimos, centésimos y milésimos que constituyen el número. A su vez, requiere determinar que hacen falta 20 cartas de 1/10 para armar el 2 de la segunda pregunta.

k) Explorar equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales, considerando la posibilidad de buscar fracciones a partir de cualquier expresión decimal y los problemas que surgen al buscar expresiones decimales para algunas fracciones

Se plantearán situaciones que permitan analizar las características de los números involucrados de manera de establecer relaciones, apelando a las fracciones decimales, a fracciones equivalentes, al valor posicional de la cifras decimales, a la multiplicación por la unidad seguida de ceros, entre otros recursos. Por ejemplo: *Encontrar las expresiones decimales de 4/5, 3/8 y 4/25; Analizar cuáles de estas fracciones pueden expresarse con centésimos 5/6, 5/8 y 6/15; ¿Es verdad que la fracción 3/8 puede expresarse con milésimos pero no con centésimos?; ¿Cuáles de estas expresiones son equivalentes a 4,25? 425/100 4 y 25/10 4 y 25/100 42/10 y 5/100 850/200*

No se espera que los alumnos utilicen un algoritmo para pasar de fracción a decimal o de decimal a fracción sino que desplieguen un trabajo exploratorio

l) Identificar que entre dos expresiones decimales siempre es posible encontrar otra expresión decimal o una fracción, usando la recta numérica

Se trata de generar el mismo tipo de situaciones que se propuso para fracciones, pero apelando a las relaciones entre fracciones y decimales. Por ejemplo, para encontrar una fracción entre 3,45 y 3,46 será conveniente que los niños identifiquen que 3,45 = 345/100 y 3,46 = 346/100. Esto permitirá, mediante equivalencias, reconocer que buscar fracciones entre 3,45 y 3,46 equivale a buscarlas entre 3450/1000 y 3460/1000, y encontrar, entre otras posibles, 3457/1000 que equivale a 3,457.

El uso de la recta numérica servirá como soporte para nuevas situaciones. Por ejemplo, *Ubicar 5,25 en la siguiente recta numérica:*

0 15/10

Para abordar este problema, una posibilidad es que los alumnos reconozcan que la tercera marca corresponde a 45/10 = 4,5, luego, la siguiente será 6 = 60/10. Justo en el medio se encontrará 5,25 pues se trata de 525/100 que es el punto medio entre 450/100 y 600/100.

m) Resolver problemas que demandan analizar la multiplicación y división de números decimales por la unidad seguida de ceros y establecer relaciones con el valor posicional de las cifras decimales

Se trata de recuperar las relaciones entre fracciones decimales y expresiones decimales para anticipar resultados de multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros. Por ejemplo: *Decidir el resultado de cada cálculo: 0,10 × 10 ; 0,01 × 10 ; 0,01 × 100*

A partir de identificar que, por ejemplo, 10 monedas de 10 centavos arman 1 peso y la posibilidad de escribir esta equivalencia como 0,10 × 10 = 1 se podrá analizar el primer cálculo. Los niños podrán tratar los otros cálculos de manera similar, favoreciendo una exploración acerca de los resultados de multiplicar por 10, por 100, etc. Del mismo modo, podrán analizar en problemas de reparto de dinero, los resultados que se obtienen de repartir, por ejemplo, 34 pesos entre 10 compañeros y su relación con la fracción 34/10 = 3,4

El maestro podrá profundizar este trabajo planteando problemas como el siguiente: Si se ingresa en la calculadora el número 5,429 y se oprimen las teclas × 10, ¿qué número se verá en el visor?, ¿cuántas veces habrá que oprimir × 10 de manera de ver el número 542900?

n) Utilizar recursos de cálculo mental y algorítmico, exacto y aproximado para sumar, restar, multiplicar y dividir expresiones decimales entre sí y con números naturales

El maestro propiciará el uso de la información que brinda la escritura de las expresiones decimales en términos de posicionalidad, sus relaciones con fracciones decimales y la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, para resolver diferentes tipos de cálculos con un cierto control sobre los resultados que se obtienen.

Por ejemplo, *Encontrar el resultado de 2,5 x 3,11.* Una posibilidad es pensar en transformar el cálculo en un producto entre números naturales. Para ello, se podrá multiplicar 2,5 por 10 y 3,11 por 100. Como resultado de estas multiplicaciones, "se corren las comas". Al resultado de 25 x 311 será necesario dividirlo por 1000, corriendo la coma tres lugares a la izquierda para obtener el resultado de 2,5 x 3,11. De la misma manera se podría pensar en multiplicar ambos números por 100 y en consecuencia, al resultado dividirlo por 10000.

En el caso de la división, para encontrar, por ejemplo, el cociente de 7,45 : 2,5, los niños podrán identificar que este cálculo es equivalente a 74,5 : 25 y que a su vez, equivale a 745 : 250. Estos cálculos podrán pensarse también desde las fracciones equivalentes. Es decir, 7,45 = 745/100 y 2,5 = 250/100. Luego, 7,45 : 2,5 equivale a 745/100 : 250/100 que es lo mismo que hacer 745 : 250.

También es importante que los alumnos aprendan a estimar resultados antes de hacer los cálculos algorítmicos. Por ejemplo, para calcular 456,78: 3,45, podrán considerar que es aproximadamente 400:4 y que entonces, la parte entera del cociente será aproximadamente 100, es decir, tendrá tres cifras. O bien, para pensar en 5,67 x 234,23, calcular 5 x 200 y anticipar que el producto dará aproximadamente 1000. Este recurso será muy fértil para controlar el resultado de cálculos algorítmicos y para resolver problemas para los cuales es suficiente con estimar.

El docente podrá propiciar el análisis de algunas diferencias en el comportamiento de las expresiones decimales respecto de los números naturales. Algunos errores de los alumnos se explican por su intento de generalizar propiedades válidas para los números naturales, extendiéndolas a los decimales. Por ejemplo, creer que "si se multiplica se agranda y si se divide se achica". Será necesario abordar estas cuestiones con problemas específicos, además de considerar los errores de los alumnos. Por ejemplo: *Joaquín dice que multiplicó 10 x 0,75 y le dio un número menor que 10.¿Es posible?; Malena dice que dividió 16 por 0,4 y le dio un número mayor que 16, ¿se habrá equivocado?*

Bibliografía sobre la enseñanza de los Números Racionales

- Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003): "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad." RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Vol 6 N° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26 Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm
- Centeno Perez, Julia (1988): Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?, Ed. Síntesis.
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Aportes para el desarrollo Curricular (2001). Matemática: "Acerca de los números decimales: una secuencia posible"
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (1997): Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Disponible en www.buenosaires.gov.ar
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): Fracciones y Números decimales. Apuntes para la enseñanza de 4º a 7º. Disponible en www.buenosaires.gov.ar

- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): *Cálculo Mental con Números Racionales. Apuntes para la enseñanza*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar

SEGUNDA PARTE: Geometría

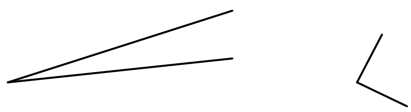
Un proyecto de enseñanza que se plantea como objetivo poner en contacto a los niños con aspectos esenciales de la producción matemática, no puede despreciar la riqueza que en tal sentido ofrecen los saberes geométricos. El estudio de las propiedades de las figuras y de los cuerpos supone la puesta en juego de estrategias, de modos de pensar, de formas de razonamiento, específicos de este dominio.

¿De qué se trata el trabajo en geometría en el Segundo Ciclo?

El trabajo geométrico plantea tres aspectos centrales. En primer lugar profundizar el estudio de las propiedades de figuras y cuerpos que ya han sido tratados, de alguna manera, en el Primer Ciclo (triángulos, cuadrados, rectángulos, cubos, prismas, etc.). En segundo lugar, proponer el estudio de figuras geométricas y cuerpos que no han sido tratados en el Primer Ciclo (circunferencias, círculos, rombos, paralelogramos, pirámides, etc.). Y por último, se propone avanzar en un modo de trabajo que permita distinguir un dibujo de la figura geométrica que representa, construir soluciones y argumentar a favor o en contra de afirmaciones, estrategias y procedimientos - poniendo en juego propiedades de las figuras y los cuerpos-, anticipar resultados y construir soluciones sin necesidad de comprobación empírica[4].

¿Qué clase de avances se espera provocar en el "modo de trabajo" en torno a las figuras geométricas?

Al igual que en el Primer Ciclo, se plantea el estudio de la Geometría a partir de la resolución de problemas en los que se pongan en juego algunas de las propiedades de figuras. El trabajo geométrico debe avanzar hacia niveles en los que figura y dibujo sean objetos relacionados, pero diferentes[5]. Sabemos que esta relación cambia en función de los conocimientos de quien "mira": ante el dibujo de un cuadrado, distintas personas podrán "ver" cuestiones diferentes según el caudal de conocimientos que posean o estén elaborando. La enseñanza debe trascender el nivel perceptivo, propiciando la puesta en juego y la explicitación de características que permiten analizar propiedades de las figuras y que no dependen del dibujo particular que se ha utilizado. Los problemas pondrán en primer plano ciertas propiedades, que constituyen el objeto de estudio de cada uno de los contenidos propuestos. Por ejemplo, en el problema *¿Cuál de estos dos ángulos es mayor?*



[4] En el primer ciclo los alumnos podrán saber si hicieron bien un copiado o realizaron una construcción "probando" o superponiendo. Se espera que en el segundo ciclo los alumnos progresivamente abandonen recursos más ligados a las pruebas materiales y empiecen a determinar la validez de una afirmación dando razones o la medida de un ángulo sin necesidad de medir o de superponer. Por ejemplo: *Se que los ángulos de este triángulo miden 60º porque es equilátero y sus tres ángulos miden igual. Y como la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180º, estoy seguro de que serán de 60º cada uno.*

[5] Mientras que una figura es un objeto ideal, caracterizado por una serie de propiedades, un dibujo es una representación gráfica posible de una figura.

se elige intencionalmente presentar un dibujo con segmentos más largos para el ángulo menor y con segmentos más cortos para el ángulo mayor, de modo de cuestionar la idea de que la amplitud de un ángulo depende de la longitud de los segmentos que lo determinan. Esta idea – que deberá ser rechazada - se muestra reforzada por el dibujo (es decir, desde lo perceptivo).

Uno de los cambios más notables en la actividad del segundo ciclo respecto del anterior refiere a los modos de validación, es decir, de qué manera los alumnos darán cuenta de la validez de resultados y procedimientos que han utilizado en la resolución de problemas. Se apunta a que la validación, aunque pueda incluir algún componente empírico – por ejemplo la superposición de figuras -, involucre argumentos que pongan en juego propiedades de la figura y no únicamente del dibujo particular.

Cabe señalar, además, el papel que juega la medición dentro del trabajo geométrico. La medición siempre implica la presencia de errores, esto significa que las mediciones pueden ser más o menos precisas, pero nunca "exactas". Cualquier argumento basado en mediciones tendrá una componente de aproximación.

A su vez, para demostrar que una propiedad es verdadera para cualquier caso, no alcanza con mostrar que es cierta para algunos ejemplos (aunque éstos sean "muchos"). Así, por ejemplo, respecto de la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo, las actividades que se centran en la medición y suma de las medidas de los ángulos de varios triángulos no permiten demostrar la propiedad de que su suma mide 180º. Las mediciones no constituyen demostraciones de una propiedad general, pero sí pueden ser un punto de partida para la elaboración de una conjetura, por ejemplo: "La suma de los ángulos interiores en todos estos triángulos dio valores cercanos. ¿Será cierto que en otros triángulos pasará lo mismo? ¿Se podrá construir un triángulo en el que esa suma dé un valor diferente, por ejemplo 100°?".

¿Cuál es el papel de los dibujos y las construcciones? ¿Y el de los instrumentos geométricos?

Lo dicho hasta aquí no implica que los dibujos y las mediciones no formarán parte de la enseñanza de la Geometría en el Segundo Ciclo; por el contrario, muchos de los problemas que se proponen involucran el dictado, el copiado y la construcción de figuras. Sin embargo, estas representaciones gráficas serán un medio para el estudio de las propiedades de figuras y cuerpos, y no un fin en sí mismas. Por ejemplo: *Construir, si es posible, un triángulo con un ángulo de 60°, otro de 100° y otro de 20° y otro triángulo con un ángulo de 80° y dos ángulos de 40°.* Para quien no conoce aún la propiedad de la suma de los ángulos interiores de los triángulos, será necesario realizar las construcciones y enfrentarse a que un triángulo se puede construir y el otro no. Las construcciones son aquí un disparador para nuevas preguntas: "¿Habrá otros triángulos que no se puedan construir? ¿Con qué medidas se puede construir un triángulo y con cuáles no?". El hecho de que un triángulo "no cierra" lleva a pensar que pueden existir otros, e impulsa a explorar la existencia de algún criterio general para establecer condiciones en las que el dibujo de un triángulo se puede llevar a cabo, esto es, a la propiedad de la suma de ángulos interiores. Las representaciones gráficas de las figuras se constituyen, "de la mano del docente", en recursos para la exploración y la anticipación de relaciones.

En sexto año se retoman el uso de la regla, de la escuadra, del compás, del transportador y de la regla no graduada. Un cierto dominio en el uso de los instrumentos geométricos es necesario para el abordaje de muchos problemas, pero no es un objeto de estudio de la Geometría. El trabajo con compás, transportador, regla y escuadra es un valioso recurso de la enseñanza cuyo objetivo es propiciar el estudio de ciertas propiedades de las figuras que se ponen en evidencia cuando se quiere construir a partir de cierta información. Es necesario, por lo tanto, enseñar a utilizarlos sin perder de vista el propósito que tienen.

También el tipo de hoja que se usa pone en primer plano algunas propiedades a estudiar. Por ejemplo, si se solicita la construcción de un rectángulo en hoja lisa, los niños deberán buscar el modo de garantizar la perpendicularidad de lados consecutivos, cuestión que no se constituye como centro del problema si la hoja es cuadriculada. Es por esta razón que algunos de los problemas de construcción y copiado podrán proponerse en hoja cuadriculada, avanzándose hacia propuestas en hoja lisa, de modo de estudiar nuevas relaciones entre los elementos de las figuras.

A continuación se presentan diferentes clases de problemas para abordar el trabajo con **triángulos** y **cuadriláteros**[6] en 6º año.

a) Construir triángulos a partir de las medidas de sus lados y/o de sus ángulos para identificar sus propiedades

Se propone ofrecer a los alumnos diferentes tipos de problemas que exijan la construcción de triángulos con regla, compás y transportador, a partir de diferentes informaciones: dados tres lados; dados un lado y dos ángulos adyacentes; dados dos lados y el ángulo comprendido. Se trata de analizar, en estos casos, bajo qué condiciones es posible construirlo, si la construcción es única o si se puede construir diferentes triángulos. Entre las ideas que los alumnos deberán recuperar, está presente la propiedad triangular: siempre la suma de dos de sus lados debe ser mayor que el tercer lado.

A partir de otras construcciones, se podrá poner de relieve la existencia de triángulos con un ángulo recto, otros con ángulos agudos y algunos que tienen un ángulo obtuso, estableciendo la clasificación en función de los ángulos.

Algunos problemas que no implican construcciones y ponen en juego la clasificación de triángulos en función de lados y ángulos son por ejemplo: *¿Existen triángulos con tres lados iguales y un ángulo obtuso?; ¿Existen triángulos isósceles con un ángulo recto? ¿Por qué?*

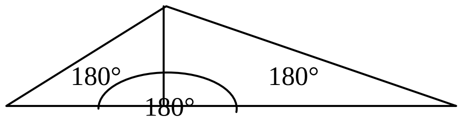
b) Elaborar conjeturas y analizar una demostración de la propiedad de la suma de los ángulos interiores de los triángulos

La entrada en el estudio de esta propiedad podrá organizarse a partir de diferentes clases de problemas. Por ejemplo: *a. Construir, si es posible, un triángulo con un ángulo de 60°, otro de 100° y otro de 20°. b. Construir, si es posible, un triángulo con un ángulo de 80°, otro de 40° y el tercero de 30°.*

La comparación entre lo ocurrido en la parte a y la parte b (no se puede construir) brinda "pistas" para analizar cuáles condiciones hacen que se pueda construir y cuáles no, en función de las medidas de los ángulos. Esta es una posible entrada para explorar la propiedad de la suma de los ángulos interiores. Otra entrada podrá ser a partir de problemas que impliquen medir. En este caso, es posible que a los alumnos la suma no les dé 180º (probablemente les dé 179º, 176º, 181º, 185º, etc.). Será necesario entonces buscar nuevos modos de analizar esta relación. Tanto si los alumnos han probado construir triángulos, como si han medido los ángulos interiores o los han superpuesto, empiezan a conjeturar que "algo pasa" con la suma de los ángulos interiores: "parece

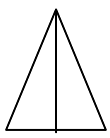
[6] En este documento se ha realizado una selección de algunos contenidos de los propuestos para Geometría para 6º año.

que da cerca de 180”. El docente deberá intervenir para que los alumnos identifiquen que estas exploraciones permiten conjeturar, pero de ningún modo permiten “estar seguros”. Será una buena ocasión para que se enfrenten al análisis de alguna demostración producida a lo largo de la historia de la matemática enfatizando en qué propiedades se apoyan. Por ejemplo, a partir de considerar un rectángulo con el trazado de una diagonal, el maestro podrá mostrar que como la suma de los ángulos interiores del rectángulo mide 360º por ser cuatro ángulos rectos, la suma de los ángulos interiores de los triángulos rectángulos que quedan determinados miden la mitad, o sea 180º. Para demostrar que esta propiedad es aplicable a cualquier triángulo – no sólo los rectángulos -, se puede partir de la idea de que cualquier triángulo puede dividirse en dos triángulos rectángulos trazando una perpendicular a la base que pase por el vértice opuesto. Nuevamente, se puede demostrar que la suma de los ángulos interiores mide 180º al “restarle” los dos ángulos rectos que quedan determinados por la base y la altura.



180° de uno de los triángulos + 180° del otro – 180° de los dos rectos quedan 180°.
El objeto “suma de los ángulos interiores” es un contenido en sí mismo y, a la vez, es un medio para introducir dos aspectos esenciales del quehacer geométrico: la insuficiencia de la percepción y la medida como recurso para “estar seguros”, y la idea de la demostración por medio de argumentos apoyados en las propiedades. Ambas cuestiones serán también explicitadas a los alumnos por parte del docente.
Una vez tratada la propiedad, se propondrá a los alumnos problemas de construcción y de determinación de la medida de ángulos sin medir efectivamente. Por ejemplo: *“En un triángulo isósceles, determiná la medida de los ángulos iguales sin medirlos sabiendo que el ángulo desigual mide 30º”; ¿Será cierto que en cualquier triángulo equilátero cada ángulo mide 60º?*

c) Construir triángulos a partir de las medidas de sus lados y sus ángulos para recordar sus propiedades
Se propone ofrecer a los alumnos diferentes tipos de problemas que exijan la construcción de triángulos con regla, compás y transportador, a partir de diferentes informaciones: dados tres lados; dados un lado y dos ángulos adyacentes; dados dos lados y el ángulo comprendido. Se trata de analizar, en estos casos, bajo qué condiciones es posible construirlo, si la construcción es única o si se puede construir diferentes triángulos. Los problemas que el docente propondrá permitirán retomar los conceptos ya estudiados en otros años: la clasificación de triángulos por sus lados y ángulos, la propiedad de la suma de los ángulos interiores y la propiedad triangular (la suma de dos de sus lados debe ser mayor que el tercer lado).
Otras construcciones permitirán presentar la idea de altura, por ejemplo, *copiar el siguiente dibujo formado por dos triángulos iguales:*



Se deberá considerar que el segmento es perpendicular a la base y, en este caso, pasa por su punto medio. Otras construcciones o copiados permitirán tratar la altura en otro tipo de triángulos no isósceles. Este concepto será requerido para el cálculo de áreas de triángulos.

d) Construir cuadrados, rectángulos y rombos para identificar propiedades relativas a sus lados y a sus ángulos

Se propone iniciar el trabajo mediante problemas que permitan explorar propiedades de cuadrados, rectángulos y rombos. Por ejemplo, copiados o construcciones con regla y compás a partir de diferentes informaciones tales como medidas de lados y de ángulos. Particularmente, se busca analizar la posibilidad de construir muchos –en realidad, infinitos- rombos, conocidas las medidas de sus lados. Será necesario que los niños identifiquen que en los rombos, a diferencia de cuadrados y rectángulos, el ángulo entre dos lados consecutivos puede variar, sin variar la longitud de dichos lados. Por ejemplo: *construir un rombo sabiendo que el siguiente segmento es uno de sus lados:*

e) Construir paralelogramos como medio para estudiar algunas de sus propiedades[7]

Se propone ofrecer a los alumnos una diversidad de problemas que permitan identificar propiedades de paralelogramos: lados opuestos iguales y paralelos, ángulos opuestos iguales, la suma de ángulos consecutivos es 180°, etc.

Entre los problemas que involucran construir, algunos requieren copiar figuras. La tarea de copiar un paralelogramo le demandará al alumno decidir qué medidas tomar. El docente podrá enfatizar el análisis de cómo usar las propiedades para determinar la menor cantidad de datos a tomar en cuenta para el copiado.

En otros problemas, se les solicita directamente a los alumnos las construcciones bajo ciertas condiciones: *Construir un paralelogramo que tenga un lado de 4 cm y otro de 6 cm. ¿Se podrá construir otro diferente?; Construir un paralelogramo que tenga un ángulo de 60° y otro de 120°; Construir un paralelogramo que tenga un ángulo de 130° y otro de 30°.* Se trata de apelar a las propiedades de los triángulos para construir paralelogramos -a partir de las medidas de sus lados, así como a la suma de los ángulos interiores de un triángulo- y a la idea de paralelismo. Estas propiedades permitirán analizar bajo qué condiciones es posible construirlos y cuándo no, así como si la construcción es única o no.

El docente podrá proponer problemas que exijan comunicar la información necesaria para reproducir una figura. Nuevamente, considerar las propiedades permitirá decidir qué información es necesaria para describir una figura y que tenga una única solución.

Otros problemas demandarán a los alumnos determinar la correspondencia entre descripciones diferentes y una figura dada o entre varias figuras y una descripción.

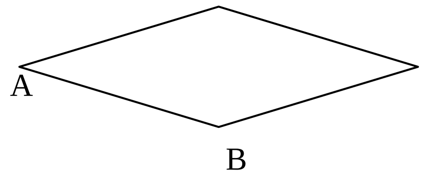
A partir de las diferentes clases de problemas propuestos, se podrá ir estableciendo que el cuadrado, el rectángulo y el rombo son casos particulares de paralelogramos.

f) Elaborar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de paralelogramos

El docente podrá proponer problemas que permitan establecer que la suma de los ángulos interiores de cualquier paralelogramo es 360º. Elaborar esta propiedad no será trabajoso en el caso de cuadrados y rectángulos, pero para el caso de rombos y otros paralelogramos no rectángulos, la demostración podrá apoyarse en el trabajo precedente y en las propiedades de los triángulos – a partir de trazar una diagonal que divida al paralelogramo en dos triángulos-.

[7] En esta sección y en las que siguen, por paralelogramo nos referimos a todo cuadrilátero que tenga dos pares de lados opuestos paralelos, incluyéndose entre ellos a cuadrados, rectángulos, rombos, etc.

Luego de la explicitación de la propiedad, será necesario que los alumnos se enfrenten con situaciones que demanden usarla. Por ejemplo: *El siguiente dibujo representa un rombo. El ángulo A mide 30º, determinar la medida del ángulo B, sin medir.*



g) Construir paralelogramos para identificar propiedades de sus diagonales

Se trata de ofrecer problemas que pongan de manifiesto las características de las diagonales en cuadrados, rectángulos, rombos y otros paralelogramos. Es decir, se busca que los niños identifiquen que las diagonales en cualquier paralelogramo se cortan en su punto medio. Si además, son iguales y son perpendiculares, se tratará de un cuadrado. En tanto que en los rectángulos, las diagonales son iguales y se cortan en su punto medio. En el rombo, también se cortan en su punto medio y son perpendiculares. El maestro propondrá un conjunto de problemas que permitan a los alumnos empezar a explorar estas relaciones. Por ejemplo:

Construir un cuadrado sabiendo que el siguiente segmento es su diagonal:

Construir un rombo sabiendo que los siguientes segmentos son sus diagonales:

Construir un paralelogramo que tenga estos segmentos como diagonales:

En estos casos se tratará también de analizar si la construcción es única o no y por qué.

h) Resolver problemas que permiten establecer relaciones entre algunos cuadriláteros y la circunferencia que los inscribe.

A la luz del trabajo con las diagonales se podrá proponer a los alumnos diferentes problemas que demanden construir circunferencias que pasen por los vértices de cuadriláteros. La tarea consiste en analizar en qué casos es posible hacerlo, en cuáles no y por qué. Por ejemplo, si se trata de construir una circunferencia que pase por los vértices de un cuadrado o de un rectángulo, el punto donde se cruzan las diagonales será centro de dicha circunferencia, pues equidista de cada vértice. Además, una diagonal es a la vez el diámetro de la circunferencia que la circunscribe. Se podrá concluir que hay infinitos rectángulos que tienen sus vértices en una circunferencia dada.

Otro ejemplo: *Construí una circunferencia de diámetro 4 cm. Trazá tres rectángulos diferentes de tal manera que sus cuatro vértices coincidan con puntos de la circunferencia.* O bien: *A partir de este cuadrado construí una circunferencia que pase por sus cuatro vértices*.

Otros problemas permitirán elaborar la idea de que no hay una circunferencia que pueda inscribir a rombos o paralelogramos –no rectángulos ni cuadrados – ya que la distancia entre el punto de cruce de las diagonales y los vértices no es la misma

Bibliografía sobre la enseñanza de la Geometría

- Berthelot, R., Salin, M. H. (1993): "La enseñanza de la geometría en la Escuela Primaria" en Grand N, Nº 53 Grenoble, Francia y traducido para el PTFD, Programa de transformación de la Formación Docente. Ministerio de Educación de la Nación en 1994.
- Broitman, C.; Itzcovich, H. (2003): "Geometría en los primeros grados de la escuela

primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza" en Panizza (comp.) Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas. Paidós.

- Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001): "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB", disponible en www.abc.gov.ar
- Fregona, D. (1995): Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques. Thèse, Université de Bordeaux I
- Gálvez,G. (1994): "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". en Parra y Saiz (comp.) Didáctica de Matemáticas. Bs. As. Ed. Paidós.
- Itzcovich, Horacio (2005): Iniciación al estudio didáctico de la geometría. Editorial Libros del Zorzal.
- Martinez, R. y Porras, M. (1998) "La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria.". En: Revista Novedades Educativas Nº 78. Bs. As.
- Parra, C; Sadovsky, P. y Saiz, I (1995): Enseñanza de la Matemática. Geometría. *Selección bibliográfica III.* PTFD Programa de transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación.
- Sadovsky, P.; Parra, C; Itzcovich, H.; Broitman, C. (1998): La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo, Documento de actualización curricular N° 5, Dirección de Currícula, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar
- Saiz, I (1996): "El aprendizaje de la geometría en la EGB", en revista Novedades Educativas nro. 71.