LOS NIÑOS, LOS MAESTROS Y LOS NUMEROS

DESARROLLO CURRICULAR

MATEMATICA 1º y 2º GRADO

BuenosAires

MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD
SECRETARIA DE EDUCACION Y CULTURA
DIRECCION GENERAL DE PLANEAMIENTO
DIRECCION DE CURRICULUM

LOS NIÑOS, LOS MAESTROS Y LOS NUMEROS

DESARROLLO CURRICULAR

MATEMATICA 1º y 2º GRADO

MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Secretaría de Educación

Dirección General de Planeamiento

Dirección de Curriculum

Dirección del Proyecto
Licenciada Cecilia Parra

Supervisión Académica
Licenciada Irma Saiz

Auxiliares Académicas
Adriana Castro
Haydée Mosciaro

Primera Edición, 1992.
Segunda Edición, 1996.

SUPERVISION DEL DISTRITO ESCOLAR N° 18
Prof. ANA MARÍA TROITIÑO

DOCENTES DEL DISTRITO ESCOLAR N° 18 PARTICIPANTES DEL PROYECTO

	ESC	GRADO
NEREIDA AMBROSETTI	15	2°
ELSA BLANCO	22	2°
ESTELA BELARDINELLI	23	2°
LUISA COZZETTO	22	2°
M. ALEJANDRA DIAZ	16	1°
ANTONIA DIAZ TAIBO	16	2°
M. ESTER FIGUEROA	15	1°
GRACIELA DE GRAZIA	7	1°
LILIANA IRIBARNE	4	1°
GABRIELA KERMOL	15	1°
MARCELA LOCOCO	22	1°
ROSA MAQUEIRA	24	1°
ALICIA M. MILANI	23	2°
MIRTA PASARELLI	20	2°
ALICIA SANCHEZ	10	2°
LILIANA TOMMASI	13	1°

INDICE

INTRODUCCION

El presente documento es el fruto del trabajo realizado en el marco de la Dirección de Curriculum, dentro de los proyectos de Desarrollo Curricular. en nuestro caso el Proyecto de Investigación Didáctica Focalizada: Matemática. primero y segundo grado.

El trabajo fue llevado adelante por 20 (veinte) maestros de primero y segundo grado del Distrito 18 y un equipo coordinador.
Tuvo como objetivos centrales:
- Desarrollar secuencias didácticas para la construcción de algunas nociones matemáticas por alumnos de primero y segundo grado.
- Producir un documento que permita que las secuencias probadas y analizadas sean utilizables por maestros que no participaron del proyecto. pero que sí podrán conocer, a través del material, los fundamentos de las mismas y los aspectos que quedan bajo su responsabilidad y control de modo de poder ajustarlas a la realidad de su grupo y escuela.

Realizamos una amplia experiencia y hoy nos vemos forzados a una necesaria selección y síntesis para tornarla comunicable, a la vez que debemos cuidar, como decimos en uno de los objetivos, que la fundamentación sea suficiente para permitir una verdadera apropiación de las propuestas que vehiculizamos.

La primera sección de este documento presenta una breve descripción de los antecedentes del proyecto, de su organización y de la modalidad de producción elegida.
En la segunda sección exponemos nuestra concepción de los aprendizajes numéricos y nuestras opciones didácticas, que proveen un marco de interpretación del sentido de las propuestas que se desarrollan a continuación.
En la tercer sección presentamos las secuencias didácticas que fueron propuestas a las maestras y realizadas efectivamente en las aulas, su análisis previo y posterior y algunas sugerencias (y limitaciones) respecto del momento y el sentido con que pueden ser utilizadas.

Estas tres secciones tienen interdependencia interna por varios motivos:
- un producto siempre es relativo a las condiciones en las que fue producido
- nuestro intento de explicitación de las concepciones que subyacen a las propuestas que hicimos es necesariamente amplio y por el contrario, el trabajo realizado es necesariamente parcial. por lo cual no se debe esperar una correlación que satisfaga todas las preguntas y expectativas que el material teórico puede despertar.

La lectura de este documento se deja iniciar por distintos puntos. El desarrollo de las secuencias tiene la fuerza de las voces de los niños y las maestras. La fundamentación teórica tiene la fuerza de lo que es abarcador, inclusivo. Cada uno elegirá entrar por lo que le ofrece menor resistencia o le plantea mayor interés. Esperamos que al término de la lectura sienta que el esfuerzo valió la pena.

Para todos los que participamos de este proyecto, la experiencia fue fuente de múltiples reflexiones, tuvimos dudas y dificultades pero a la vez muchos pequeños logros de los que nos alegramos profundamente y si este documento es capaz de suscitar trabajos y discusiones nos daremos por satisfechos, porque estamos convencidos que ése, pequeño y trabajoso, es el camino de las transformaciones.

AGRADECIMIENTOS

Al presentar este trabajo quiero expresar mi agradecimiento a:

- Herminia Ferrata, Directora General de Planeamiento, y a Marcela Benegas, Directora de Curriculum, porque hicieron posible este proyecto. Es en ese nivel de gestión en el que se genera y lleva adelante una política educativa en la que este proyecto se inserta y de la que depende su sentido y destino.

- Ana María Troitiño, Supervisora del Distrito 18, a los Directores de las escuelas 4, 7, 10, 13, 15, 16, 20, 22, 23 y 24 del mismo distrito y a las maestras participantes del proyecto por la seriedad y responsabilidad con que tomaron este trabajo y por el esfuerzo que cada uno hizo, desde su rol, para facilitar y hacer posible el cumplimiento de los objetivos que nos habíamos propuesto.

Elba Sibillo de Areas	*Escuela N° 4*
Marta Vidal de López	*Escuela N° 7*
Ana Colombo de Costa	*Escuela N° 10*
Mirta Gómez de Zuvanich	*Escuela N° 13*
Gladys Senn de Milovich	*Escuela N° 15*
Andrés Rodríguez	*Escuela N° 16*
Carlos Mattia	*Escuela N° 20*
Luis Leopoldo Palavecino	*Escuela N° 22*
Inés Teresa Magrino	*Escuela N° 23*
Susana Brocco	*Escuela N° 24*

- Adriana Castro y Haydée Mosciaro, quiénes se desempeñaron como auxiliares académicas en el proyecto y compartieron conmigo todas sus instancias, asumiendo con gran responsabilidad, entusiasmo y criterio diversas tareas: la coordinación de algunas reuniones, la observación de clases, el tratamiento de los datos, la colaboración en la redacción y corrección del documento. Compartieron, sobre todo, el desafío de un proyecto que tenía una sólida fundamentación pero que fue inaugural en cuanto al modo de producción.

- Irma Saiz:

• porque fue y es mi maestra en Didáctica de Matemática,

• porque realizó la Supervisión Académica de este proyecto:

aportando ideas fundamentales tanto en el diseño del mismo como en nivel de las propuestas que se llevaron adelante.

analizando la marcha del mismo en todos los niveles proponiendo soluciones a los problemas, sugiriendo aspectos a ser trabajados con las docentes, modos de tratar los datos, etc.

• porque hizo una corrección muy cuidadosa del documento y me alentó respecto del valor del mismo, para tolerar, juntas, los límites que tiene.

• porque esbozó, en el curso de este trabajo, los nuevos proyectos que podremos compartir y que constituyen una apuesta a la posibilidad de seguir aprendiendo y produciendo.

Todos ellos han hecho posible este material que esperamos sea un aporte para los maestros que todavía luchan por una educación de calidad para todos.

Cecilia Parra
Directora del Proyecto

PARTE A

DESCRIPCION DEL PROYECTO

OBJETIVOS, MODALIDAD, EVALUACION

A) El proyecto tal como fue presentado a los maestros en abril del 91.

PROYECTOS DE DESARROLLO CURRICULAR
PROYECTO:
INVESTIGACION DIDACTICA FOCALIZADA: AREA MATEMATICA
NIVEL PRIMERO Y SEGUNDO GRADO

Este proyecto tiene como antecedentes el Proyecto de contextualización del diseño Curricular de Primaria (1990) y el Proyecto de focalización de experiencias de lectorescritura (1990/91).

La fundamentación de este proyecto tiene dos vertientes: la perspectiva de Desarrollo Curricular y la perspectiva del desarrollo actual de la Didáctica de Matemática.

Desde la perspectiva de Desarrollo Curricular

La Dirección General de Planeamiento entiende al **DISEÑO CURRICULAR** como un proyecto educativo abierto a un proceso de constante mejora, enriquecimiento y revisión. El proceso de elaboración del Diseño Curricular es sólo una primera fase (ya realizada) que debe complementarse con el proceso de **DESARROLLO** correspondiente.

El proceso de **DESARROLLO CURRICULAR** es un proceso acumulativo y/o correctivo que puede introducir modificaciones substanciales en el proyecto educativo inicial que vehicula. Está basado en el estudio del Curriculum y su vertiente aplicada. Su objeto es mejorar las escuelas mediante el perfeccionamiento de la enseñanza y el aprendizaje. Su característica consiste en una insistencia acerca de que las ideas deben ajustarse a la disciplina de la práctica y que ésta necesita hallarse arraigada en las ideas. El intento del desarrollo del curriculum es un ataque a la separación entre teoría y práctica (STENHOUSE, 87).

Por ello proponemos una experiencia de desarrollo curricular, caracterizada por el trabajo conjunto de especialistas y maestros, que deberá llegar a un producto, compartible con otros, y que consistirá esencialmente en la discusión de propuestas didácticas, su realización efectiva, su análisis y posterior comunicación.

Desde la perspectiva del área: Matemática

La enseñanza de la matemática en la escuela primaria ha sido y es fuente de preocupaciones para padres, maestros, especialistas y para la comunidad en su conjunto. Pocos niños egresan de la escolaridad obligatoria con un bagaje matemático que les permita enfrentarse eficazmente a la amplia gama de situaciones que la sociedad de hoy día, altamente tecnificada, les plantea.

Por otro lado la frecuente asociación entre repitencia o desgranamiento y nivel de desempeño en matemáticas, convierte a la transformación de la enseñanza de la matemática en una tarea impostergable.

Se ha constatado también que las competencias numéricas de los niños que ingresan a la primaria son de alta heterogeneidad, lo cual sugiere por un lado la necesidad de proveer a los maestros de herramientas para diagnosticar estos niveles y por otro lado, correlativamente, de propuestas para la enseñanza que les permitan asegurar en todos los niños los niveles de aprendizaje esperados. Constatar la heterogeneidad apela enormemente a la acción de enseñanza a cargo de la escuela.

La didáctica de la Matemática ha hecho importantes avances en los últimos años, en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los distintos contenidos de esta ciencia, particularmente en situación escolar. Ha determinado condiciones didácticas que permiten mejorar los métodos y los contenidos de enseñanza y propone condiciones para un funcionamiento estable y coherente de los sistemas educativos de manera de asegurar en los niños la construcción de un saber vivo (susceptible de evolucionar) y funcional (que permite resolver problemas).

La vinculación de ambas perspectivas en el marco de este proyecto

El diseño curricular en vigencia ofrece un enfoque de área coherente con estos planteos. Da un marco general, prescribe objetivos y contenidos pero no actividades, lo cual implica el reconocimiento del papel protagónico de los maestros y de las escuelas en cuanto a producir contextos de aprendizaje acordes con el enfoque y con la realidad de sus niños, sus instituciones, su comunidad.

Sin embargo, para que ese protagonismo se desarrolle realmente se requieren condiciones. Esta Dirección se ha preguntado fuertemente cuáles son las condiciones que permitirían pasar de una contextualización de hecho, diseminada en voluntades individuales, a una contextualización que sea un momento propicio para el desarrollo profesional de los maestros y las escuelas a favor de más y mejor educación para todos. Esta fue una preocupación rectora del Proyecto de Contextualización realizado en 1990. El proyecto que nos ocupa reasume esas preocupaciones pero las instala específicamente en el marco didáctico.

En tal sentido, decíamos en documentos anteriores, que una de las funciones de esta Dirección es elaborar materiales de trabajo que puedan ser útiles para los maestros. Para ello se requiere que las propuestas que se vehiculicen a través de esos materiales hayan atravesado el *"desafío de la práctica"*, que se haya analizado su viabilidad, que se hayan hecho las correcciones que dichos análisis sugieren, etc.

Además, dichos documentos tendrán carácter de documentos complementarios al D.C. 86. En este caso deberá iniciar una contextualización del enfoque general del área matemática avanzando en aspectos no incluidos especificamente en el Diseño y necesarios para los maestros. (Se explicitan más adelante).

¿Por qué primero y segundo grado?

En los primeros grados resulta difícil visualizar un enfoque del área centrado en la resolución de problemas. La asociación frecuente de problemas a enunciados sugiere una restricción del uso de problemas en los primeros grados por las dificultades de lectura y escritura.

Sin embargo es posible, aún con los más chicos, plantear situaciones que sean reconocidas por los niños como verdaderos problemas a resolver y frente a los cuales movilizan sus conocimientos anteriores para modificarlos, completarlos o rechazarlos, sirviendo de base para la construcción de nuevos conocimientos.

En los primeros grados, en matemática, el desafío no parece estar en el dominio de los contenidos por parte de los maestros (aunque muchas reflexiones y reconceptualizaciones son posibles) y sí en el armado de propuestas didácticas que presenten a los niños situaciones que enriquezcan su experiencia, que los lleve a observar y plantearse preguntas (una *"feliz iniciación"* en el estudio de la matemática no puede menos que influir positivamente en su escolarización).

Objetivos del proyecto

Desde la doble perspectiva del desarrollo curricular y del área de referencia nos planteamos, para este proyecto, los siguientes objetivos:

- Desarrollar secuencias didácticas para la construcción de algunas nociones matemáticas por niños de primero y segundo grado.

- Producir un documento que permita que las secuencias probadas y analizadas sean utilizables por maestros que no participaron del proyecto, pero que sí podrán conocer, a través del material los fundamentos de las mismas y los aspectos que quedan bajo su responsabilidad y control de modo de poder ajustarlas a la realidad de su grupo y escuela.

El trabajo que realizaremos consistirá esencialmente en la selección de algunos contenidos matemáticos importantes en primero y segundo grado, la discusión de propuestas didácticas, su realización efectiva, el análisis conjunto y posterior comunicación. En tal sentido resultan de fundamental importancia los aportes que realicen los participantes en cuanto a los obstáculos que encontraron, los logros que rescatan, las dificultades que advierten.

¿A qué nos comprometemos?

Este proyecto requiere de los maestros que participan:
- estar dispuestos a analizar lo que están haciendo en la enseñanza de matemáticas en sus grados,
- estar dispuestos a analizar a priori una propuesta diferente (a analizarla, no a aceptarla),
- un compromiso de poner en práctica lo que se haya acordado,
- un compromiso de presentar al grupo el desarrollo de su práctica a través de relatos, trabajos de los alumnos, análisis que ha hecho de estos materiales, etc.,
- disposición para analizar las dificultades de aplicabilidad a nivel de los niños, de los colegas, de la institución,
- capacidad de ponerse en el lugar del maestro que no participa del proyecto y aportar y elaborar la información que se considere pertinente para que el producto llegue a ser verdaderamente útil para otro.

Este proyecto requiere del equipo que lo coordina:
- asumir la responsabilidad de proponer secuencias didácticas para los conceptos seleccionados, así como del trabajo a realizar entre los adultos a favor de la apropiación de dichas secuencias,
- analizar el proceso que realizan los niños a través de los relatos y materiales que aportan los maestros,
- analizar el proceso que realizan los maestros a través del registro de las reuniones, las discusiones que se plantean, etc.,
- proponer a los maestros trabajos orientados a la reconceptualización de los conceptos matemáticos implicados,
- favorecer en los maestros la apropiación de:
  . herramientas para diagnosticar los conocimientos de los niños
  . criterios para analizar las actividades que se pueden plantear
  . instrumentos de registro de los procesos y productos que permitan evaluaciones fundamentadas.
- asumir la redacción del documento que comunica la experiencia.

Algunos rasgos del proyecto

- El proyecto se basa en el trabajo compartido por los maestros y por el equipo coordinador. No se basa en la observación directa de las clases por parte del equipo coordinador, aunque algunas observaciones son posibles a partir del pedido de los maestros o por acuerdos logrados respecto de la necesidad o imnortancia de realizarlas.

- Se tiende a que cada maestro participante tenga, dentro del grupo del proyecto uno, dos o tres colegas de su misma escuela. Esto se hace para favorecer el intercambio y colaboración entre colegas permitiendo la observación mutua, la ayuda para tomar diagnósticos o para registrar el trabajo de los niños en el desarrollo de las secuencias.

- El proyecto está abierto de modo permanente a la participación de los equipos directivos y de supervisión del distrito, quienes contarán con reuniones específicas para responder a las inquietudes que se plantean y podrán además participar en las reuniones habituales de trabajo.

- El maestro retiene la responsabilidad sobre los aprendizajes de sus alumnos así como la comunicación con los directivos y padres sobre la marcha del aprendizaje de su grupo y de cada uno de los alumnos en particular.

- El equipo coordinador se compromete a que la inclusión de las propuestas de trabajo habrán de significar para los niños que su aprendizaje matemático sea equivalente o mejor que el que venían realizando.

- Los contenidos a trabajar se seleccionarán dentro del campo numérico (no geométrico), al mismo tiempo no se asumen la totalidad de contenidos del campo numérico porque no resulta posible proponer y analizar secuencias para todos ellos con una reunión semanal de 3 horas.

- Se tenderá a que las secuencias propuestas se realicen dos veces (por distintos grados cada vez) para permitir efectuar correcciones en función de los análisis realizados.

En este material hemos hecho un esfuerzo de explicitación a favor de la claridad del proyecto, al mismo tiempo somos conscientes que se trata de una construcción colectiva, lo cual implica un gran desafío y muchos de los rasgos se irán definiendo y ajustando en el transcurrir.

<u>Integrantes del equipo coordinador</u>:

Directora del Proyecto: Lic. Cecilia Parra
Auxiliares Académicos: Adriana Castro y Haydée Mosciaro
Supervisión Académica: Lic. Irma Saiz.

EL PROYECTO PRESENTADO POR LOS MAESTROS

11-11-91

Carta abierta de un maestro a otro maestro

Alguna vez te planteaste ¿cómo aprenden los chicos matemática? ... te preguntaste ¿qué sabían en realidad? ... ¿te preocupó conocer cómo llegaban a la solución de un problema? ¿buscaste nuevos caminos y te resultó difícil encontrarlos? ...

Seguramente conversando en "la hora del cafe" habrás escuchado, miles de veces, que los chicos de séptimo no saben ubicar unidades, decenas y centenas en un número de más de tres cifras ... o "¡qué mala base traen!".

¿Qué "base"? ¿Cuál es la "base"? ¿Dónde se hace la "base"?

¿Por qué los chicos aprenden hoy y mañana no saben nada y hay que volver a empezar?

¿Son los chicos, los maestros, los métodos, la matemática?

Como estas y otras muchas más me hice a menudo.

Tuve la oportunidad de encontrarme con este proyecto de investigación focalizada en matemática y a través de las reuniones encontré muchas respuestas y ¡cómo no podía ser de otro modo!: surgieron nuevos interrogantes.

Este documento que vas a leer, es fruto de muchísimas horas de trabajo intenso, de un ida y vuelta entre los chicos y los maestros.

Cada una de las herramientas o estrategias ha sido probada, aplicada, actualizada y experimentada por maestros como vos, en distintas escuelas, por chicos muy diferentes entre sí.

Nada de lo que plantea este documento es imposible, todo es aplicable, son recursos reales, concretos, no divagues como estamos acostumbrados a ver.

Te pido que lo leas con interés y que una vez leído te dejes llevar por el entusiasmo, animate a sacudir viejos moldes y disfrutá creciendo con tus chicos, en esto de aplicar un nuevo enfoque en la enseñanza de la matemática, para que los ¿por qué? los ¿cómo? y ¿para qué? tengan respuesta.

¡Suerte y adelante!

Mirta
Escuela N° 20 Distrito Escolar 18

Colega:

Nuestra tarea es ardua y constante unas veces, gratificante y enriquecedora otras. Tenemos la suerte de habernos preparado y estar trabajando en lo que nos gusta. También podemos tener el regocijo de hacer de nuestra tarea un trabajo de investigación. No siempre es fácil cambiar, movilizar estructuras que, por probadas, nos dan seguridad. Pero como docentes no nos podemos privar, ni debemos privar a los chicos, de emprender y conocer juntos nuevos caminos. El enfoque de este proyecto nos da herramientas para aplicar el Diseño por medio de juegos, que lo hacen atractivo para el alumno pero también con una fundamentación matemática y didáctica coherente que seguramente irás descubriendo como lo fuimos haciendo nosotras, que te ayudará a proponer a tus alumnos caminos para profundizar su nivel de pensamiento, de adquisición de conocimientos y una actitud de reflexión frente a los problemas.

Este documento que ahora llega a vos es el producto del trabajo de docentes y alumnos de primero y segundo grado que Cecilia, Adriana y Haydée nos propusieron, se hicieron las misteriosas y nos fueron dando puntas de hilos (a veces hilos enteros) para que fuésemos desarrollando con nuestros chicos estas secuencias. Tratamos de contar lo más claramente posible, qué pasó con todo en el aula, para que te sirva a vos y a tus chicos. Esperamos que te sea útil. Cualquier duda contá con nosotras, ya sabés en qué escuelas estamos.

Antonia
Escuela N° 16 Distrito Escolar 18

EL PROYECTO EN CONTEXTO

La Dirección General de Planeamiento seleccionó al distrito 18 como asiento territorial porque el mismo no se hallaba comprometido con otras acciones de esta Dirección y porque se contaba con la voluntad y la capacidad de la Supervisión para poder motorizar un proyecto de esta naturaleza.

La Supervisora del distrito, Srta. Ana María Troitiño, seleccionó diez escuelas, distribuidas en distintos puntos y con condiciones socioeconómicas variadas en cuanto a la población que atienden.

El siguiente cuadro muestra la distribución de escuelas y docentes que intervinieron en el proyecto al inicio del mismo.

DISTRITO ESCOLAR 18

	Escuelas participantes	Docentes 1ero	Docentes 2do	Total
J. S.	7	2	-	2
	20	-	1	1
	4	2	-	2
	16	1	1	2
	23	2	2	4
	24	1	1	2
J. C.	15	2	2	4
	10	1	1	2
	13	1	-	1
	22	1	1	2
		13	9	22

La Supervisión convocó a los Directores de estas escuelas para presentarles el proyecto y éstos hicieron lo mismo con los docentes de primero y segundo grado de sus respectivas escuelas.

La participación fue voluntaria, no hubo selección de maestros de ningún tipo. Hubo una rápida respuesta favorable lo que muestra la capacidad de esfuerzo y el interés de todos los sectores involucrados.

El desarrollo del trabajo

El equipo coordinador mantuvo reuniones periódicas con la Supervisión Escolar y con los Directores con la finalidad de mantenerlos informados sobre el enfoque y las propuestas, y recibir información sobre la resonancia del trabajo en sus escuelas, de modo de poder juntos ir evaluando la marcha del proyecto y eventualmente realizar ajustes.

Con los docentes se realizó una reunión semanal de 3 horas cátedra con sede en la Escuela N° 15.

En la presentación del proyecto inicial están definidos los compromisos que asumía cada parte: las maestras y el equipo coordinador. La tarea que se realizó en las reuniones está en el marco de esos compromisos.

Al término del año, ambos sectores evaluamos como intensa y satisfactoria la tarea realizada y al volver sobre el "contrato inicial" vimos que había sido respetado y que reflejaba adecuadamente las relaciones tal como se fueron modelando en el curso del trabajo.

Los maestros llevaron adelante las secuencias propuestas y realizaron un exhaustivo registro de su trabajo y del de los niños. Fue un gran esfuerzo, que queremos reconocer y agradecer.

Este material, comentado y discutido durante las reuniones, permitió visualizar las posibilidades y dificultades de las propuestas a nivel de los alumnos, los docentes y, en alguna medida, a nivel institucional. Permitió, concretamente, al equipo coordinador, la elaboración de este documento.

Uno de nuestros objetivos subraya la importancia de que las propuestas tengan la suficiente fundamentación como para que el docente conozca el sentido de las opciones que hace y pueda inscribirlas en un marco más amplio. Esto fue un desafío también en el proyecto y había por momentos una cierta tensión entre los tiempos que requiere la capacitación, la fundamentación y los que requiere el desarrollo de las secuencias en el aula y su consiguiente análisis. Las docentes dispusieron de la bibliografía que hoy se incorpora a este documento y algunas de ellas pedían más actividades y otras más fundamentos teóricos. Si bien nunca pueden ser satisfechas todas las expectativas hicimos un esfuerzo en la búsqueda de un equilibrio y en las evaluaciones de mitad y de fin de año nos fue devuelto que habíamos conseguido en buena medida el equilibrio buscado y necesario.

En nuestro equipo habíamos hecho un diseño en el que tratamos de ser muy precisos en cuanto a lo que esperábamos hacer, los tiempos previstos, etc. Esto nos fue devuelto por las maestras como algo que valoraban y que les había dado mucha seguridad. Por nuestra parte también consideramos que en proyectos de esta naturaleza, donde se tienen como escenario el aula, es fundamental un buen diseño, bien calibrado en cuanto a la relación entre los objetivos, las acciones para lograrlos y los recursos de los que se dispone.

En este proyecto en particular el diseño fue adecuado y los objetivos se lograron, aunque quede por evaluar la calidad del documento.

Hemos hecho una experiencia de trabajo entre especialistas y maestros. Este documento no hubiera sido posible sin los aportes de ambos. A lo largo del trabajo las responsabilidades, aunque distintas, eran confluyentes. Los especialistas muchas veces esperan todo de los maestros, otras veces no esperan nada. Lo mismo sucede en el sentido inverso. En este caso, cada parte tuvo una responsabilidad y llegamos al término del trabajo con mutuo reconocimiento y respeto.

El problema de las acciones sobre el sistema de enseñanza es sumamente complejo. Hemos recién empezado a explorar nuevas formas de vinculación y de producción y quedan muchos interrogantes abiertos. Algunos de ellos tiene que ver concretamente con este documento:

¿Es útil para los maestros que no participaron del proyecto?

La fundamentación, ¿es suficiente?

¿Qué tipo de prácticas se desarrollan disparadas por estas ideas?

¿Qué interrogantes suscita? ¿A cuáles se les puede dar respuesta?

¿Resulta posible y pertinente abordar otros aspectos o niveles del trabajo matemático? ¿Cuáles son las prioridades?

La experiencia ha sido alentadora y vamos a continuarla, pero resulta fundamental que encontremos o creemos los medios para poder evaluarla profundamente ya que una parte de nuestros objetivos ("que las secuencias probadas y analizadas sean utilizables por maestros que no participaron del proyecto ...") no podremos evaluarla hasta que no hayamos recibido y analizado las devoluciones que sólo nuestros destinatarios pueden hacernos.

PARTE B

FUNDAMENTACION TEORICA

FUNDAMENTACION TEORICA

Toda proposición que intente incidir en "el aula", en las prácticas de enseñanza, en la vida de la clase (tenga la forma que tenga: libros para el alumno, para el maestro, situaciones de capacitación, etc.) lleva consigo, implícita o explícitamente, una concepción de aprendizaje sobre la que se han construído opciones didácticas. Estas últimas se configuran no sólo desde una perspectiva del aprendizaje sino que se definen desde una concepción educativa que incluye reflexiones y posiciones sobre la función de la escuela, el modelo de sociedad y de sujeto que se busca formar.

No vamos a entrar en el terreno de las declaraciones amplias, por el contrario vamos a tratar de ser lo más precisos y pertinentes que nos sea posible. Pero sabemos y asumimos que aún tras lo que aparece como una recomendación "menor" (para una actividad, una clase) se están definiendo de un particular modo las relaciones entre los alumnos, el maestro y el conocimiento lo cual es relativo a una concepción más amplia de las relaciones en la sociedad actuales y futuras.

Hemos intentado, todo a lo largo del documento, ser lo más explícitos posible respecto de nuestras concepciones y opciones, porque estamos convencidos de que los maestros, nuestros destinatarios, tienen derecho a recibir productos utilizables, que les resulten verdaderas herramientas para su trabajo pero que a la vez les permitan conocer los fundamentos, tomar decisiones y retener, de modo indeclinable, la responsabilidad y autonomía que entendemos inherentes a su rol.

Para poder ubicar el enfoque de base de este trabajo hemos considerado útil iniciar la fundamentación con breves referencias a los enfoques relativos a la enseñanza del número que se han sucedido (o coexistido) en los últimos veinte años. [1]

El número es definido de distintos modos desde diversas disciplinas (Matemática, Lógica, Filosofía, Psicología, etc.). La definición de número que se presenta en esta fundamentación constituye una opción didáctica. Permite articular una propuesta y se apoya en una concepción de los aprendizajes numéricos.

Hemos buscado responder, cierto que someramente, a: ¿qué saben los niños de los números?

Hemos definido, como marco desde el cual desarrollamos nuestra propuesta, las Finalidades de la Enseñanza de Matemáticas en primero y segundo grado. Describimos el trayecto propuesto, señalamos los hitos en la marcha, al modo de un mapa que intenta referirse a una realidad que es siempre infinitamente más compleja pero respecto de la cual esperamos que sirva como orientación.

A recorrerlo entonces .....

---

[1] Tanto en la fundamentación teórica como en cuanto a algunas de las secuencias de enseñanza propuestas nos han resultado muy importantes los aportes del Equipo de Didáctica de Matemática (ERMEL) del Instituto Nacional de Investigación Pedagógica de Francia. Particularmente su obra "Apprentissages numèriques et resolution de problèmes. Cours prèparatoire" HATIER, 1991.

LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO - DISTINTOS ENFOQUES

Frecuentemente, para poder mostrar el sentido de lo que se propone, es necesario ubicar el enfoque que se presenta en un marco histórico que de cuenta de las diferencias y permita comprender que el análisis de las concepciones y prácticas es lo que motoriza las nuevas reflexiones.

En relación a la enseñanza y el aprendizaje del número es posible caracterizar dos períodos, que si bien son sucesivos, engloban prácticas coexistentes hoy en nuestras aulas.

Reconociendo los límites de la denominación llamaremos al primer período el de la "Enseñanza clásica" y al segundo "Enseñanza vinculada a la Reforma de Matemática Moderna".

Enseñanza clásica

El maestro presenta los números a los alumnos, uno tras otro. Se muestra la cantidad de objetos correspondiente al número estudiado, se buscan otros ejemplos concretos.

Los niños copian en su cuaderno la cifra correspondiente, dibujan los elementos, eventualmente también la constelación asociada. Inmediatamente se realizan las descomposiciones posibles, así, si se trata del 5, aparece $4 + 1$, $2 + 3$, $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, etc.

En este enfoque, se trata de transmitir, de comunicar un conocimiento ya constituido. El alumno aprende, en principio, observando, imitando, repitiendo. Puede haber manipulación pero guiada, imitando al maestro o siguiendo sus instrucciones. Se da importancia a las imágenes ... (el conocimiento) "entra por los ojos".

La idea central es que hay que enseñar los números y las operaciones que más adelante (frecuentemente mucho más adelante) se van a aplicar resolviendo pequeños problemas. Primero se aprende, luego se aplica.

No se incluyen los conocimientos que los niños pueden haber elaborado fuera de la escuela.

El número se confunde con la colección, es a la vez una palabra, un signo , una colección, una constelación. Esta confusión conduce a distinguir "número concreto": 5 ovejas y "número abstracto": 5. No se distinguen explícitamente los aspectos cardinal y ordinal del número.

La numeración no es estudiada en sus principios sino que es simplemente evocada a propósito de la presentación de los números.

Enseñanza vinculada a la Reforma de Matemática Moderna

Las actividades llamadas prenuméricas: clasificación, seriación, correspondencia biunívoca, etc. cobraron un espacio preponderante. Los cuadernos se llenaron de conjuntos, y durante un período, también de múltiples símbolos. En Preescolar se instaló una cierta "prohibición" de utilización de los números y en primer grado, muchas veces los números no aparecían hasta junio, julio.

Este enfoque, nacido del intento de muchos matemáticos por renovar el contenido de la enseñanza en función de los importantes avances producidos en la disciplina y reforzado por la transposición de conceptos piagetianos a contenidos de enseñanza, trataba de reproducir, en forma simplificada y "concreta", la construcción matemática: correspondencia término a término, clasificación de colecciones a partir de la relación "tantos como" y número como propiedad común de una clase de colecciones. En cierta manera se trataba de definir el número, antes de estudiarlo y utilizarlo.

Las concepciones de aprendizaje que influenciaron en esta reforma subrayan el rol de la acción del alumno en el proceso de aprendizaje. En textos de la época se decía: *"Es a partir de la manipulación de objetos que los niños elaboran poco a poco la noción de número natural. Es necesario comprender que el número natural no es un objeto, ni una propiedad relativa a los objetos, sino una propiedad de los conjuntos".*

Había en este enfoque una reticencia a tomar en cuenta los conocimientos que los niños pudieran haber elaborado en sus prácticas sociales relativas a los números. Reticencia a hacer utilizar los números hasta que la construcción del número estuviera conseguida. Se difundieron los trabajos

piagetianos relativos a la conservación del número y se consideró un pre-requisito para trabajar con los números.
Desde esta perspectiva el conteo es considerado un simple recitado y la actividad de contar aparece devaluada.

Prácticamente desaparecen los "pequeños problemas" y en su lugar se proponen juegos con materiales estructurados a los que se les confía pongan en evidencia, ante los ojos de los niños, las grandes estructuras que los matemáticos describían conceptualmente.

El sistema de numeración, en oposición al enfoque precedente, deviene un objeto de estudio, particularmente en el nivel de los principios (agrupamientos, canjes). La aplicación de los principios didácticos enunciados por Dienes condujo a la utilización de bases no decimales y de material estructurado (multibase).

Había una esperanza (hoy podemos decir una ilusión) de que los niños pudieran aprender directamente los conceptos y las estructuras sin pasar por el costoso camino de la construcción paulatina a partir de problemas.

Se profundizó la distancia entre lo que los alumnos sabían (por sus experiencias extraescolares) y lo que se enseñaba, así como también entre lo que se aprendía y su aplicación.

En resumen, la oposición entre estos dos enfoques puede ser enunciada de la manera siguiente: en el primero, los números son estudiados uno tras otro y al estudiar cada número se precisan las reglas de escritura, las convenciones y los resultados relativos a las operaciones, es el orden de los números el que determina la progresión de la enseñanza.

Por el contrario, en el segundo enfoque, son las nociones las que van a servir de trama de la progresión: estudio de las nociones llamadas prenuméricas, después la noción de número y después, a veces simultáneamente, la adición y la numeración.

PLANTEAR EL PROBLEMA NUEVAMENTE

Muchos maestros, en sus clases de preescolar o primer grado observan que sus alumnos, en múltiples situaciones informales, de juego, de intercambio, utilizan los números, ya tienen un contacto con los números, a menudo saben contar hasta cierto número, etc.
Incluso algunos maestros comentan que sienten que los chicos se aburren, que podrían más, que se insiste sobre lo obvio, pero a la vez no encuentran las alternativas para proponerles otro modo de trabajar.

Al mismo tiempo, en el discurso educativo, circulan ideas fuertes pero que son difíciles de llevar a la práctica: "partir de lo que los niños saben", "crear conflictos", "la importancia de la interacción grupal, del trabajo en equipo", etc. Aparecen, como sucede en el Diseño Curricular, como declaraciones de principio de alto nivel de generalidad. Aún compartiendo su importancia el desafío es convertirlas en herramientas didácticas, que inscriban esas ideas, pero que tengan capacidad de dar respuesta a los problemas concretos de enseñar y aprender conceptos específicos.

Consideramos que el enfoque que vamos a presentar recoge muchas preocupaciones de los maestros, como las anteriormente mencionadas y permite recuperar algunas ideas, por ejemplo el rol de la resolución de problemas y el cálculo mental, que fueron particularmente dejados de lado en la reforma de matemática moderna, aunque redefiniéndolas en un nuevo marco.

¿Qué enfatiza el nuevo enfoque?

¿Qué retoma y en qué se diferencia de los enfoques revisados?

Este enfoque se inscribe en una idea amplia: **los conocimientos matemáticos cobran significado, toman sentido en los problemas que permiten resolver eficazmente.**

Y es, en principio, hacer aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas lo que permitirá a los alumnos construir el sentido. Recién después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas.

En este sentido los números no se "presentan" uno tras otro. Se plantean problemas a los niños que ellos enfrentarán con los recursos de los que disponen. Los conocimientos numéricos aparecen como herramientas, eventualmente entre otras respecto de los cuales se irán mostrando como más eficaces, para responder a preguntas.

Cuando los alumnos tienen cierto dominio sobre las situaciones, pueden producir soluciones utilizando distintos procedimientos, recién entonces están dadas las condiciones para enfrentar el aprendizaje de las reglas de escritura. Se cuestiona de los enfoques anteriores su inclusión muy temprana y desprovista de significado.

Se considera que para progresar en los aprendizajes numéricos los alumnos tiene que enfrentar problemas que comprometan cantidades sin necesidad de iniciar el proceso con actividades prenuméricas. La función de las llamadas actividades prenuméricas en la génesis del número está lejos de ser evidente en la medida en que la actividad en niños preescolares y de primero o segundo grado queda muy acoplada al contexto en que se ejerce y que las capacidades de transferencia son muy reducidas. Dichas actividades pueden ser interesantes para el desarrollo del pensamiento lógico del niño, como situaciones de tratamiento de la información, etc. pero no deben ser pensadas como pre-requisito o sustituto de problemas numéricos.

Las opciones a la que estamos haciendo referencia se basan en resultados de investigación y también dependen de la concepción educativa subyacente. En este sentido se recuperan trabajos que han buscado elaborar un modelo más abarcativo de la construcción del número en los niños, capaz de acompañar la dinámica de ese proceso y se incluyen estos y otros aportes en una perspectiva que tiene especificidad: la de la enseñanza.

A partir de aquí, más que trabajar comparativamente, trataremos de mostrar el nuevo enfoque en su coherencia interna y subrayando la perspectiva didáctica.

NUESTRA CONCEPCIÓN DE LOS APRENDIZAJES NUMÉRICOS

La hipótesis central de este enfoque es que resulta vano definir, componer, simbolizar los números fuera de un contexto de utilización de los números.

Al contrario, es a través del uso que haga, del dominio que se construya que el alumno elaborará sus propias concepciones del número, no definitivas, siempre en evolución, completadas o cuestionadas con la extensión del campo numérico que conoce, con el descubrimiento de nuevas posibilidades de utilización, con el avance en las capacidades de calcular, y ... mucho más tarde con el descubrimiento de la existencia de otras clases de números ...

Desde esta perspectiva el rol del maestro no consiste en enseñar los números al modo descripto en la perspectiva histórica sino en proponer a los niños situaciones que les permitan utilizarlos de modo que las palabras y los signos que los designan se impregnen de sentido. Estos números que los alumnos han así comenzado a utilizar pueden ser "aprovisionados" (registrados, afichados, ordenados...) buscando comprender sus escrituras cifradas, sus denominaciones orales, ciertas relaciones entre ellos, etc.

Si estamos planteando que los niños deben poder capturar el sentido de los números **funcionando** como respuesta a problemas, nos tenemos que preguntar, desde una perspectiva didáctica:

¿para que sirven los números?

¿cuales son las funciones de los numeros que los alumnos de preescolar y de los primeros grados pueden reconocer y utilizar para construir el significado?

EL NÚMERO "MEMORIA DE LA CANTIDAD" Y "RECURSO PARA ANTICIPAR"

Consideremos la situación siguiente: en una esquina del aula hay muñecas, por ejemplo una docena, y se las quiere vestir. (Esta situación ha sido propuesta por C. Meljac en su libro *"Describir, actuar y contar"* y en el diagnóstico propuesto para preescolar-primer grado se incluye una similar).

El ropero está en la otra esquina de la clase. Cada alumno debe ir a buscar, en un solo viaje, justo lo que sea necesario, que no sobre ni falte, para vestir a todas las muñecas.

El problema es entonces guardar la memoria (o el registro) de la cantidad de muñecas que se deben vestir. Varias soluciones son posibles, como por ejemplo construir (realizar, dibujar ...) una cantidad equivalente por correspondencia término a término o utilizar el conteo de las muñecas y recordar solamente el último nombre pronunciado.

Esta es, sin duda, la primer función del número que puede apropiarse el niño: el número es primero, "**la memoria de la cantidad**", la posibilidad de evocar una cantidad sin que ésta esté presente.

El número es también un buen recurso para guardar "**la memoria de la posición**", que permite recordar el lugar ocupado por un objeto en una lista ordenada, sin tener que memorizar toda la lista.

Se reconocen así los dos aspectos del número: cardinal y ordinal.

Veamos otra situación:

"En una caja puse hace un rato 7 cubos y uno de tus compañeros acaba de poner otros 4 cubos. Quiero saber ¿cuántos cubos hay en la caja sin abrirla?". Esta situación pone en evidencia una segunda función del número: **recurso para anticipar**, que se refiere a la posibilidad que dan los números de anticipar los resultados a propósito de situaciones no presentes, aquí no visibles, o aún no realizadas, pero sobre las cuales se poseen ciertas informaciones.

Una situación semejante con otras extensiones fue trabajada en el proyecto y aparece desarrollada como El Juego de la Caja.

Varios procedimientos de solución son posibles. Por ejemplo, en el caso de la situación evocada: contar con los dedos, dibujar y contar, sobrecontar (contar a partir de ...) 7 ... 8 , 9 , 10 , 11 , en la "cabeza" o con los dedos, utilizar un resultado memorizado: $7 + 4 = 11$, o reconstruirlo a partir de un resultado conocido: $7 + 3 = 10$, $10 + 1 = 11$.

Estos diferentes procedimientos, que van desde el contar hasta el cálculo, permiten obtener la respuesta a la pregunta planteada. Dependen esencialmente del nivel de conocimientos de cada alumno, del dominio de ese conocimiento y sobre todo de su disponibilidad, por lo tanto de sus significaciones.

Hemos necesitado redefinir la idea de número con la que vamos a plantear nuestra propuesta pedagógica.
Hemos descripto, cierto que someramente, situaciones que los niños pueden enfrentar con los recursos de los que disponen y este modelo impone, como necesidad y como exigencia, conocer los recursos de los niños para poder partir de ellos y para ser capaces de hacerlos evolucionar.

Esto nos plantea de inmediato la siguiente pregunta:
¿QUE SABEN LOS NIÑOS?

Los niños tiene a menudo desde el jardín, conocimientos numéricos que pueden ir desde la simple capacidad de recitar algunos números hasta la posibilidad de resolver problemas utilizándolos. No se puede negar la existencia de tales conocimientos a pesar de que son muy diferentes de un niño a otro, son frágiles e inestables y a menudo están poco disponibles.
Es necesario evitar toda ruptura entre la experiencia cotidiana y extraescolar que tienen los niños sobre los números y las actividades orientadas a la comprensión del sistema de numeración posicional.

En los múltiples esfuerzos para comprender el complejo proceso de construcción del número y del sistema de numeración ha habido por lo menos dos corrientes identificables:

- una que pone el acento en la adquisición de la serie numérica y sus propiedades, basándose en la presencia cultural del sistema de numeración y multiplicando el contacto del niño con el mismo.

- otra que insiste sobre todo en el desarrollo de sus fundamentos lógicos, fundamentos que no pueden ser transmitidos socialmente sino que requieren de una construcción por parte del niño mismo.

Un objeto tan complejo como el número y el sistema de numeración presenta un doble aspecto, que ha sido acentuado de distinto modo por cada corriente:

- por un lado la numeración es un sistema elaborado y utilizado en el seno de una cultura dada, es un producto sociohistórico, preexistente a los niños, del cual deben apropiarse para poder utilizar los signos colectivos al resolver los problemas con los que se enfrentan,

- por otro lado, la numeración apela a un cierto número de relaciones lógico-matemáticas (seriación, iteración, adición, sustracción) que estructuran el sistema de manera subyacente y que condicionan su organización interna.

Sin embargo, en los últimos años, se ha hecho un importante esfuerzo por intentar una síntesis, por elaborar un modelo más abarcativo y dinámico que permita acompañar y sobre todo incidir en la construcción de los conocimientos numéricos de los niños.

Se busca conocer y recuperar los procedimientos y las nociones que les permiten a los niños tener éxitos locales, provisorios y lábiles pero que son a la vez, el camino que conduce a las certezas y a las nociones firmemente establecidas.

En este sentido, el rol del conocimiento de la serie numérica y el conteo, que había sido devaluado, recupera su importancia en tanto es una herramienta fundamental para abordar los primeros problemas y en tanto es posible mostrar (y observar) que los niños tienen un conocimiento de la serie numérica pero necesitan avanzar (y la escuela tiene un rol a cumplir) tanto en la extensión de la herramienta como en la conciencia de los recaudos que hay que tomar para su utilización eficaz.

La serie numérica aparece, en principio, como un recurso utilizable para contar, recurso que se perfecciona, se completa, se extiende y flexibiliza gradualmente.

Se reconoce también un rol importante a la iteración de la unidad (+ 1 , + 1 , + 1 , + 1) que permite no sólo pasar de un número al siguiente sino también constituir colecciones, sobre las cuales podrán apoyarse razonamientos futuros.

Estas son fundamentalmente las herramientas que les permiten a niños muy pequeños, resolver problemas aditivos y sustractivos, generalmente a condición de que se trate de cantidades pequeñas.

Se han realizado también investigaciones relativas a la representación de cantidades y de operaciones, trabajos que han abarcado además la interpretación que los niños hacen de la notación numérica en función del contexto en el cual ella está incluída.

Entre las notaciones que ponen en primer plano la correspondencia término a término resultan especialmente llamativas aquellas que no son convencionales pese a utilizar cifras que sí lo son: cinco objetos representados por 1 2 3 4 5 o por 5 5 5 5 5 . Al explicar estas formas de notación, las autoras [1] señalan: *"El conocimiento de los símbolos convencionales que corresponden a palabras como "dos" o "cinco", etc, no basta para poder utilizar esas grafías en forma apropiada, del mismo modo que el conocimiento del sistema de las letras y su denominación no basta para escribir palabras. El conocimiento de esas formas debe combinarse con elementos cognoscitivos que permitan la comprensión y la utilización de la numeración escrita".*

En nuestro país se están desarrollando investigaciones [2] que se han propuesto descubrir las conceptualizaciones de los niños en relación con representaciones de números compuestos por más de una cifra, es decir, con aquellas notaciones en las cuales se hacen presentes las reglas que rigen el sistema posicional.

A lo largo del desarrollo de las secuencias que hemos llevado adelante tendremos oportunidad de mostrar en varias oportunidades ejemplos de los tenaces esfuerzos de los niños por dominar estos conocimientos y las reglas de comunicación de los mismos.

Para poder conocer las competencias iniciales de los niños los maestros necesitan herramientas que les permitan diagnosticarlas y que a la vez orienten su observación cotidiana de los alumnos.

El primer trabajo que realizamos con las maestras en el proyecto fue el análisis y la toma de sendos diagnósticos de primero y segundo grado, por lo cual, para referencias más explícitas relativas a las competencias numéricas de los niños remitimos al apartado correspondiente de este documento.

Pero como veremos, en el desarrollo que sigue, *"partir de lo que saben los niños"* no se reduce, por muy importante que sea, a un diagnóstico a principio de año. Hay un fuerte desafío, que se actualiza permanentemente, que es lograr recuperar lo que van aprendiendo en la construcción colectiva, comprender lo que saben y lo que producen los niños todo a lo largo del trabajo.

Sintetizando lo hasta aquí expuesto decimos que este enfoque asume una doble exigencia:

- **partir de lo que los niños saben**
  ¿qué conocimientos tienen sobre los números?
  ¿cómo los usan? ¿con qué eficacia?
  ¿qué dificultades nos revelan sus prácticas?

- **favorecer las situaciones que dan significado a los números**
  Aquellas en que los alumnos pueden utilizarlos como herramientas eficaces para resolver problemas.

---

[1] Sinclair, A., Sinclair, H. y Siegrest, F. Young children's ideas about the written number system, Paper presented at the Conference on the adquisition of Simbolic Skills, University of Keele, 1982.

[2] Lerner, D. y Sadosky, P. La comprensión del sistema de numeración por parte de los niños. Bs.As., 1990 (Proyecto de Investigación).

Todo esto con una finalidad: **asegurar en todos los niños la apropiación y dominio de los contenidos matemáticos socialmente establecidos para cada nivel.**

FINALIDADES DE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN PRIMERO Y SEGUNDO GRADO

Nos planteamos, restringiéndonos por los límites del proyecto al campo aritmético, y dentro de éste a los problemas aditivos-sustractivos, que:

Frente a una situación problemática el alumno:
- pueda enfrentarla gracias a la comprensión del significado de los números y de las operaciones
- disponga de recursos de resolución y sea capaz de seleccionar los más pertinentes
- domine recursos socialmente reconocidos como eficientes
- domine la herramienta básica: la serie de los números.

Alcanzar esta finalidad requiere del docente que:
- plantee situaciones que puedan dar sentido a los conocimientos numéricos
- tenga en cuenta los conocimientos previos de los alumnos
- pueda relevar y comprender los procedimientos de los alumnos
- tenga herramientas que pueda movilizar para provocar que los alumnos avancen en la construcción de los conocimientos y alcancen los niveles requeridos.

En este modelo es principalmente a través de la resolución de una serie de problemas elegidos por el docente que el alumno construye su saber, en interacción con otros alumnos.

Una descripción esquemática del funcionamiento del modelo permite situar los momentos principales:

* situación - problema	el/los alumnos buscan un procedimiento de resolución expresan lo que obtuvieron se confrontan los procedimientos, se ponen a prueba
* nueva situación con diferentes obstaculos	se reelaboran los procedimientos
* se establece lo que se ha obtenido	nueva herramienta, ejercitación síntesis, lengaje convencional, etc.

Una aclaración importante: el término "problema" utilizado aquí no se reduce a un enunciado. Puede ser un juego, un proyecto, una situación cotidiana, etc. Pero hay sí la idea de un obstáculo a franquear.

La situación debe ser reconocida como un problema por los niños (si disponen de una respuesta inmediata es una tarea de ejecución, de constatación), deben poder percibir que es lo que están en juego, se deben poder representar que es lo que hay que lograr, deben poder reconocer ciertas acciones posibles para empezar a articular una respuesta.

LAS CLASES DE PROBLEMAS

¿Cuáles son los tipos de problemas que puedan dar sentido a los procedimientos numéricos utilizados y a las designaciones orales o escritas utilizadas?

Como una primera aproximación y requiriéndose mayores precisiones se sugieren las siguientes clases:

a) Problemas en los cuales los números pueden ser movilizados como "**memoria de la cantidad**".
Se trata
- de comparar dos o más colecciones
- de armar o de completar una colección para que tenga tantos elementos como otra dada.

Esto particularmente cuando media entre las colecciones el espacio o el tiempo, lo cual es, como dijimos, una ocasión para tomar conciencia de que contar es una herramienta eficaz.

b) Problemas en los cuales los números pueden ser utilizados como "**memoria de la posición**" para situarse en una serie, el lugar en la fila, el casillero en el tablero ...

c) Problemas ligados a desplazamientos en una pista, tabla, etc, en los cuales los números aparecen como **"recurso para anticipar"**.
¿En qué casillero va a caer si ...? ¿Cuánto tiene que sacar para alcanzar a ...?

d) Problemas en los que interviene la reunión de dos o más colecciones particularmente cuando se trata de anticipar el número de elementos que se va a obtener o que hay que agregar a una de las colecciones para obtener otra.

e) Problemas en los que una colección se distribuye en dos subcolecciones y hay que establecer el número de elementos de una de las dos subcolecciones.
Hay ..... chicos, ... son nenas. ¿Cuántos son varones?

f) Problemas de canjes en los que interviene una correspondencia multivoca, 1 amarilla por 3 rojas ...

g) Problemas de partición de una colección en partes equivalentes o no.

Las clases de problemas pueden ser definidas en función de distintos criterios. En el módulo de matemáticas elaborado por la Prof. N. Sagesse se presentan otros análisis, particularmente el basado en los trabajos de G. Vergnaud.

A través de la resolución de estos diferentes tipos de problemas los alumnos ponen en juego procedimientos numéricos variados, particularmente en los casos en los que hay que anticipar el resultado de una acción. Esto les permite tomar conciencia de diversos usos del número.

LOS PROCEDIMIENTOS DE LOS ALUMNOS

Para un mismo problema y en una misma clase los procedimientos que utilizan los alumnos serán sin duda muy diversos. Es una dificultad para el docente al mismo tiempo que una riqueza pedagógica. Los intercambios, las explicaciones, las protestas de los alumnos así como el recurso a la imitación de lo que hacen sus compañeros son un factor de progreso para los alumnos. El pensamiento de cada uno se construye en la confrontación con los demás.

La dificultad se acrecienta aún más al constatar que incluso para un mismo alumno los procedimientos elaborados son a menudo frágiles, inestables, muy dependientes de la situación propuesta y poco transferibles.
Así, en una situación aparentemente cercana de una situación ya encontrada un alumno dará la impresión de regresión, no reutilizará necesariamente una solución que ya probó con éxito, sino que

la reconstruirá totalmente. El dominio de un procedimiento particular, el reconocimiento de su eficiencia en tal tipo de situación se construye en un tiempo largo alternando fases de resolución de problemas y fases de ejercitación más sistemática, en particular para los procedimientos reconocidos como importantes."

Un tiempo largo ... Nos parece importante insistir sobre este punto porque tanto en el proyecto como en nuestro trabajo con otros docentes vemos que está muy instalada la idea de "tema dado", eventualmente en una o dos horas de clase y si las situaciones que proponemos son asimiladas a esta idea no van a producir los efectos que declaramos. Los niños necesitan muchas oportunidades de volver sobre un problema, de reafirmar sus procedimientos, de socializar lo que han encontrado.

Para poder llevar adelante un trabajo así el maestro necesita tener una representación de los procedimientos de los niños y debe ser capaz de reconocer una jerarquía de los mismos.

Los procedimientos de los niños no son infinitos, por el contrario se pueden prever y describir. A lo largo del proyecto, a raíz de las secuencias que analizábamos, les pedíamos a las maestras que hicieran una anticipación de los procedimientos de los alumnos. A medida que avanzábamos las docentes podían hacer anticipaciones más ajustadas vinculadas a la clase de problemas que se analizaba, los números que intervenían, etc.

Conocer los procedimientos es fundamental, pero el desafío más fuerte es poder provocar que los alumnos evolucionen en el nivel de procedimientos que utilizan. Desarrollaremos estos aspectos a continuación.

Estamos convencidos de la importancia de proveer a los alumnos de oportunidades de enfrentar los problemas con sus recursos, de buscar un camino personal hacia la solución pero a la vez ... y he aquí el doble desafío, es necesario que los alumnos avancen en sus procedimientos y que todos lleguen a dominar los procedimientos "expertos", aquellos que el maestro (y la comunidad) reconocen como los que permiten dominar la situación cualquiera sea el campo numérico o la dimensión con que esté planteada.

Trabajar sobre un ejemplo nos va a permitir tener una idea más clara respecto de la evolución de la que estamos hablando: "Recién subieron 8 personas al colectivo. Ahora hay 45 personas en el colectivo. ¿Cuántas personas había antes de esta parada?"

Se pueden describir varios tipos de soluciones correctas al problema presentado:

- solución 1: el alumno dibuja 45 marcas, tacha o borra 8 y cuenta las restantes,

- solución 2: el alumno no reconoce ninguna operación vinculada al problema pero se construye una representación del problema en función de la cual puede elegir un procedimiento, por ejemplo, descontar 8 de 45, de uno en uno, eventualmente ayudándose con los dedos, de algún modo es como si mentalmente hiciera bajar uno a uno los pasajeros que subieron para reencontrar la situación inicial,

- solución 3: (muy próxima de la más eficaz) el alumno se representa el problema como una adición en la que se desconoce uno de los términos y busca resolver lo que en una ecuación se expresaría así:

...... + 8 = 45

- solución 4: (la "experta" o canónica) el alumno reconoce a este problema como un problema de resta (45 - 8) y la realiza mentalmente o por escrito.

Estos 4 alumnos han hecho matemáticas, en el sentido de que han articulado sus conocimientos disponibles y las significaciones que les dan con la representación que se hacen del problema. En efecto, tanto el conteo (solución 1) como la sustracción (solución 4) son herramientas matemáticas, pero el problema, que para el alumno 4 es de resta no lo es para el alumno 1.

Queda mostrado que la solución correcta de un problema de sustracción (desde el punto de vista del maestro) no supone a priori el dominio de la sustracción.

Es posible distinguir en las soluciones dadas como ejemplo dos grandes polos:

- el polo de las **soluciones que apelan a una representación figurativa de la situación** por las cuales los alumnos simulan lo real mentalmente (como en la solución 2) o dibujándolo, o podría ser con objetos (como en la solución 1),

- el polo de las **soluciones que apelan a una representación matemática de la situación** en las cuales los alumnos plantean de algún modo el problema en una ecuación para poder trabajar únicamente en el nivel de los números (como en las soluciones 3 y 4).

El pasaje del primer al segundo polo se acompaña frecuentemente de un cambio de las técnicas utilizadas: en el primer caso, los alumnos utilizan las que provienen del conteo, en el segundo caso fundamentalmente son utilizadas técnicas de cálculo. Esta distinción no da cuenta, sin embargo, de todos los niveles de representación de la situación que pueden existir en los alumnos. Así la solución 3 muestra que el alumno produce una escritura que traduce una cierta simulación de la realidad evocada, particularmente en su desarrollo temporal "....+ 8 = 45", "....." (los pasajeros que estaban en el colectivo, "+ 8" (los que subieron), "= 45" (los que hay ahora en el colectivo).

Hay que saber aceptar que, en cada categoría de problemas, el pasaje de la utilización de procedimientos ligados al conteo y vinculados a una representación figurativa de la situación, al reconocimiento de un modelo de resolución que implica el recurso a técnicas de cálculo expertas es frecuentemente lento, raramente definitivo para un alumno y nunca simultáneo para todos los alumnos.

Esta observación implica muchas consecuencias:

- Hay que aceptar e incluso favorecer en la clase la pluralidad de procedimientos de resolución porque no sólo anima a los alumnos a elaborar su propia solución sino que puede ser fuente de progreso, de aprendizaje a partir de las confrontaciones que se pueden organizar entre ellos.

- Hay que aceptar también que, para situaciones aparentemente análogas, algunos alumnos dan la impresión de retroceder. El aprendizaje está lleno de dudas, de retrocesos, de aparentes detenciones hasta que las adquisiciones se estabilizan.

- Una exigencia precoz de formalización de soluciones (reconocimiento del cálculo a efectuar y producción de la escritura matemática correspondiente) puede ser una fuente de obstáculos para muchos alumnos que van a tratar de producir la escritura matemática directamente a partir del enunciado apoyándose en palabras claves, y producirían 45 + 8 en el problema descripto, sin involucrarse en la fase esencial de tratar de comprender la situación propuesta.

- El medio del que dispone el docente para favorecer el pasaje de un polo a otro es fundamentalmente ir variando las situaciones que les propone a los alumnos (para los problemas aditivos y sustractivos el "tamaño" de los números es una variable decisiva) lo cual va a ir exigiendo nuevos procedimientos y mostrando los límites o la inutilidad de los anteriores. Otra herramienta fundamental de que dispone el docente es organizar los intercambios y las discusiones entre los alumnos, así como asegurar la difusión de los "hallazgos" de los alumnos entre todos. Llegan momentos en el trabajo en el que ciertos procedimientos y, particularmente, ciertas formas de escritura matemática se "oficializan".

DEL CONTEO AL CALCULO

Acabamos de mostrar, en el marco de la resolución de un problema un abanico de procedimientos que van desde los que se apoyan en el conteo a los que trabajan en el nivel del cálculo.

Vamos a plantear a continuación cómo se puede favorecer el pasaje del conteo al cálculo. Aunque nos vamos a centrar en metas a conseguir a nivel de procedimientos queremos subrayar que el sentido de las propuestas sigue siendo ayudar a los alumnos a resolver mejor los problemas que se les planteen.

El trabajo en el nivel de los procedimientos no está disociado del problema de la comprensión del significado de las operaciones y la capacidad de resolver problemas va a ser siempre la medida más cabal del nivel de logro alcanzado.

Insistimos con los ejemplos porque nos permiten mostrar el enorme esfuerzo de construcción que implica llegar a trabajar en el nivel del cálculo. Imaginemos que ha sido planteada esta situación: "Julián tenía 23 figuritas de autos y un amigo, que no junta más, le regaló 18. ¿Cuántas tiene ahora?". Dos soluciones de las posibles son estas:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 23 \\ +\underline{18} \\ 41 \end{array}$$

Quien hace las marcas y cuenta está necesitando hacer presentes las cantidades.

Quien usa el algoritmo de la suma está utilizando propiedades del sistema de numeración y de la operación que suponen muchos conocimientos, comprender muchos aspectos.

De hecho, para la humanidad, ese recorrido fue muy largo y costoso. Debemos acompañar a los niños en el suyo, lo cual no quiere decir que tengan que hacer este largo camino dado que no se puede ignorar la presencia y el uso social actual de los números y las operaciones, pero la referencia a la historia nos debería devolver el respeto por la empresa que los niños deben llevar a cabo.

EL CONTEO

En el apartado correspondiente a "*¿Qué saben los niños?*" hemos hecho referencia a la revalorización del papel del conteo en los aprendizajes numéricos.

Los niños necesitan enfrentar múltiples situaciones en las que puedan reconocer la utilidad de contar y la necesidad de ser precisos (no contar ninguno dos veces, no saltear ninguno).

Al inicio de primer grado, para resolver un problema en el que aumenta o disminuye una cantidad el procedimiento más utilizado por los niños es el de materializar las cantidades (objetos, dibujos, dedos, etc.) y resolver por conteo.

Nos vamos a plantear entonces el mejoramiento del conteo en dos direcciones:
a) en cuanto al conteo utilizado para resolver situaciones
b) en cuanto al dominio y extensión de la serie numérica oral.

a) Al inicio, para resolver 6 + 3 los niños recuentan desde 1,
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Apuntamos entonces a lograr que utilicen el SOBRECONTEO
6 ... 7, 8, 9
Es decir que partan de uno de los números y agreguen la otra cantidad contando.

Muchos alumnos empiezan a usar, implícitamente propiedades de la suma. Por ejemplo, la conmutatividad. Así para hacer 3 + 9, hacen 9 ... 10, 11, 12.

No estamos proponiendo que el maestro "enseñe" esta propiedad, sino que favorezca el intercambio entre los alumnos (como veremos en el desarrollo de las secuencias) de modo que los "modos de arreglárselas" de cada uno se conviertan en terreno común.

Para una situación de disminución, 12 - 4, muchos niños hacen 12 marcas, tachan 4 y cuentan las que les quedan.
Es necesario realizar actividades para que puedan DESCONTAR (contar para abajo, "para atrás").

Además del interés inmediato, estos procedimientos encontrarán posteriormente una prolongación, particularmente en cálculo mental. Por ejemplo, para calcular 23 + 17, un alumno de segundo podrá partir de 27 y agregará sucesivamente 3 y después 10.

b) Estos procedimientos, para poder ser puestos en juego, requieren por parte del alumno una buena disponibilidad de la serie numérica oral, particularmente la capacidad de:
- decir directamente el siguiente y el anterior de un número sin recitar la serie desde el inicio,
- continuar la serie oralmente a partir de un número dado, en un sentido y en otro,
- enunciar, por ejemplo, 4 números a partir de uno dado, en un sentido o en otro,
- decir, por ejemplo, los números entre 7 y 11, pudiendo especificar al terminar, cuántos números se han dicho,
- poder contar de a 2, de a 5, de a 10 resulta particularmente importante en tanto apoyos fundamentales para el cálculo.

Para asegurar este dominio en todos los alumnos será necesario que se realicen múltiples actividades, juegos, a raíz de situaciones cotidianas y planificadas ex-profeso. Se trata de que el contar ocupe un lugar. Los dos aspectos en que planteamos el mejoramiento del conteo se deben desarrollar simultáneamente.

Los niños tienen que tener oportunidad de comprobar lo que saben y reconocer, a la vez, las metas a lograr. Nuestra experiencia nos muestra que son muy capaces de comprometerse si pueden saber con qué y para qué.

LOS PROCEDIMIENTOS MENTALES DE RESOLUCIÓN

Consideramos que un objetivo fundamental de primero-segundo grado es el desarrollo de procedimientos mentales de resolución en el marco de los problemas referidos anteriormente.

Se trata, a la vez, de favorecer la representación mental de las situaciones y la construcción, por parte de los alumnos, de soluciones desprendidas de la acción misma, es decir, que permiten anticipar los resultados de una acción todavía no realizada.

Más tarde se favorecen los procedimientos escritos que se apoyan en las reglas de escritura de los números (numeración de posición). Pero para que los alumnos puedan trabajar a este nivel tienen que ser capaces de construirse una representación mental correcta de la situación y disponer de la posibilidad de obtener mentalmente ciertos resultados.

Estos procedimientos mentales funcionan en principio para los alumnos de manera muy local, para ciertos números. Se buscará extender progresivamente su dominio de funcionamiento y su disponibilidad para poder darle un carácter más general. Por ejemplo un alumno puede ser capaz de resolver mentalmente un problema que involucra los números 2 y 3, y no poder hacerlo con los números 4 y 6.

Los maestros con experiencia en primero y segundo grado constatan que entre sus alumnos hay quienes disponen de procedimientos mentales de resolución y quienes no, hay quienes memorizan con facilidad y quienes tienen que reconstruir siempre todo, hay quienes se les ocurren diversas maneras de resolver y quienes disponen de muy pocos recursos.

En tanto consideramos fundamental lograr que todos los alumnos dispongan de procedimientos mentales de resolución y construyan comprensivamente los algoritmos, lo que vamos a plantear es que estos logros tienen que ser asumidos como metas desde la enseñanza.

Hay un primer requerimiento y es que, a término (hacia fin de segundo) los alumnos tiene que saber producir rápidamente (casi instánteneamente) una buena respuesta a lo que se suele llamar el repertorio aditivo: encontrar uno de los términos a, b o c en $a+b=c$, cuando $a < 10$ y $b < 10$, lo cual no excluye el conocimiento de otros resultados pero condiciona su producción. Esta es la base del cálculo, sea escrito o mental.

Vamos a señalar sintéticamente las metas que se pueden ir planteando en este proceso, después nos vamos a referir a las clases de actividades que se pueden promover.

A) La memorización de cálculos simples

Constance Kamii, en *"El niño reinventa la aritmética"*, hace observaciones válidas sobre este punto: *"Después de definir como objetivo la construcción de sumas, por parte del niño, el maestro necesita establecer una secuencia entre las actividades que pone a disposición de los niños para su elección. Evidentemente, el nivel de dificultades no puede ser el mismo en marzo, julio y noviembre.*

Como se dijo anteriormente, la mayor parte de los programas de aritmética de primer curso que existen en la actualidad, empiezan la adición definiendo como objetivo las sumas que dan 5 ó 6, para continuar hasta 9 ó 10, 12 y 18. Así pues la secuencia de objetivos continúa estableciéndose de acuerdo con la ***magnitud*** *de la suma, a pesar de que las investigaciones han demostrado que la dificultad depende del tamaño de los* ***sumandos.*** *Por ejemplo 5 + 1= 6 es más fácil de recordar que 3 + 2 = 5.*

La secuencia de objetivos que viene a continuación se basa en la magnitud de los sumandos, que corresponde a la manera de aprender de los niños. Esta información debería ayudar a los maestros a decidir qué juegos deben poner a disposición de los alumnos en la clase" [1]

La autora sugiere:
- adición de sumandos hasta 4
- adición de sumandos hasta 6 (por la utilización de dados)
- adición de dobles (2+2, 3+3, etc.) hasta 10.

Diversas investigaciones afirman que los dobles y las combinaciones en las que se añade 1 a un número son más fácilmente memorizadas que otras combinaciones. Kamii señala que entre los dobles 2+2 es la primer en ser memorizada, seguida de 5+5. Esta última, pese a ser una suma mayor es más fácil de recordar que 3+3 ó 4+4. Igualmente 10+10 es más fácil que 9+9. Además 2, 5 y 10 son apoyos fundamentales en la organización del repertorio y en el tratamiento de las cantidades. Los dobles, además de ser fáciles de memorizar se convierten en la base para resolver otros cálculos, así 5+6 puede ser pensado como 5+5+1.

En el apartado de este documento relativo al "número para anticipar" y el cálculo mental (2.2.) se presenta una distribución de contenidos elaborado por la Lic. Irma Saiz en el que aparecen otros cálculos simples importantes de dominar. Por ejemplo a+b=10, 10+a (a<10).

Allí también presentamos trabajos realizados con los niños en el marco de esta orientación.

B) Resolución de cálculos no tan simples utilizando los simples

Como sugeríamos en el párrafo anterior se busca favorecer que los alumnos utilicen sus conocimientos para tratar las situaciones respecto de las cuales no disponen de resultados memorizados.

Por ejemplo, disponer de los pares de sumandos que dan 10, les permite a los alumnos tratar diversos cálculos. Así para hacer 8 + 6 muchos niños piensan en (8 + 2) + 4. O en cálculos de resta, por ejemplo

14 - 6, lo convierten en (14 - 4) - 2.

Es importante favorecer la búsqueda y explicitación de distintas maneras de tratar un cálculo. Por ejemplo, para 7 + 8

(7 + 7) + 1 Reagrupamiento en torno a un doble

(7 + 3) + 5 Reagrupamiento en torno a 10

---

[1] Kamii, C. El niño reinventa la aritmética, pp.80 y 81.

(8 + 2) + 5 Reagrupamiento en torno a 10
(5 + 5) + 2 + 3 Reagrupamiento en torno a 5.

No se trata sin embargo de "enseñar" estas diferentes alternativas ni de que cada alumno deba "conocer" cada una. Se trata más bien de que cada uno encuentre sus maneras preferidas utilizando a fondo el grupo para dar la ocasión de adherir a las soluciones propuestas por otros. El recurso a la imitación es un recurso inteligente en la medida en que supone el reconocimiento del valor de lo propuesto por otro. Sabemos que hay niños que parece que nunca se les ocurre nada pero nuestra experiencia nos muestra que si este trabajo se asume desde la perspectiva de la enseñanza y como meta para toda la clase esos niños dejan de estar en soledad enfrentados a tamaña empresa y se involucran en la tarea consiguiendo definidos logros.

La utilización de cálculos simples para resolver otros más complejos se vincula de modo inmediato con el trabajo que se haga en relación a la extensión de la serie numérica, la comprensión de las regularidades de su funcionamiento, la interpretación de su codificación escrita, etc. Este aspecto se desarrolla en el apartado de este documento relativo al sistema de numeración (2.3.). En el artículo "Nombrar, leer y escribir los números" se describen las fases fundamentales de tal construcción.

Aquí queremos referirnos a la importancia de desarrollar en los niños diversos modos de resolución en los que utilizan sus conocimientos sobre los números y las propiedades de las operaciones como condición para una construcción de los algoritmos, en la cual los alumnos conserven el control de lo que hacen y entiendan su sentido.

C) La construcción de algoritmos

Los algoritmos son técnicas elaboradas, reconocidas en la cultura y que tiene un gran valor en tanto permiten obtener un resultado independientemente de los números que intervienen. Tienen un carácter general y estamos convencidos de que los alumnos deben disponer de los algoritmos.

Sin embargo defendemos la idea de que los alumnos construyan su propio camino hacia los algoritmos y que además sean capaces de reconocer cuando es pertinente e imprescindible utilizarlos.

Durante primer grado y buena parte de segundo los alumnos interpretan a los número de dos cifras, 23 por ejemplo, como una representación de una cantidad similar a la de los dígitos, son 23 objetos. Estamos convencidos de que el análisis en términos de decenas y unidades rebasa las posibilidades de los alumnos de primer grado fundamentalmente porque no se vincula con lo que saben y con el modo que tienen de apropiarse de la serie numérica.

Veamos distintas resoluciones de un mismo cálculo en alumnos de primer grado:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ \ 6 \\ \hline 29 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 23 \\ +6 \\ \hline 29 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 23 \\ +6 \\ \hline 83 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ +\ \ 6 \\ \hline 11 \end{array}$$

El segundo y tercer alumno encolumnaron mal, sin embargo el segundo retiene el significado del 6 y lo adiciona correctamente, el tercero trata de utilizar reglas que permanecen para él arbitrarias y sin sentido, tanto que pierde totalmente el control sobre la respuesta que produce. Probablemente, en el esfuerzo de usar una regla "oficial" descarta otros procedimientos de los que quizás dispone, como contar 6 desde 23. Algo similar sucede con el cuarto alumno que muestra una versión más degradada de la regla que se le quiso transmitir: suma todas la cifras, donde 2 ya no es 20 ni forma parte del 23.

Sin embargo saben, y apuntamos a que sepan, muchas cosas sobre el número 23: que está después del 22 y antes del 24, que está entre 20 y 30, que es 20 + 3, que es 10 + 10 + 3, etc.

Es en este conocimiento de los números en el que van a apoyarse los alumnos para resolver cálculos como 23 + 14.

Lo pueden pensar como: 20 + 10 + 3 + 4
23 + 10 + 4

Para poder entender el encolumnamiento tiene que estar asegurada la comprensión del "2" que vale 20 y tenemos que favorecer ese tratamiento porque es el que permite "partir de lo que los niños saben".

Anteriormente indicamos dos resoluciones posibles de 23 + 18, que marcan, en cierto modo, los extremos del camino "del conteo al cálculo". Ya hemos mencionado los procedimientos resultantes del mejoramiento del conteo. Existen aún, antes del algoritmo, otras soluciones posibles, en el terreno de los procedimientos mentales de resolución.

Por ejemplo:

20 + 3 + 10 + 8	23 + 20 - 2	23 + 7 + 10 + 1
30 11	43 - 2	30 + 10 + 1
		40 + 1

Por supuesto que el algoritmo es más económico y eficiente, pero para los alumnos dicho convencimiento llega con el dominio del mismo.

Estamos refiriéndonos a un problema muy complejo y sabemos que no disponemos de respuestas contundentes y globales para enfrentarlo. Pero queremos acercar propuestas que tienen carácter de aproximación desde una perspectiva en la que buscamos respetar las exigencias de partir de lo que los niños saben y asegurar construcciones con significado.

Estas reflexiones fueron muy conmovedoras y movilizantes para las docentes con quienes trabajamos. Muchas de ellas dijeron, en las evaluaciones, que en las propuestas que les hacíamos no se perfilaba un trabajo fácil pero les permitían reencontrarse con ideas que habían tenido, con intuiciones presentes en sus búsquedas, con preocupaciones para las que no habían tenido respuesta. De alguna manera, a ellas también les permitía conectarse con lo que saben pero dándole un marco que asegure la coherencia de lo que proponen, condición insoslayable para la eficacia que reclama la finalidad de asegurar aprendizajes significativos en **todos** los alumnos.

CALCULO MENTAL

Hemos planteado que los procedimientos mentales de resolución juegan un papel fundamental en el pasaje del conteo al cálculo y en la construcción de algoritmos. Estos procedimientos se engloban en el concepto de **cálculo mental** que consideramos necesario desarrollar más para mostrar su rol en la adquisición de nociones matemáticas, el cual no se agota, muy por el contrario, en primero y segundo grado.

El cálculo mental, tal como lo definimos aquí, no se opone a cálculo escrito ni se asocia a velocidad. Se trata fundamentalmente de cálculo reflexionado, pensado.

Se diferencia de lo que algunos autores llaman cálculo automático, el cual se caracteriza por el empleo sistemático, para una operación dada, sean cuales sean los números, de un algoritmo único: empleo de una técnica escrita, de un material (abaco, regla de cálculo, cálculadora, tabla de logartimos, etc.)

El cálculo pensado es particularizante. Se desarrolla a partir del análisis de los números y de la operación que interviene. En este sentido cada problema es nuevo y el aprendizaje consiste esencialmente en tomar conciencia de que para una misma operación ciertos cálculos son más simples que otros. Esto implica que los alumnos pueden usar y tomar en cuanta ciertas facilitaciones que aportan al cálculo las propiedades del sistema de numeración posicional.

Como acabamos de definirlo, el cálculo mental es una opción, entre otras, a la cual puede apelar un sujeto que domina las distintas alternativas. En la vida cotidiana usamos la estimación, el redondeo, la aproximación si la situación no requiere de una respuesta exacta. Y aún en ciertos casos de respuesta exacta no optamos por el algoritmo sino que usamos un recurso articulado sobre la peculiaridad de las cantidades que intervienen. Por ejemplo para hacer 35.000 + 29.000, es cómodo hacer 35.000 + 30.000 - 1.000.

Aunque tiene un evidente interés práctico, queremos insistir en la argumentación que venimos presentando relativa al rol que tiene el cálculo mental en la adquisición de las nociones matemáticas.

Dimos antes ejemplos que mostraban que antes de ser una opción es una vía de acceso a la construcción de algoritmos.

La finalidad del trabajo de cálculo mental es que los alumnos tengan hábitos de reflexión sobre los cálculos y dispongan de medios permanentes de aproximación, de control sobre lo que obtienen usando técnicas o algoritmos. El cálculo pensado es hoy, existiendo las calculadoras, más útil y formador que el cálculo automático (para el cual existen justamente las calculadoras). Por mucho que faciliten las calculadoras siempre tendrá que haber un sujeto que hace un uso inteligente de las mismas, que ordena las operaciones (tiene que saber cuál) y que controla la razonabilidad de lo que obtiene.

Lo que acabamos de decir apunta a reequilibrar los pesos pero de ninguna manera estamos proponiendo excluir o reemplazar el cálculo escrito y exacto. Todos los niños deben poder realizar cualquier cálculo que se les proponga. El cálculo escrito tiene la ventaja de poder aplicarse mecánicamente sin necesidad de reflexionar en cada paso. Es cierto que no es necesario en todos los casos y los alumnos tendrán que aprender a reconocer su pertinencia de uso.

¿Cómo puede organizar el docente la enseñanza para alcanzar las finalidades planteadas?

La construcción paralela y vinculada del cálculo pensado y del cálculo automático requiere que se lleven adelante, sistemáticamente, dos tipos de actividades:

- un trabajo de memorización de repertorios y reglas, a medida que se han ido construyendo y

- un trabajo colectivo, lento y detallado, de aprendizaje del cálculo mental pensado, que se apoya en la comparación de diversos procedimientos utilizados por distintos chicos para tratar el mismo problema.

Acerca de la memorización

Citamos aquí lo expuesto por el equipo ERMEL[1]:

"*Existen numerosos trabajos sobre la memoria a partir de los cuales es bastante difícil deducir reglas de acción para el pedagogo.*

Simplificando en extremo se puede, sin embargo, retener algunos elementos:

- la repetición es un factor favorecedor, a condición de no ser el único medio utilizado y de ser realizado a través de actividades variadas: juegos, interrogaciones rápidas, etc.,

- el modo cómo se memorizó influye en la capacidad de recuperación de resultados (todos conocemos alumnos que para encontrar el resultado de 7 x 8 se ven obligados a recitar la cantinela desde el inicio), mejor evitar este tipo de recitado,

- se memoriza mejor lo que se ha comprendido, lo que tiene sentido e interés para uno,

---

[1] ERMEL Apprentisages numériques et résolution de problémes C.P. p 125.

- se memoriza mejor un conjunto de elementos estructurados, organizados entre ellos que un conjunto de elementos aislados. La maestra propondrá entonces actividades que favorezcan esta estructuración: apoyo sobre los dobles, pasajes por la decena, utilización de resultados conocidos para encontrar un resultado vecino, por ejemplo resolver 8 + 5, conociendo 8 + 4 = 12.

Por utilizar una fórmula, se puede decir que "memoria" e "inteligencia" no solamente no se oponen sino que la "inteligencia" que se tiene de las cosas favorece la "memorización".

La reconstrucción y la toma de conciencia

Al principio la memorización no se pone en escena. Ante las situaciones y actividades que se les proponen los alumnos producen resultados por sus propios medios. El maestro selecciona y propone cálculos que favorecen procedimientos reconstructivos. Los alumnos buscan recursos para resolverlos, interactuando en pequeños grupos, y utilizando si es necesario, papel y lápiz. Posteriormente se analizan los distintos recursos y se discute la aplicabilidad y eficiencia de cada uno en el cálculo planteado.

Esto les va permitiendo a los alumnos reconocer la utilidad de usar resultados conocidos para resolver otros cálculos. Se va construyendo un repertorio colectivo, visible en la clase y utilizable como recurso.

En el desarrollo de la secuencia del Juego de la Caja, presentado en este documento, se muestran algunas de las actividades que se pueden plantear a raíz del repertorio y que conducen a reflexiones sobre los cálculos y a la toma de conciencia, por parte de los alumnos de lo que saben (en lo que se pueden apoyar) y de lo que tienen que aprender para poder resolver mejor los problemas o los cálculos y ... ganar en los juegos (los juegos constituyen una buena motivación para la memorización).

Como dicen los miembros del equipo ERMEL en su documento: *"el cálculo mental es un asunto de trabajo (saber y entrenamiento), de memoria y sobre todo de confianza en uno mismo".*

Algo de esta envergadura no se logra en primero y segundo, pero debemos apuntar a ello desde el inicio. Es la relación con el saber la que está en juego y debemos cuidarla desde los primeros contactos.

PARTE C

DESARROLLO DE LOS DIAGNOSTICOS Y DE LAS SECUENCIAS DE APRENDIZAJE

1. CONOCER LAS COMPETENCIAS NUMERICAS DE LOS NIÑOS

Las competencias numéricas de los alumnos al entrar a primer grado son muy diversas. frecuentemente inestables, a veces limitadas a ciertos contextos. Los niños más pequeños no suelen tener una idea muy precisa de lo que saben ni de lo que pueden hacer.

A su vez, en segundo grado, aunque los niños tengan una cierta representación de lo que han aprendido y aunque el maestro obtenga información del maestro del año anterior, se muestra muy útil recoger datos sobre los conocimientos y dificultades de cada uno de los alumnos.

Para que esto sea posible vamos a presentar sugestiones sobre los aspectos que resulta importante evaluar al inicio del año y sobre cómo hacerlo.

¿PARA QUÉ TOMAR LOS DIAGNÓSTICOS?

La primera responsabilidad que asumieron las docentes del proyecto fue tomar los diagnósticos que presentaremos enseguida. Fue un gran esfuerzo y en la evaluación correspondiente les preguntamos si volverían a tomarlo fuera del contexto del proyecto. Citar sus respuestas nos parece un modo claro de hacer referencia al sentido que tiene emprender esta tarea.

Escuela N° 4 Turno Tarde 1er. grado Liliana
"Volvería a tomarlo porque me permitió descubrir el nivel del grupo, reconocer en qué etapa se encontraban y observar cómo resolvían las distintas consignas que se les presentaban.
Significó tener un contacto personal con cada uno de los chicos y a partir de ahí saber cuál era su forma de pensamiento y de resolver los distintos ítems.
El volcar los datos a la grilla me permitió tener una visión grupal y al mismo tiempo individual sobre qué aspecto era necesario estimular y a quién. También significó sorprenderme con algún chico que, dada su falta de ubicación espacial en el cuaderno o su escasa participación en clase, me hacía suponer dificultades y luego de tomado el diagnóstico me sorprendió con sus respuestas acertadas".

Escuela N° 15 1er. grado Gabriela
"Fue un gran orientador de la tarea ... De gran utilidad, pues descubrí dificultades que no había advertido anteriormente".

Escuela Nº 16 Turno Mañana 2do. grado Antonia

"Sí lo tomaría; pues da un panorama amplio que incluye los contenidos de 1ro., que muestra las diversas formas de pensamiento del niño para solucionar problemas y puede marcar un punto de partida para 2do. Para planificar en base a los conocimientos de los chicos".

Escuela Nº 20 2do. grado Mirta

"Otro año, fuera del proyecto lo volvería a tomar. Porque me sirvió para tener un panorama claro con respecto a mis alumnos.

Además me dejó algo muy importante que lo incorporé y es el preguntarme y preguntarle al chico ***cómo llegó a su respuesta****.*

El plantearme preguntar por el proceso, o prestar atención a las formas que usan los chicos para resolver situaciones cotidianas, se lo debo a este diagnóstico. Antes no se me había ocurrido pensar que el chico podía explicitar los medios utilizados para llegar a un fin."

La toma del diagnóstico inicial no es más que un punto de partida. Durante el año, cada una de las diferentes actividades propuestas serán ocasiones de observar y recoger informaciones, que le permitirán al maestro seguir la evolución de las competencias de cada alumno. En este sentido, la fuente de evaluación es permanente: es un elemento regulador del proceso de aprendizaje y no su conclusión.

¿QUÉ OBSERVAR EN PRIMER GRADO? [1]

Al inicio del año es indispensable obtener informaciones concernientes al conocimiento de la serie numérica, la lectura de números, el dominio del conteo y el recurso espontáneo al mismo, la posibilidad de constituir una colección de un cardinal dado.

1 - El recitado de los números

Para cada niño hay que observar y registrar cuales son las características del recitado de números que es capaz de hacer:

- ¿hasta dónde la serie es convencional, es decir, corresponde al orden de los números sin agregados ni omisiones?
- ¿hasta dónde es estable, es decir, que mantiene la misma secuencia aunque no sea la convencional, no la varía de un recitado a otro?
- ¿cuáles son los errores recurrentes o las omisiones sistemáticas?
- ¿estos errores, ponen en evidencia la percepción de una regularidad de los números por parte del niño? Por ejemplo "diez y uno, diez y dos"
- ¿en caso de detención o de bloqueo, reinicia el recitado si le decimos el número siguiente? Por ejemplo algunos niños se detienen en 39, si les decimos 40, continúan hasta 49. Esto indica que lo que no saben es el nombre de las decenas
- ¿el niño, tiene una idea de sus propias competencias? Si le preguntamos hasta dónde sabe contar puede subestimarse, sobrestimarse, no contestar nada o anunciar un número que actividades posteriores pueden confirmar como su límite en ese momento.

2 - Dominio del conteo

Al preguntar "Cuántos hay ... (chapitas, botones)?" en una colección cuyo cardinal se adapta al nivel de conocimiento de la serie numérica oral, se puede observar si recurre al conteo, a una estimación global, o responde de algún otro modo desvinculado de aspectos numéricos.

En el caso de que apele al conteo, se puede observar el dominio o no:

-de la sincronización entre los gestos (tomar los objetos, desplazarlos, señalarlos ...) y el recitado de los números;

---

[1] Nos hemos basado en lo que propone el equipo ERMEL en sus obras: Un, deux ... beaucoup passionnément! Les enfants et les nombres, Apprentissages numèriques et rèsolution de problemes. Cours prèparatoire.

- de la organización del conteo (separación de los objetos ya contados y los que no , omisiones o repeticiones debidas o no al desplazamiento, etc.);
- del principio cardinal (a la pregunta "¿cuántos hay?" el niño responde con el último número anunciado).

Estas observaciones pueden ser efectuadas en una entrevista individual o en ocasión de actividades cotidianas de la clase (contar los presentes, los lápices).

3 - Constitución de una colección de cardinal dado

Al pedirle a un niño "Poné n objetos", que deben ser tomados de una colección en la que hay más que lo pedido, se puede observar si el niño:
- se detiene al término del conteo de n objetos declarando que ha terminado;
- cuenta todos los objetos de la colección hasta que se acaban, sin detenerse en n objetos;
- percibe que se ha olvidado de lo que le pidieron;
- da un montón sin contar.

Estas observaciones pueden ser hechas por ejemplo cuando se distribuyen materiales.

4 - El sucesor de un número

Al agregar un elemento a una colección que el niño ya ha contado y preguntándole "¿Cuántos hay?", se puede observar si el niño anuncia directamente el sucesor del número precedente o si tiene necesidad de volver a contar todo.

5 - Lectura de números

Al presentar desordenadas por ejemplo tarjetas con los números de 1 a 20 y pedir al niño que diga cuáles son los que conoce, él puede:
- buscar las tarjetas en orden (desde 1);
- tener necesidad de recitar, mentalmente o en voz baja, toda la serie hasta cada una;
- leer series parciales;
- leer cada tarjeta inmediatamente;
- confundir cifras entre ellas, leer mal los números de dos cifras, por ejemplo para 13 decir "un-tres", "tres-uno" o incluso "veintitres".

6 - Sobre conteo, contar a partir de ...

Al presentarle una colección, que la cuente, luego presentar otra y preguntar "¿Cuánto hay en total?", o por ejemplo, pedir al niño que encuentre el puntaje total del tiro de dos dados, se puede observar si:
- da una respuesta inmediata porque ha memorizado resultados relativos a la reunión de pequeñas cantidades;
- sobrecuenta a partir del último número, por ejemplo para 4 y 3 dice 4, 5-6-7.

7 - Recurso espontáneo al conteo

Se trata de observar como procede el niño para construir una colección que tenga tantos elementos como una dada en ausencia de ésta. Nos hemos referido a esta situación en la Fundamentación teórica al hablar del número como memoria de la cantidad (vestir las muñecas).

Se busca observar si el niño reconoce el contar como una herramienta útil para resolver la situación, por lo cual es indispensable que la consigna no induzca respecto del medio a utilizar. Se debe evitar preguntar cuántas hay o hacen falta, así como cualquier referencia al número y al conteo.

Presentamos a continuación una guía para la entrevista individual de diagnóstico.

DIAGNOSTICO PARA PREESCOLAR Y PRIMER GRADO
CARACTERIZACION DE LOS CONOCIMIENTOS INICALES DE LOS ALUMNOS EN EL CAMPO NUMERICO

1 - Conocimiento del recitado de los números

1.1. Número anunciado

"¿Hasta qué número sabés contar?"

1.2. Recitado de los primeros números

Pedirles que cuenten. El maestro le ayuda a continuar cada vez que sea necesario (anotándolo) hasta que:

- no quiera seguir más
- o diga una sucesión no convencional
- o vuelva a retomar números ya dichos (ej. 11, 12, ... 19, 11, 12, ...)
- o supere el 30 (en Preescolar) o el 100 (1er. grado).

2 - Conteo:

Verificación del principio de adecuación única y del principio cardinal (es decir atribuir un número a cada objeto sin repeticiones y sin omisiones, y asignar a la colección el último número pronunciado).

El maestro prepara una colección de objetos idénticos y desplazables (con una cantidad menor del máximo número al que sabe contar): *"¿Me podés decir cuántos objetos hay?"*

En el caso en que el niño no haga nada se le puede decir: *"Si querés podés moverlos".*

Si el niño no concluye con un número se le puede preguntar: *"Entonces, ¿cuántos hay?"*

3 - Utilización del recitado para crear una colección:

El maestro prepara una colección de aproximadamente 10 objetos más de los números que sabía contar, así como una caja vacía. *"Poné en esta caja "tantos" objetos"* (mencionar un número inferior a 10 en el preescolar o inferior a 20 en 1er. grado). Si el niño sobrepasa el número pedido el maestro lo interrumpe cuando pasó 2 por lo menos del número pedido. *"¿Te acordás lo que te pedía? Tenés que poner en esta caja justo .... objetos".*

4 - El sucesor

El maestro muestra la caja: *"¿Te acordás que acá había justo ... cubos? Ahora pongo uno más, ¿cuántos cubos hay?".*

Anotar si el niño retoma el recitado desde 1 o si dice el siguiente inmediatamente.

5 - Lectura y escritura de números

Preparar un juego de cartones con un número del 0 al 10 escrito en cada una (en primer grado hasta 30). Presentar al niño las tarjetas en desorden y preguntar: *"¿Conocés algo de lo que está escrito sobre los cartones?"*

Anotar las cartas en el orden en que las dice el niño y lo que dice (por ejemplo si para 12 dice 21).

Si los lee en orden, desde 0 hasta 10 darle algunas cartas separadas para asegurarse si puede leerlos.

Pedirle que escriba algunos números. Si los escribe en orden dejarlo que siga y anotar hasta qué número llega. Luego pedirle que escriba algunos números aislados por ej. 23, 8, 12, etc.

6 - Contar a partir de ...

Proponerle entre 10 y 15 objetos para contar, luego agregarle 3 y preguntarle el número total de objetos. Si no sabe contar hasta esos números proponerle 5 objetos y agregarle 3 más. Anotar si es capaz de contar a partir del primer número, sin necesidad de empezar de 1 nuevamente.

7 - Conteo espontáneo

Esta prueba debe ser propuesta varios días después de la otra parte del protocolo. Se presenta al niño x dibujos (el número x elegirlo en función del número hasta el que sabe contar).

"Aquí tengo un cartón con dibujos y allá hay cubos. Tenés que poner un cubo sobre cada dibujo y será necesario que cada dibujo tenga su cubo. Ahora vas a ir a buscar justo lo que sea necesario. Atención: es necesario que sea justo, ni más ni menos. Tenés que hacer un solo viaje".

Hacer un ensayo, si fracasa, hacer constatar el fracaso y rehacer un segundo ensayo. Anotar el método de conteo del niño delante del cartón y luego lo que hace delante de la caja de cubos y finalmente cómo realiza la correspondencia.

8 - Uso social del número

Preguntar: "*¿Para qué sirven los números?. ¿dónde usás los números?*". Si dice en la escuela, preguntar si los usa también fuera de la escuela.

¿QUÉ OBSERVAR EN SEGUNDO GRADO?

Tanto la fundamentación general de este documento como los aspectos presentados en relación al diagnóstico de primer grado constituyen referencias importantes al considerar el diagnóstico de segundo grado.

Vamos a centrarnos ahora en los puntos no abarcados anteriormente.

1 - Conocimiento del recitado de los números
Ver referencias anteriores.

2 - Valor de posición
Incluímos aquí una prueba que propone Constance Kamii [1] que apunta más a suscitar una reflexión por parte de los maestros que a dar cuenta especificamente del nivel de conocimiento de los alumnos.

Hemos argumentado en la fundamentación teórica que el análisis de un número de dos cifras en términos de decenas y unidades rebasa las posibilidades de los alumnos de primer grado.

Esta prueba compromete este análisis y coincidentemente con los resultados presentados por C. Kamii. los alumnos de segundo grado del proyecto. en su gran mayoría. no "leen" en el 1 del 16, ni una decena ni 10 unidades. Como hemos dicho. esto no significa que no tengan una representación del número 16. Lo piensan correspondiendo a 16 elementos, pero no son capaces, todavía, de producir sobre la representación de los elementos y leer en la escritura en cifras la organización del sistema de numeración. Justamente será objetivo de segundo grado iniciar un trabajo a favor de la comprensión del funcionamiento de nuestro sistema de numeración, sabiendo a la vez, que se requerirá de cuatro o cinco años de trabajo en la escuela para que esta comprensión se alcance y constituya un conocimiento operativo (este aspecto se amplía en el apartado 2.3. de este documento).

Para las maestras del proyecto este punto significó la constatación de que, pese a que sus alumnos habían trabajado los conceptos de unidad y decena en primer grado. los mismos no constituían un conocimiento disponible ante esta situación.

3 - Comparación de cantidades
Para comparar dos números lo primero que miramos es el número de cifras de cada uno. En un sistema posicional, como el nuestro, si un número tiene un mayor número de cifras que otro. es mayor.
Si el número de cifras es igual, comparamos los valores absolutos de las cifras de mayor valor posicional. Estos procedimientos son válidos en la legalidad de nuestro sistema y los niños se apropian de los mismos y los usan tempranamente. aunque pueda costarles explicitarlos. Incluso son capaces de usarlos ante números que no saben leer.

En este punto del diagnóstico apuntamos a indagar que procedimientos de comparación usan.

Muchos niños usan los procedimientos mencionados. Otros comparan globalmente (125 es más grande que 87) o se apoyan en el orden (96 viene después que 69).
Ante 96 y 69 algunos niños dicen: "empataron" porque comparan las cifras independientemente del lugar que ocupan en los respectivos números.
Algo similar sucede ante 40 + 5 y 30 + 9. cuando algunos niños comparan los primeros sumandos entre sí y los segundos entre sí.

[1] Kamii, C. El niño reinventa la aritmética p 68.

4 - Lectura y escritura de números

Cuando pedimos a los alumnos que lean o escriban números mayores que 100, lo hacemos con carácter netamente exploratorio. Los niños ponen en juego sus ideas, que aunque puedan no coincidir con las convencionales, ponen en evidencia las aproximaciones que están realizando respecto de este objeto complejo que es el sistema de numeración, con el que tienen contacto en la vida cotidiana.

Actualmente se están desarrollando investigaciones sobre estos aspectos que esperamos que pronto estén en condiciones de servir de base a propuestas didácticas.

Con frecuencia, al inicio de segundo grado, muchos niños para 134 escriben 100 30 4 ó 100 34 ó 1034. Son escrituras que se apoyan en la serie numérica oral: ciento treinta y cuatro. Para 5.000 y 10.000, suelen escribir 5 1000 y 10 1000. Estas diversas escrituras pueden ser vinculadas, en el análisis que puede hacer el investigador, a los modos de representar cantidades de distintos sistemas de numeración, anteriores históricamente al desarrollo del sistema posicional.

Presentar la información necesaria excede los límites de este documento y además, ese nivel de análisis no coincide con el objetivo propuesto para este punto del diagnóstico que es básicamente permitir al docente observar algunos de los modos que encuentran los niños para representar cantidades grandes antes de que les hayan sido enseñadas.

Este carácter de exploración implica que no debemos esperar que todos los niños acepten dar una respuesta, ni suponer que el niño que no responde no ha elaborado ninguna idea al respecto. Hace falta mucho "coraje" para responder, en la escuela, respecto de un contenido no enseñado. Muchos niños dominan ya la escritura convencional de los números que les proponemos, pero esto no implica ninguna "falta" en quiénes no las dominan.

5 - Resolución de situaciones

En la Fundamentación teórica se han analizado distintos modos de resolución. Las situaciones elegidas son muy sencillas, las dos primeras preguntan por el estado final, en un caso después de una transformación positiva y en el segundo después de una transformación negativa. En la tercer situación, en cambio, los datos son el estado inicial y el estado final y se pregunta por la transformación. Sin duda, esta última reviste mayor complejidad que las anteriores.

6 - Cálculo mental

Referimos nuevamente a la fundamentación teórica y también a "Juegos con Cálculos" en el apartado 2.2. de este documento. Allí se presenta una distribución de contenidos de cálculo mental para el primer ciclo. Si los alumnos en primer grado no han trabajado con este enfoque, la maestra de segundo grado encontrará una orientación respecto de los aspectos sobre los que corresponde observar y trabajar.

En la guía para la entrevista individual que presentamos a continuación proponemos algunos ítems correspondientes a esta indagación.

DIAGNOSTICO PARA SEGUNDO GRADO
CARACTERIZACION DE LOS CONOCIMIENTOS INICIALES DE LOS ALUMNOS EN EL CAMPO NUMERICO

1 - Conocimiento del recitado de los números

1.1. Número anunciado "*¿Hasta que número sabés contar?*"

1.2. Recitado de la serie numérica.

Pedirle que cuente. El maestro le ayuda a continuar cada vez que sea necesario. Nos interesa particularmente el pasaje a 100 y subsiguientes, de todas maneras le proponemos detenerse en torno a 120.

"*Un nene contaba así: 10 . 20 . 30 . ... ¿vos sabés contar así? A ver contá*".

1.3. Anterior y siguiente:

¿Cuál viene después de 37? ¿Cuál está antes que 54? ¿Y que 70?

2 - Valor de posición

Presentar 16 objetos. Pedirle que dibuje tantas crucecitas como objetos y escriba cuántas hay.

- se rodea el 6 del 16. "*mostrame en tu dibujo lo que quiere decir esto*" o "*¿hay algo en tu dibujo que tenga que ver con esta parte de tu 16? Mostrame*".
- se rodea el 1 del 16. "*ahora mostrame en tu dibujo lo que quiere decir esto*".
- se rodea todo el 16. "*¿y todo esto?*".

3 - Comparación de cantidades

Se presentan las tarjetas de a pares. Se le cuenta que son puntos de un juego. En cada caso tiene que decidir quien tenía más. Se le pregunta cómo saben.

$\boxed{125}$ y $\boxed{87}$ $\boxed{96}$ y $\boxed{69}$ $\boxed{40 + 5}$ y $\boxed{30 + 9}$

4 - Lectura y escritura de números

- se presentan otras tarjetas y se le pregunta si sabe cuántos puntos tenía ese chico: 15 . 24 . 51 . 78 y 120.
- "*¿cuál es el número más grande que sabés escribir?*"
- pedirle que escriba: 17. 65. 92. 134. 205. 500 (los tres últimos si el niño está dispuesto e interesado. Lo mismo con la siguiente pregunta)
- "*¿sabés cómo se escribe 1.000 . 5.000 . 10.000?*"

5 - Resolución de situaciones

Las situaciones se escriben en tarjetas. Se lee una y se deja sobre la mesa, en la que están disponibles papel, lápiz y material concreto.

a) Jorge tenía 8 figuritas, en el recreo ganó 7. Ahora tiene ....
b) Pedro tenía 20 figuritas, en el recreo perdió 5. Ahora tiene ...
c) Tomás tenía 14 figuritas, ahora tiene 4. ¿Qué pasó en el recreo?

6 - Calculo mental

Se proponen sucesivamente los siguientes cálculos. Se registra como los resuelve, en caso de no ser evidente se le pregunta cómo hizo.

a) decime dos números que sumados den 10. ¿Y otros dos?

b)	20 + 30 =	60 + 40 =
c)	8 + 8 =	7 + 7 =
d)	10 - 7 =	10 - 4 =
e)	50 - 20 =	80 - 40 =

¿CÓMO OBTENER Y REGISTRAR ESTAS INFORMACIONES?

El maestro puede recoger ciertas informaciones a raíz de las actividades cotidianas o de las que les propone para fines determinados. Sin embargo, para tener una información más precisa y particularmente al inicio del año es conveniente privilegiar las entrevistas individuales.

A su vez es cierto que esto depende de condiciones no tan sencillas de generar.

Las docentes participantes del proyecto se organizaron de distintos modos para poder llevarlo a cabo:

- colaboración entre dos docentes;
- colaboración del equipo directivo o maestra recuperadora, ya sea en la toma o en la atención del grupo mientras la maestra tomaba el diagnóstico;
- retirando niños de horas especiales, aunque lamentaban que los mismos perdieran esos momentos de actividades específicas;
- organizando juego u otras propuestas para el resto de la clase y tomando el diagnóstico dentro del aula.

Todas ellas insisten en que es conveniente contar con tiempo y un espacio adecuado.

Dado que los diagnósticos son largos y abarcan muchos aspectos, parece conveniente que el maestro comience obteniendo información sobre los que están inmediatamente vinculados con lo que se propone trabajar al inicio y vaya administrando el resto después.

Es preferible tener información respecto de algunos ítems, pero de todos los alumnos, que lo inverso.

2. DESARROLLO DE LAS SECUENCIAS DE APRENDIZAJE
LOS EJES SOBRE LAS QUE FUERON SELECCIONADAS
SU DISTRIBUCION TEMPORAL

Toda aproximación. para ser posible. impone recortes y priorizaciones. Al diseñar este proyecto sabíamos que teníamos que hacer una selección de los aspectos que íbamos a trabajar, pero a la vez. enfrentábamos el desafío de que no se sacrificara en ello el sentido global de lo que proponíamos.

Se trataba de inaugurar un diálogo entre la concepción general que los docentes tenían y la que vehiculizábamos a través de nuestra propuesta. diálogo planteado en torno a actividades y reflexiones muy concretas relativas a la enseñanza y el aprendizaje de matemática en primero y segundo grado.

Para tomar estas decisiones nos orientó la consideración de los ejes que consideramos centrales en el trabajo matemático. en este caso. aritmético. de primero y segundo grado y, a la vez, la consideración del vínculo entre nuestras secuencias y el proceso que estaban haciendo alumnos y maestros.

Los ejes seleccionados son los que organizan este documento:

- Resolución de problemas y tratamiento de la información.

- El número para anticipar y para calcular. El cálculo mental.

- La apropiación del sistema de numeración.

En la fundamentación teórica y en la propia de cada capítulo presentamos la argumentación que justifica esta elección.

El siguiente cuadro muestra la distribución de las secuencias según ejes y grados e informa el momento del año en que se llevaron adelante en las aulas.

	Primer grado	Segundo grado
Resolución de problemas y tratamiento de la información	"Los dados" *mayo / junio*	"El parque" *septiembre / octubre*
Número para anticipar y para calcular Calculo mental	"El juego de la caja" *agosto*	"Juegos con cálculos" *mayo / junio*
Apropiación del sistema de numeración	"El castillo" *septiembre / octubre*	"Las baldosas" *agosto*

Esta es la distribución temporal que tuvo el trabajo en el proyecto y no debe ser tomado como una propuesta de planificación anual. Consideremos que es una información importante porque. como se verá en el desarrollo de las secuencias, las condiciones de la experiencia fueron variando en el transcurso de la misma en la medida en que el marco común de referencia entre las docentes y el equipo se iba ampliando y a la vez, se iban instalando en las aulas otras prácticas y otras formas de regulación de la actividad.

Para poder atender estos aspectos asumimos un costo que fue el de no poder acompañar lo que sería una distribución más adecuada de tiempos/contenidos en cada grado.

Recién al término del trabajo de un año nos encontramos en mejores condiciones, para el proyecto 92, de aproximarnos más a dicha distribución.

Como es razonable, ese problema fue más marcado en relación a segundo grado que a primero. Hay aspectos importantes del trabajo de segundo grado que no pudieron ser incluídos, como la resta con desagrupación y la exploración de la multiplicación y división que serán asumidos en una nueva etapa del proyecto.

2.1. RESOLUCION DE PROBLEMAS Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACION

"El saber se forma a partir de los problemas a resolver, de las situaciones a dominar ... las concepciones de los alumnos son modeladas por las situaciones que han enfrentado".
Gerard Vergnaud [1]

La resolución de problemas se reconoce como un núcleo central de la actividad matemática.

Se busca que los alumnos construyan conocimientos que les permitan resolver problemas. Al mismo tiempo se constata que alumnos que supuestamente "saben" algo no son capaces de utilizarlo a la hora de enfrentar problemas ante los cuales ese conocimiento es útil. De algún modo, esos conocimientos, carecen de significado.

La cuestión esencial de la enseñanza de la matemática es entonces: ¿cómo hacer para que los conocimientos enseñados tengan sentido para el alumno?

El alumno debe ser capaz no solo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

Y es, en principio, hacer aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas lo que permitirá a los alumnos construir el sentido.

Para G. Brousseau "*el sentido de un conocimiento matemático se define:*

- no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática, no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución

- sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economías que procura ,de formulaciones que retoma, etc..." [2]

El mismo autor plantea que si no hay problemas, no hay matemáticas. Pero si hay problemas, no está toda la matemática. Los alumnos también tienen que ser capaces de formular preguntas, de inventar problemas. En general, las preguntas las hacen los maestros, los niños responden. Sin embargo, una parte fundamental de la actividad matemática consiste en formular preguntas.

---

[1] Vergnaud, G. Psycologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, Grand N n° 38, 1986.

[2] Brousseau, G. Les obstacles epistemologiques et les problemes d'enseignement, Recherches en didactique des mathematiques Vol. 4.2, p.170.

¿Cual es la situación actual?

Las dificultades con la resolución de problemas en general se hacen más evidentes en el ciclo medio de la escuela primaria. Según la mayoría de los maestros de ese nivel la actividad de resolución de problemas constituye una tarea difícil y mal percibida por los alumnos. Las frecuentes preguntas de los alumnos "qué hay que hacer?" "¿está bien?" "¿es de dividir?" traducen esas dificultades.

Se han hecho estudios sobre los comportamientos de los alumnos ante problemas no habituales que muestran cuál es la representación que se han construido sobre qué es un problema.

Por ejemplo, si en tercer grado se plantea este problema: *"en el armario del aula hay 25 cuadernos rojos, 30 cuadernos verdes, 10 lápices negros, 20 gomas. ¿Cuántos cuadernos hay en el armario?"*, la mayoría de los alumnos responden: *"hay 85 cuadernos"*. ya que suman todos los números del enunciado.

En esta resolución hay un mal tratamiento de la información (aspecto al que nos referiremos más tarde) pero además aparece uno de los "principios" que caracterizan la representación que los alumnos tienen: *"En un problema, se utilizan todos los números que aparecen"*.

Otros de estos principios son: *"Un problema tiene siempre una única solución"*, *"Hay una manera de resolverlo y se va a saber cuando se corrija"*. Los comportamientos ligados a estas representaciones se observan ya en los primeros grados. Aunque los alumnos dispongan de distintos procedimientos, para muchos de ellos, la resolución de un problema se reduce a encontrar una operación a realizar entre los dos primeros números que encuentran.

Estas concepciones ligadas a "*qué es lo que tengo que hacer frente a un problema*" se originan en la forma de trabajo anterior, en los primeros grados. En particular por:

- el rechazo de los problemas como fuente, como origen del aprendizaje, por considerar que las tareas complejas no se pueden abordar hasta que no se han enseñado los elementos o las competencias simples que se involucran (ver Fundamentación, Distintos enfoques en la enseñanza del número),
- la predominancia de actividades que se apoyan en simples constataciones (perceptivas o por manipulaciones dirigidas) seguidas de una codificación en detrimento de actividades de verdadera anticipación.

Estamos convencidos de que, desde primer grado, los niños pueden y deben ser confrontados a problemas en los cuales ellos tienen que manejar tareas relativamente complejas. Estas situaciones contribuyen a enriquecer su percepción de la matemática, su deseo de investigar, sus capacidades de resolución y la confianza que puedan tener en sus propios medios.

APRENDER (POR MEDIO DE) LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El título de este párrafo es el de un artículo de Roland Charnay [1] y sintetiza objetivos que necesitamos distinguir:

- **objetivos de orden "metodológico"**: en una palabra "aprender a resolver problemas, a investigar". El objetivo está, de alguna manera, en la actividad misma. Alude a desarrollar capacidades metodológicas que en general no son tomadas en cuenta explícitamente en la enseñanza. Por ejemplo ser capaz de guardar la traza de sus procedimientos, de organizarse, planificar, gestionar correctamente la información de la que se dispone, osar arriesgar, probar, no tener miedo a equivocarse, poder formular, comunicar, ser capaz de validar, defender su producción, reconocer y evaluar otras alternativas, etc.

- **objetivos de orden "cognitivo"**: se adquiere un conocimiento (una noción, un algoritmo ...) a través de la actividad de resolución de problemas.

Esto conduce a la necesidad de distinguir clases de problemas según el objetivo con que pueden ser planteados:

- **Problemas para investigar:** dan a los alumnos oportunidades de aprender a investigar, de construir sus métodos. Se trata de situaciones "abiertas" en las que los alumnos saben lo que tienen que lograr, por ejemplo, adivinar un número entre 0 y 1000, disponen de un medio: hacer preguntas que se contestan por si o por no, pero tienen que construir una estrategia para ir obteniendo la información y tienen que encontrar modos de tratarla para realizar inferencias y lograr su objetivo. También puede tratarse de situaciones que apuntan a que los alumnos amplíen su representación de lo que es un problema, arriben a que ciertos problemas no tienen solución, que otros tienen varias soluciones posibles, que no siempre la solución implica una operación matemáticamente reconocida, que los datos pueden ser insuficientes o contradictorios, etc. En este documento se analiza una situación de este tipo desarrollada en primer grado: "Los dados" y una secuencia de trabajo sobre datos y pregu is desarrollada en segundo grado: "El parque".

- **Problemas que permiten construir nuevos conocimientos**: un concepto, un algoritmo, una técnica de construcción, etc.

Estos problemas deben permitir a los alumnos utilizar los conocimientos que tienen disponibles para comprender lo que hay que encontrar pero al mismo tiempo les deben permitir tomar conciencia de la inadecuación o de la insuficiencia de esos mismos conocimientos. Si estas dos condiciones no se cumplen para cada alumno, el problema no será el lugar y el medio del aprendizaje al que se apunta.

Un ejemplo: como hemos dicho en la fundamentación, uno de los objetivos de aprendizaje de primero y segundo grado es que los alumnos puedan obtener la suma de dos números. Los procedimientos de los alumnos deben evolucionar desde el conteo, el sobreconteo, la utilización de resultados memorizados, la reconstrucción apoyándose en cálculos simples, la transformación de escrituras con cifras hasta el dominio de una técnica operatoria. Cada uno de esos procedimientos puede ser cómodo en ciertos casos y prácticamente inutilizable en otros: se puede obtener la suma de 5 + 3 por sobreconteo, con los dedos, pero este procedimiento es fuente de errores para 27 + 35 por ejemplo. Dicho de otro modo, el "tamaño de los números" es un factor determinante para la elección del procedimiento. Para incitar a los alumnos a construir una técnica operatoria, habrá que proponerles problemas respecto de los cuales los procedimientos de que disponen les permiten otorgarle sentido a la pregunta planteada, pero que se muestran a la vez como procedimientos muy lerdos, costosos o fuente de múltiples errores. Esto crea las condiciones para poder reconocer el aporte de la técnica que se está construyendo, qué economías procura, cuáles son los casos en que es pertienente su utilización.

---

[1] Charnay, R. Aprender (por medio de) la resolución de problemas, Grand N n° 42, 1988.

Otro ejemplo: en este documento se presenta en otro capítulo el desarrollo de la secuencia "El juego de la caja" que constituye una verdadera situación de anticipación, que les permite además, a los alumnos trabajar la representación escrita, la escritura matemática, reconocer la información necesaria y suficiente para plantear el problema y resolverlo. Remitimos al apartado correspondiente.

Las condiciones de los problemas

R. Douady [1] ha señalado las condiciones que deben cumplir los problemas para que los alumnos puedan llevar adelante un trabajo como el propuesto.

Exponemos a continuación algunas de ellas:

a) el enunciado tiene sentido en el campo de conocimientos del alumno,

b) el alumno debe poder imaginar aquello que puede ser una respuesta al problema. Esto es independiente de su capacidad para concebir una estrategia de respuesta, o la validación de una respuesta,

c) en función de sus conocimientos, el alumno puede comprometer un procedimiento. Pero la respuesta no es evidente. Esto quiere decir que no puede proveer una respuesta completa sin desarrollar una argumentación que lo conduce a las preguntas que no sabe responder inmediatamente,

d) el problema es rico (1). Esto quiere decir que la red de conceptos implicados es importante, pero a la vez debe ser posible para el alumno abarcar su complejidad, sino solo, al menos en el seno del equipo o de la clase,

e) el problema es abierto (1) por la diversidad de preguntas que el alumno puede plantear o por la diversidad de estrategias que puede poner en juego y por la falta de certidumbre que de esto resulta para el alumno.
Las condiciones c), d) y e) eliminan un recorte del problema en preguntas demasiado pequeñas.

f) El conocimiento al que se apunta en el aprendizaje es el medio científico de responder eficazmente al problema. Dicho de otro modo, constituye un recurso adaptado.

Las condiciones de los problemas recién expuestas resultan complejas para su comprensión entre otros motivos porque se han extraído de un artículo que desarrolla muchos de los conceptos implicados. Deben ser consideradas una herramienta de análisis y así han sido utilizadas en este documento al tratar la situación "Los dados de colores" que presentaremos enseguida. En ese contexto resultará más asible su significado.

LA PUESTA EN MARCHA DE UN TRABAJO DE ESTA NATURALEZA

Un cambio de enfoque como el que estamos proponiendo implica la tarea de poner en marcha, en la clase, una nueva relación entre los alumnos, la maestra y el conocimiento. Particularmente en primer grado esto tiene que ser asumido como un objetivo en tanto se quiere lograr que los alumnos tomen conciencia de qué es un problema, desarrollen la capacidad de construir una representación personal (por medio de un dibujo, un esquema, una simulación o un procedimiento mental de resolución), reconozcan lo que saben y lo que tienen que encontrar, etc.

La actividad de resolución de problemas tiene características distintas a las de otras actividades y los alumnos deben reconocer las diferencias. Así como en algunos juegos la memorización y la velocidad pueden ser útiles, es lícito al resolver problemas detenerse e incluso "demorarse" ya que prima en esta actividad el razonamiento y la reflexión.

---

[1] Douady, Regine, Rapport Enseignement Apprentissage: dialectique outil - objet, jeux de cadres, cahier de didactique des mathematiques número 3. I.R.E.M. Universite París VII.

(1) Complejidad y apertura son nociones relativas al alumno. Un problema es rico y abierto para una clase si lo es para la mayoría de los alumnos, 80% por ejemplo.

Desarrollar ciertas actitudes y capacidades aparecen como objetivos específicos. Vamos a enunciar qué actitudes buscamos en los alumnos y cuales son las correlativas actitudes docentes.

La actitud de los alumnos

En la resolución de problemas los alumnos deberán:

- buscar, reflexionar, es decir aceptar el hecho de que resolver un problema no es siempre una tarea fácil, que puede tomar tiempo e incluso no terminarse en una clase,
- producir una solución, que puede ser distinta de la de otros compañeros,
- dejar, si es posible, registro escrito de lo que han hecho y obtenido,
- justificar, ensayar, explicar lo que han hecho,
- validar su solución.

Se trata, entre otras cosas, que los alumnos sepan que pueden:

- tomar iniciativas personales,
- hacer ensayos, recomenzar,
- ir a buscar y utilizar materiales, hacer dibujos, usar la banda numérica, etc.

La maestra puede, sin embargo, para ciertos problemas, plantear restricciones sobre algunos de estos puntos para favorecer o limitar determinados procedimientos o recursos.

La actitud de la maestra

La puesta en juego de nuevas "reglas" está ampliamente condicionada por la actitud de la maestra.

Parece importante que,cuando los alumnos están trabajando ante un problema, la maestra les dé el tiempo necesario. Su rol es el de observar los procedimientos empleados y las dificultades encontradas, previstas o no, animar a los grupos que están detenidos, relanzar la actividad o continuar en otro momento si una síntesis en ese momento parece demasiado precoz.

En el momento de la puesta en común, el docente organiza la confrontación de lo que proponen los alumnos, precisa en que condiciones puede intervenir cada uno para explicar su solución, para preguntar, para contestar... En este debate relativo a los resultados la maestra ayuda en las reformulaciones pero, en general, sin poner en evidencia una única solución que resultaría valorizada. Una conclusión de esa naturaleza tendrá que ser producto de un trabajo en el que también los alumnos estén involucrados. Sin embargo llegan momentos de síntesis del trabajo en que algunos aspectos quedan definidos como logro y empiezan a poder ser requeridos.

EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Cada vez que un alumno resuelve un problema clásico se ve enfrentado a tratar información a un nivel de complejidad variable según el problema a tratar y según su forma.
Los maestros saben bien que ante todo tiene que haber "comprendido" el enunciado. Este trabajo no es previo sino que forma parte intrínseca de la resolución de un problema.

Muchas veces se adjudica la dificultad a una falta de comprensión lectora. Sabemos que el aprendizaje en este nivel (primer ciclo) tiene un carácter global y que existen manifiestas vinculaciones en los desempeños en distintas áreas. Sin embargo consideramos que el trabajo sobre la información y la comprensión del enunciado tienen que ser asumidos en matemática, no como pre-requisitos sino como tareas específicas y constitutivas del quehacer matemático.

Existe una tendencia en la escuela primaria, particularmente en los primeros grados a "aseptizar" los problemas, a evitar toda ambigüedad y a tratar de "facilitar" la resolución.
Creemos, por el contrario, que desde primer grado, se debe permitir y desarrollar un real trabajo sobre los enunciados. Haber "comprendido" el enunciado es haber dado significado a cada una de las informaciones y haberlas organizado para poder utilizarlas.

Dependiendo del objetivo que nos plantearemos, en ciertos momentos trabajaremos con problemas "simples" porque quizas estemos más interesados, por ejemplo, en lo que produce cambiar las cantidades que intervienen.

Pero en otros momentos podemos proponer trabajos sobre situaciones que favorezcan otros niveles de análisis, por ejemplo, si tiene una, varias o ninguna solución, si la información es suficiente para resolver el problema, si es contradictoria, etc.

Entendemos que es difícil imaginar qué tipo de trabajo se puede hacer. Para mostrar alguna de las posibilidades vamos a presentar un grupo de problemas que se pueden trabajar en primer grado:

1) Lucas tenía bombones, se comió 3 y le quedan 15. ¿Puedes decir cuántos bombones tenía Lucas?
2) Laura tenía bombones, primero se comió 3 y después 2. ¿Puedes decir cuántos le quedan?
3) Ana Inés tenía 12 bombones. Comió muchos y no le queda ninguno. ¿Puedes decir cuántos comió?
4) Tomás tenía 20 bombones, se comió 2 y después 3. ¿Cuántos bombones le quedan?
5) Andrés tenía 16 bombones, ahora tiene 9. ¿Puedes decir cuántos comió?
6) Luciana tenía 10 bombones, ella dice que comió 6 a la mañana y 6 a la tarde. ¿Puede ser?

Estos problemas pueden ser analizados desde la perspectiva de la representación que los alumnos suelen tener de lo que es un problema y cómo se resuelve. Es posible también anticipar los distintos modos de resolución que pueden emprender los niños.

Vamos a presentar ahora el trabajo que propusimos hacer en primero y segundo grado, lo que nos permitirá ser más explícitos en algunos aspectos.

Materiales:
- 3 dados de colores (por equipo)

dado 1: caras: azul-azul-rojo-rojo-amarilo-amarillo
dado 2: caras: azul-amarillo- amarillo-amarillo-rojo-rojo
dado 3: caras: azul-rojo-rojo-rojo-amarillo-amarillo.

- un cubilete.

Objetivos:
- encontrar o adoptar un recurso para registrar una cantidad
- utilizar los números como memoria de la cantidad.

Organización de la clase:

Se divide la clase en grupos de 4 alumnos cada uno: juegan 3 niños y el cuarto será el encargado de saber quién gana. Cada jugador tendrá por turno, una sola oportunidad para tirar los tres dados juntos. El juego dura tres vueltas. Gana el niño que saque más azules.

Puntaje: 1 punto, si sale un azul
2 puntos, si salen dos azules
3 puntos, si salen 3 azules.

En caso de salir otros colores, no se anotarán puntos.

Al finalizar las 3 vueltas, el cuarto niño, ayudado por los jugadores, tendrá que saber quién ganó, es decir, quién obtuvo el mayor puntaje.

Presentación del juego:

Consigna: "tres de ustedes van a jugar y uno va a ser el secretario, que tiene que averiguar quién gana. Elijan quién va a serlo por esta vez. Van a tirar los tres dados una vez cada uno, durante tres vueltas. El que saca un azul, tiene un punto, el que saca dos azules, tiene dos puntos y el que saca tres, tiene tres puntos: si no sacan azules no tienen ningún punto. Al final del juego, gana el que saca más puntos.

Cuando terminen de jugar, yo (la maestra) le voy a preguntar al secretario quién ganó. Así que tiene que mirar bien y los demás lo tienen que ayudar a saber quién es el ganador."

La maestra recorrerá los grupos de niños observando el juego y los recursos que tiene para acordarse de los puntos ganados, insistiendo en que todos ayuden al secretario para que sepa quién ganó al final de las tres vueltas.

Como es probable al finalizar el juego, que no recuerden quién ganó (quién hizo más puntos) y no se les ocurra registrar en forma escrita el puntaje, las posibles preguntas de la maestra en los grupitos serán: *"¿Qué pasó? ¿Pudieron saber quién ganó? ¿Por qué no? ¿Qué pueden hacer para saberlo?"*

SEGUNDA CLASE

La clase comienza analizando, la maestra con los niños lo que pasó la clase anterior, en una confrontación en el grupo total. Las posibles preguntas de la maestra serán: *"¿Pudieron saber quién ganó?"*. En caso de que contesten que sí: *"¿Cómo hicieron para averiguarlo?"*. *"¿Por qué no pudieron saber quién ganó? ¿Cómo podríamos hacer para saber quién gana?"* (aquí podría surgir en los niños la idea de registrar de alguna forma).

---

[1] Esta secuencia fue elaborada por la Lic. Irma Saiz, quien asumió, además la redacción de esta parte del documento.

Análisis de Los Dados De Colores

La primer propuesta que les hicimos a las maestras de primer grado fue la de presentar a sus alumnos el juego de los dados.

Al proponerlo teníamos dos objetivos de distinta naturaleza:
- por un lado, siendo la primer propuesta, apuntábamos a que empezara a haber en la clase momentos en que los alumnos realizaran actividades más independientes que las que habitualmente hacen, que se acrecentara en Matemática la interacción entre los alumnos en grupos pequeños y que aprendieran a respetar turnos y ejercer roles diferenciados en la actividad,
- por otro lado y en función del contenido del juego, que se favoreciera la resignificación del número como memoria de la cantidad y como recurso para anticipar.

El hecho de que estuviésemos iniciando un proyecto puso en evidencia la necesidad de instalar otras "reglas del juego" en el sentido de modos de vinculación de la maestra y los alumnos en torno a la tarea. Sin embargo esta es una necesidad que se plantea cada vez que una maestra desea trabajar de un modo distinto a como lo hizo la maestra del año anterior. Instalar otras reglas de juego suele ser lento y trabajoso.

Nos estamos refiriendo a las relaciones que se "juegan" entre el maestro, el alumno y el saber que pueden ser observadas, como plantea Roland Charnay, analizando:
- la repartición de roles de cada uno
- el proyecto de cada uno
- las reglas del juego: ¿qué está permitido? ¿qué es lo que realmente se demanda? ¿qué se espera? ¿qué hay que hacer o decir para "mostrar que se sabe"?

Cuando presentamos el juego a las maestras, uno de los puntos que inmediatamente se puso a discusión fue quién iba a controlar en las mesitas si los alumnos cometían errores mientras jugaban, por ejemplo, en el registro del puntaje. Similares comentarios suscitó la presentación de los juegos para cálculo mental en segundo grado (ver 2.2.)
Esta preocupación se plantea desde una perspectiva, la habitual, en la que el maestro es el que ve y señala errores.
Las mismas docentes hicieron varios comentarios en relación a este punto:
- por un lado dijeron que los alumnos mismos iban a ejercer cierto control sobre lo que hacía el compañero. La experiencia mostró que ese control se dio no sólo en términos de señalar la falta sino también en términos de colaboración,
- por otro lado vieron que el maestro iba a tener oportunidad de obvservar el desempeño de sus alumnos durante los juegos, pero si quería una evaluación precisa debía diseñar dispositivos ante los cuales también a los alumnos les quedara claro que estaban siendo evaluados.

Hay en este punto una paradoja: en algún sentido el maestro tiene que debilitar la expectativa de control permanente y total sobre lo que hacen sus alumnos, pero al mismo tiempo no se debe diluir su responsabilidad en cuanto al logro de los objetivos para **todos** los niños.

El maestro tiene que confiar en que, si la actividad tiene sentido para los alumnos, los estimulará en el aprendizaje y en la búsqueda de control sobre sus producciones. Pero a veces, ver que los alumnos pueden involucrarse tanto en una actividad independiente, puede producir la tentación de confiar demasiado en ella y provocar que se desdibuje el rol fundamental del maestro de incluir estas actividades en un marco más amplio en el que se busca asegurar la evolución de todos.

Si bien el "juego de los dados" responde a reglas socialamente conocidas: tirar un dado, realizar una acción por turnos, contabilizar el puntaje, etc. no es una situación habitual en la escuela, en particular en primer grado.

Varias de las maestras del proyecto optaron por "probar" primero sólo con un grupo de alumnos, fuera del contexto de la clase, como forma de entrar en una modalidad diferente de trabajo, a fin de adquirir el conocimiento y la confianza que no poseían previamente.

Cuando los niños y la maestra están acostumbrados al trabajo en equipos, lo que se logra por medio de juegos más simples y con actividades donde se trate de lograr una producción común, el juego de los dados puede ser jugado por todos los grupos a la vez y asumido como una situación de aprendizaje, incorporada al desarrollo de la programación.

El Juego de los dados y la resolucion de problemas

Si bien este juego no apunta a la construcción de un concepto matemático en particular lleva involucrada una actividad de resignificación del concepto de número en sus funciones de anticipación y de memoria de la cantidad y éste último aspecto compromete directamente la representación simbólica de las cantidades.

Según la edad de los niños, o la época del año en que se trabaja, la representación de cantidades no es una construcción acabada.
Así, podemos ver aparecer en los registros gran variedad de representaciones de un número, por ejemplo 2, 12, 22, 11 para el número 2 y a veces como producción de un solo niño.

Uno de los objetivos fundamentales de este juego es justamente percibir la necesidad de registrar los puntajes y hacer evolucionar tal registro para resolver el problema.

Podemos analizar en este juego las condiciones que deben cumplir los problemas, enunciadas en la fundamentación de este apartado.

a) el enunciado tiene sentido en el campo de conocimientos del alumno. Todos tienen en ese momento ciertos conocimientos sobre los números, en particular el conteo de los primeros números, y sobre las reglas de los juegos de azar, como para poder iniciar el juego. Si bien toma cierto tiempo, una o dos jugadas, para comprender y especialmente para aplicar las reglas, éstas son suficientemente claras para iniciar la primer partida. La maestra recuerda, si es necesario, cuales son tales reglas,

b) el alumno puede imaginar una posible respuesta al problema. El secretario con la ayuda de los compañeros deberá informar quién es el ganador. Aún no ven la necesidad de guardar la información numérica pero saben que encontrar la respuesta al juego planteado es informar quién fue el ganador,

c) sus conocimientos sobre los números les permiten jugar, comparar quién ganó en cada vuelta, pero si se trata de varias vueltas y de comparar y acumular puntajes, ya no son suficientes y deberán elaborar otros recursos como el registro escrito como memoria de la cantidad,

d) el problema del registro exige tomar decisiones sobre la ubicación espacial de los puntajes, sobre la atribución de los mismos a los niños que los obtuvieron, sobre cómo representar las cifras, etc. Decisiones que irá tomando el equipo apoyándose en las confrontaciones con otros equipos organizadas por la maestra,

e) sus concepciones o estrategias personales o grupales podrán ser puestas a prueba al discutirlas con sus compañeros en el grupo o individualmente en el momento de actuar como secretario,

f) el problema quedaría resuelto con un registro de puntos o rayas para representar el número de caras azules obtenido, pero el uso de los números es suficientemente fuerte en la vida social de los niños como para asegurar su aparición y que se plantee entonces la dificultad de la suma de los puntos, la comparación y la determinación del ganador.

Además los niños pueden observar y juzgar los efectos de su acción, en este caso, del registro producido para determinar el ganador. En caso de ambigüedad o confusión podrán realizar nuevas tentativas a partir de sus propios razonamientos sobre el por qué del fracaso, o de las sugerencias de otros equipos.

Desarrollo y comentarios sobre el juego

Veremos algunos aspectos relevantes de la situación para provocar aprendizajes y a la vez comentaremos lo acontecido con los grupos de primer grado a partir de los registros de las maestras y de las producciones de los niños.

En esta actividad el secretario juega un rol muy importante. Fue incluido para provocar discusiones entre los niños acerca de los recursos para registrar una cantidad. Si bien él es el encargado de informar quién ganó, sus compañeros deben ayudarle y a la vez controlar la corrección de la anotación. La maestra incentivará la colaboración de los jugadores con el secretario.

Este puesto es rotativo para obligar a todos los niños a enfrentarse con la tarea de registrar y de confrontar con sus compañeros las diversas estrategias de registro y, por qué no, recibir críticas: "así no se entiende, hace como hice yo ...", "si no ponés los nombres, no sabemos de quién es ..."

En la experiencia en el proyecto, casi ninguna maestra incluyó el secretario en su consigna, tal vez es difícil anticipar cuál es su rol antes de ver el funcionamiento real en un grupo. Con el tiempo, maestras y niños lo incorporaron tanto que lo incluían en otras actividades, más allá de la clase de matemática.

En las primeras jugadas, cuando para algunos niños es fácil "recordar" mentalmente quién gano, para otros es imposible y aparece con fuerza la necesidad de registrar por escrito.

En las crónicas de las maestras queda evidenciado que ante la ausencia del secretario, las discusiones se planteaban entre los niños y la maestra en relación al puntaje obtenido y respecto de quién era el ganador, en lugar de ser discusiones entre los niños como se buscaba en el diseño original.

Las reglas del juego dadas en la consigna: se cuenta el número de caras azules, el puntaje atribuído a la cantidad de caras, el número de vueltas y se respetan los turnos. Esto debe ser aclarado por la maestra todas las veces que sea necesario.

Este juego fue inicialmente pensado para preescolar, en el caso de primer grado y según el nivel de los alumnos podría plantearse jugar a 5 vueltas en lugar de las 3 programadas, correspondiendo a una dificultad más adecuada al nivel de los niños.

Posteriormente hablaremos en extenso del rol del maestro, pero comentemos aquí que en los registros de los primeros juegos se observa que las docentes dudaban en aclarar las reglas del juego o dejarlas libradas a la interpretación de los niños.

Participación de los alumnos: la situación otorga la posibilidad de jugar a todos los niños por igual y desde su propio saber. El uso de un registro y el perfeccionamiento de éste como herramienta eficiente se convierte en una tarea colectiva, en una empresa en la que todos aportan y se responsabilizan del resultado.

Aún los niños que en las clases tradicionales frecuentemente se encuentran callados y pasivos, empiezan a participar en este juego o en otros similares. La participación se ve favorecida por la reducción del número de interlocutores de cada niño a cuatro o cinco compañeros.
Participar como secretario, por lo menos una de cada cuatro jugadas, obliga a los niños a asumir una posición ante el problema y a realizar el registro de los puntajes debido a la necesidad de indicar después quién es el ganador.

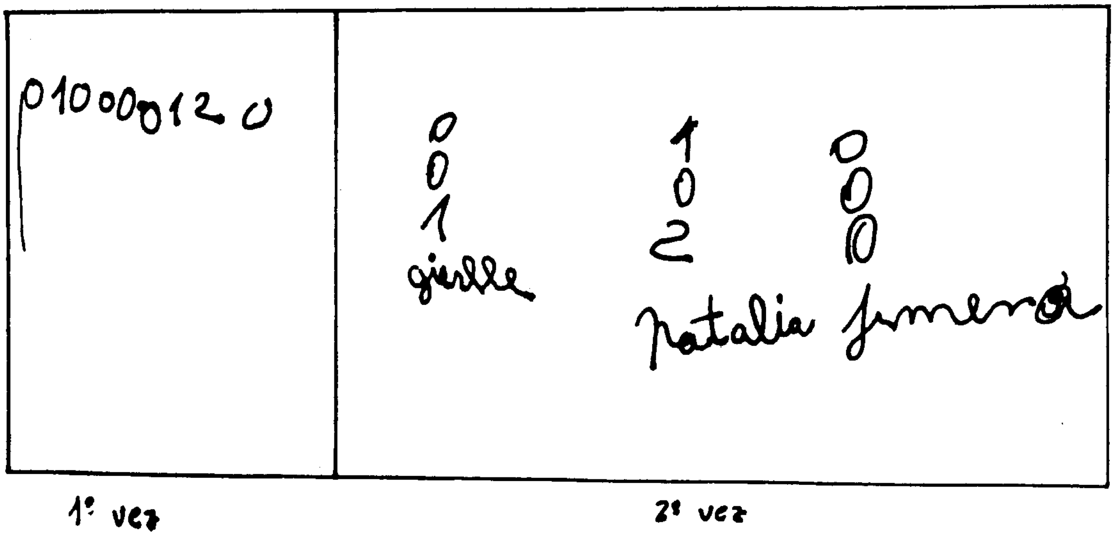
Registro de cantidades: la mayoría de los niños manejan con comodidad los números obtenidos como puntajes de los tiros realizados.

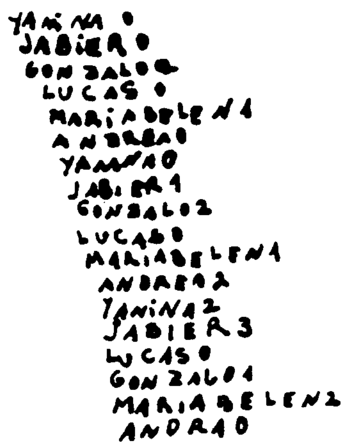
Ahora bien, estos niños que no encuentran obstáculo alguno en decir la cantidad obtenida en cada vuelta, sí lo encuentran al considerar a la vez las tres vueltas y todos los jugadores.

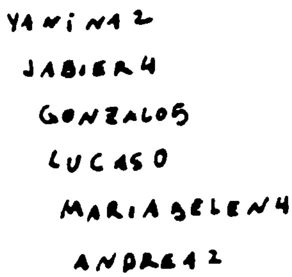
Apelan entonces al registro escrito de los puntos como forma de controlar la relatividad de las tiradas, la cantidad de vueltas y el puntaje mayor que determina al ganador.

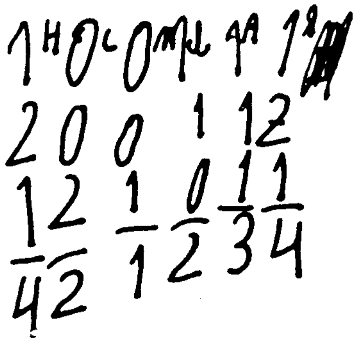
De este modo se pone al niño en la situación de registrar una información parcial para llegar, luego, a obtener mayor información reencontrando aquí las funciones del número como memoria de la cantidad y para anticipar, explicitadas en la fundamentación general de la sección B.

Veamos algunos de los registros producidos:









Las letras al costado de los números son las iniciales de los nombres de los niños.

Para los niños con los cuales se trabajó, niños de primer grado y hacia el mes de junio, no parece existir mayor dificultad en percibir la necesidad de un registro escrito ni en escribir los nombres o sus iniciales, ni aún en utilizar los dígitos para representar la cantidad de caras azules obtenidas en cada tirada. De todos modos encontramos en un primer grado un equipo que hace rayitas de colores (registrando también las caras no azules) mientras otro utiliza una rayita para cada cara azul y el cero para la ausencia de puntos y un tercero que utiliza las cifras correctamente.

En estos casos el rol del maestro es fundamental para provocar discusiones y confrontaciones que hagan evolucionar los registros. Lo retomaremos al hablar del rol del maestro.

Determinar quién es el ganador aparece sí como una dificultad para gran parte de los niños.

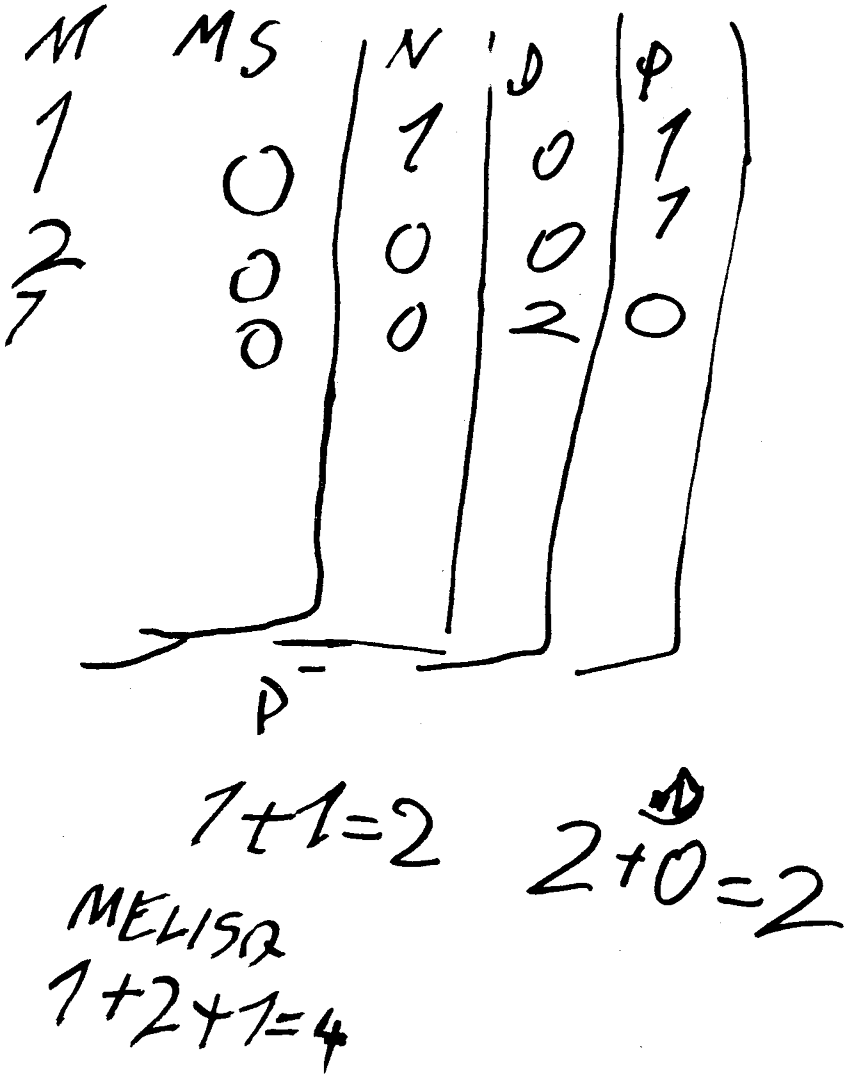
Un primer problema es determinar el total de puntos a partir de las cifras registradas.

Un registro como éste 2 1 1 puede dar 3 como puntaje total en el caso de algunos niños que cuentan el número de cifras en lugar de las cantidades representadas por tales cifras o 4 para los niños que resuelven correctamente la suma. O "ganar" simplemente porque tiene un 2 y los demás jugadores sólo unos sin importar que el que posee el 2 haya obtenido unos o ceros posteriormente.

Otro caso es leer ciento veintidós para 1 2 2 ó doce para 1 2.

Para representar los puntajes totales fue utilizada una gran variedad de disposiciones gráficas y numéricas que contrasta fuertemente con la poca variedad de representaciones que aparecen habitualmente en la escuela.

Incluímos algunos de los registros de los alumnos.



R	V	S	S
1	1	2	1
3	0	1	0
2	0	1	0
6	1	4	1

igliao	nelvel	maila	PAla
1 0 1	1 1 0	0 0 a	1 0 0
2	2	2	1

MARA 112 1

DAMIANO 000 0

PABLO 110 2 JULIAN 111 3

KAREN 0 0 1 1

EZEQUIEL	ERIKA	ANABELLA
1	1	1
2	2	1
1	0	1
4	3	2
+	−	4
		+

ARIEL	SANTIAGO	ANTONELLA	ANA	YANINA
0	1	2	1	1
2 2	0	0	0	4 2
0	0	31	21	1
				GANO

Rol del maestro

A través de un ejemplo del funcionamiento casi autónomo de un grupo de primer grado comentaremos cuál puede ser el rol del maestro en una propuesta de este tipo.

La maestra de la Escuela N° 4, turno tarde, reporta en su registro 6 partidas con un solo grupo formado por: Andrés Pablo, Jorge, César, José, Luis, Leonel y Gabriel (un día faltó uno de los integrantes del grupo original y fue reemplazado por otro, de allí el número de niños participantes).

No realizan un registro escrito en los dos primeros juegos, uno de los niños afirma ser el ganador y los demás no discuten el fallo.

En el tercero comienzan las discusiones y uno de ellos propone registrar. El primer registro realizado es el siguiente:

1 0
2
1
1
0
2
0
1
0
0
0
1
1
1
0

1º vez que registran
3º juego

Casi todos los niños van recordando su puntaje mentalmente y por lo tanto discuten el registro hasta concluir en la necesidad de colocar el nombre al lado del puntaje.

En el cuarto juego, con Gabriel como secretario, colocan el puntaje y al lado el nombre, repitiéndolo en cada tirada.

1 ANDRES
1 PABLO
0 JORGE
6 CESAR
1 JOSELUIS
0 LEOÑEL
2 ANDRES
0 PABLO
0 JORGE
3 CESAR
0 JOSÈLUIS
1 LEONEL

2ª vez que registran
4º juego

Solo juegan dos vueltas porque casi es la hora de salida. El empate entre César y Andrés lo deciden con una nueva tirada que produce nuevamente un empate. Convienen con la maestra en volver a jugar al día siguiente.

Jorge llega a la escuela diciendo que pensó en su casa como anotar y pide ser el secretario. Esta vez no repite el nombre en cada jugada. En la segunda vuelta coloca un poco más lejos el puntaje correspondiente.

PABLO	0	0
GABRIEL	1	0

Uno de los compañeros le propone realizar una raya para distinguir el segundo puntaje. Cuando la lista ya es bastante larga discuten y dicen que no se entiende de quién es cada puntaje. Deciden por lo tanto agregarle la inicial del nombre de cada uno.

PABLO 0 2
GABRIEL 1
CESAR 1
JOSELUIS 1
LEOELO
ANDRES 2

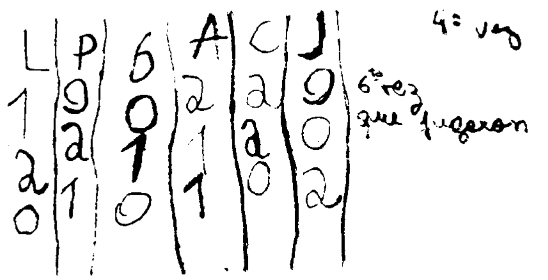
0P
06
1C
1J
1L
1A
0P
06
2C
1J

3ª vez que registran

5º juego

No llegan a ponerse de acuerdo quién ganó y concluyen que el registro no sirve.

Vuelven a jugar (sexta vez), Gabriel pide ser el secretario y anota en forma vertical colocando en primer línea las iniciales de sus compañeros y abajo los puntajes correspondientes.



El ganador es determinado por el secretario quien dice que ganó Andrés y nadie cuestiona tal decisión (aunque César tiene el mismo puntaje).

Este ejemplo muestra que el jugar varias veces y la situación en sí misma en relación al rol del secretario, tratar de saber quién ganó, así como las discusiones entre los niños son los factores que favorecen la aparición del registro y su evolución.

En este caso la maestra no intervino y podría pensarse que no es indispensable su intervención.
Pero es preciso señalar que no todos los niños ni todos los equipos podrán evolucionar de la misma manera y será la maestra la encargada de organizar la construcción colectiva del registro.

En primer lugar la interacción entre los grupos permite, al igual que la interacción dentro de cada equipo, que los niños confronten sus ideas, adopten la de sus compañeros o las rechacen pero buscando fundamentos. En suma, que se plantee el tema de "cómo registrar", de las ventajas o desventajas de tal o cual forma de registro, que se discuta y se formulen estrategias, que luego cada uno pondrá a prueba en su oportunidad.

En esta confrontación la participación de la maestra es fundamental para organizar la discusión y centrarla en uno o dos aspectos respecto de los cuales los niños puedan arribar a alguna conclusión.
Por ejemplo una primera confrontación donde se discuta la necesidad de registrar para determinar sin ambigüedad quien es el ganador. Una segunda puede organizarse sobre la necesidad de registrar los nombres de cada jugador una sola vez y los puntajes correspondientes.

Estas conclusiones funcionan como acuerdos de la clase, una vez tomados deben ser respetados por todos. La maestra será la encargada, si es necesario, de llevar la "memoria colectiva" de los apendizajes realizados, es quien los recuerda cada vez que un niño los olvida y vuelve, por ejemplo, a registrar sin colocar los nombres.

Claramente esta forma de trabajo exige su realización en varios días, no necesariamente consecutivos, de manera muy diferente al esquema clásico de la clase de 45 minutos con motivación, elaboración ... y aplicación.

En todas las situaciones será necesario pensar y plantear cuáles son las preguntas válidas y pertinentes para realizar a los niños.
La selección de las preguntas estará dada por la posibilidad que deja a los alumnos de pensar su propia estrategia o no.
Por ejemplo, si los niños saben quién ganó sin necesidad de registrar no es válido afirmar: "¡Ah, pero yo no veo quién ganó!" o "yo no sé el desarrollo del juego" ya que la finalidad del juego es saber quién ganó y no demostrárselo a la maestra.

Tampoco es válido sembrar la duda: "Y si alguno hizo trampa...", los niños deben buscar su propia regulación del juego e ir respondiendo a sus propias necesidades.
Muchas de las preguntas válidas estarán determinadas a partir de la consigna dada: ¿Saben quién ganó? ¿Por qué no saben? ¿Qué pueden hacer para saber quién ganó? ¿Les sirvió este registro? ¿Por qué no?

Es necesario además separar las reglas del juego que son dadas en la consigna y la tarea que queda a cargo del niño.

Las reglas del juego deben ser recordadas todas las veces que sea necesario, habida cuenta de que a los niños les puede tomar cierto tiempo para aplicarlas completamente. Por ejemplo a los más pequeños respetar el número de vueltas les toma bastante tiempo, aunque todos "sepan" que deben jugar sólo 3 vueltas, justamente porque tienen que encontrar un recurso para controlar el número de vueltas que han jugado.
Recordar las reglas es distinto de sugerir procedimientos de solución, ya que en un caso reinstalamos las condiciones del problema, en cambio en el otro, impedimos a los niños enfrentarlo.
Como dijimos antes el maestro hace presentes los acuerdos a los que se ha llegado; pero éstos son el producto del trabajo.

Sabemos que el rol del maestro propuesto es de alto desafío. Pero este desafío no lo instala la "innovación" sino que es inherente al hecho educativo: lograr que los alumnos conquisten el conocimiento a partir de su propio trabajo, pero al mismo tiempo asegurar que lo logren.

En la fundamentación de este apartado señalamos que la actividad de resolución de problemas es compleja y que se requieren muchas condiciones para poder desencadenar un trabajo como el propuesto.

Nos hemos referido muchas veces a los límites previstos y reales que este proyecto tuvo, entre ellos, la discontinuidad de las secuencias.

Por todos estos motivos, hacia octubre, les propusimos a la docentes de segundo grado, tres actividades que suponían, simplemente, iniciar un trabajo sobre aspectos relativamente ausentes de las prácticas habituales de enseñanza en este ciclo: la formulación de preguntas a partir de un enunciado y el análisis del significado de los números en el contexto de un problema.

Un trabajo sostenido todo el año permitiría apuntar a objetivos más específicos y diseñar secuencias de enseñanza relativas tanto a problemas para investigar como a problemas que permiten construir nuevos conocimientos. De hecho, en nuestro proyecto para el año próximo, consideramos prioritario centrarnos en el problema de la construcción de significados desde la doble perspectiva de propuestas de enseñanza que lo asumen explícitamente y de un seguimiento más fino del desarrollo de las secuencias que permitan dar cuenta de la evolución de esta construcción en los alumnos.

Las tres actividades que propusimos (se desarrollan más adelante) partían de enunciados en múltiples datos y consistían esencialmente en formular preguntas, plantear cálculos y buscar cuál es la pregunta que intenta responder, analizar preguntas propuestas en función del carácter de la información que se obtiene al responderlas.

Actividades previas

La mayoría de las maestras que trabajaron con esta propuesta decidieron hacer previamente algunas actividades para crear condiciones propicias.

Estamos plenamente de acuerdo con esta idea y vamos a mencionar, intercalando, algunas de las actividades que las docentes propusieron a sus alumnos con algunas sugerencias que podemos hacer al respecto.

Tratamiento de la información

Frente a un documento (una imagen, un calendario, un menú) o un enunciado el trabajo del alumno puede consistir en obtener y elegir informaciones pertinentes sin tener que efectuar transformaciones sobre los datos: se trata simplemente de buscar y formular informaciones o preguntas apropiadas.

Así, por ejemplo, ante una imagen del exterior de un circo, se puede proponer a los alumnos de primer grado que, por grupos, piensen preguntas que se pueden contestar observando la imagen. Al principio les cuesta distinguir afirmaciones de preguntas. Incluso confunden preguntas y exclamaciones. Pese a esto la maestra va registrando las "preguntas" propuestas y luego se trata de responderlas sirviéndose únicamente de la imagen, explicando por qué se puede o no responderlas. Esta será la oportunidad de comenzar a distinguir enunciados que corresponden a preguntas y los que no. El trabajo termina por la búsqueda colectiva de otras preguntas que todavía se podrían plantear a raíz de la imagen.

Otra actividad puede ser planteada sobre las preguntas propuestas: la maestra puede seleccionar algunas de ellas y pedir que las respondan. Puede centrarse, en principio, en aquellas preguntas que tienen relación con lo que se presenta en la imagen pero que no pueden recibir respuesta precisa. Por ejemplo: "¿En el circo hay mago?" (no se observa en la imagen), "¿dónde queda el circo?", etc. Cuando los alumnos explican lo que pasa, les puede pedir que vean con que otras preguntas pasa eso. Han formado una "clase" de preguntas: las que no se pueden contestar con esos datos.

Están inmersos en una actividad de clasificación de preguntas. Otras clases posibles, formuladas en lenguaje de los niños, son: "las que alcanza con mirar", "las que hay que contar para saber", etc.

Cuando se arma una "clase" hay que ponerla a prueba: buscando otros ejemplos ya formulados o no, teniendo que pensar preguntas de esa clase ante otra imagen, etc.

A raíz de una de las actividades propuestas para segundo grado comentaremos una actividades de análisis de preguntas vinculada a los aspectos que estamos presentando.

La actividad de formulación de preguntas puede proponerse también para enunciados simples y esto hicieron varias de las maestras del proyecto.

Por ejemplo en un grado les propusieron a los alumnos el siguiente enunciado: "En un frasco hay 20 bolitas azules, en una lata hay 30 bolitas rojas y en una caja hay 15 bolitas amarillas". La actividad consistía en plantear preguntas. Esto es importante en sí mismo.

A su vez, la actividad de clasificación de preguntas enriquece el trabajo asumiendo colectiva y explícitamente la distinción de aspectos que de otro modo quedan a cargo de cada uno.

En el curso del trabajo se pueden distinguir las preguntas que se pueden contestar y las que no. Dentro de las que se pueden contestar hay otra distinción importante por hacer: aquellas en las que se obtiene nueva información, en este caso, por ejemplo "¿Cuántas bolitas hay entre todas?" respecto de aquellas en las que no se obtiene nueva información, por ejemplo "¿Cuántas bolitas hay en el frasco?".

Para poder contestar a "¿Cuántas bolitas hay entre todas?" hay que trabajar con los datos de un modo distinto al de las simples localizaciones mencionadas, en este caso, hay que reunir las cantidades.

Apuntamos a que los alumnos tomen conciencia de que "*en una situación problema, las respuestas a las preguntas no son siempre inmediatas, ni se pueden leer directamente; para algunas preguntas, la respuesta debe ser deducida lógicamente o "aritméticamente" del enunciado. Al construir ellos mismos las preguntas, los alumnos podrán progresivamente aprender a hacer distinciones entre distintos tipos de preguntas: aquellas para las cuales el documento no permite responder con certeza, aquellas para las cuales la respuesta figura explícitamente en el documento y aquellas cuyas respuestas pueden ser deducidas a partir de informaciones contenidas en el documento*". [1]

---

[1] ERMEL "Apprentissage numèriques et rèsolution de problems Cours prèparatoire" p 84. Varias de las actividades mencionadas han sido propuestas por el equipo ERMEL en esta obra.

Invención de problemas

La actividad de invención de problemas tiene una cierta presencia en la escuela. Habitualmente se la propone a partir de una consigna muy abierta: "Inventar problemas de matemática", o vinculada a una operación, por ejemplo: "de multiplicar", o también a partir de un cálculo dado.

Por ejemplo, en la Escuela N° 23 la maestra les propuso que inventaran enunciados para 9 + 6 y para 12 - 7. La mayoría produce problemas donde hay una cantidad inicial que aumenta o disminuye según el caso.

"Tenía 9 autos y me regalaron 6. ¿Cuántos autitos tengo?"
"Yo me quería comprar bombones y los compré y compré 12 y me comí 7. ¿Cuántos me quedan?"
"Mi mamá compró una docena de bananas y entre mis amigos y yo nos comimos 7. ¿Cuántas bananas hay?"

Pero también aparece la reunión de dos subcolecciones (sin transformación):

"Tengo 9 autitos más 6 a fricción. ¿Cuántos autitos tengo en total?"
"María tiene 9 casetes. Martín tiene 6 casetes. ¿Cuántos hay?"

Algunos aspectos de la formulación pueden ser retrabajados, por ejemplo: 9 autitos más 6 es una expresión que no se usa en el lenguaje natural (diríamos 9 autitos comunes y 6 a fricción), la inclusión del "más" es una oralización del cálculo. Se está mezclando la realidad de la situación con el vocabulario matemático. Además se da por entendido que los 9 autitos no son a fricción, pero esto puede ser observado y corregido por los alumnos si les proponemos retrabajar un enunciado.

Todos los enunciados correspondientes a la resta son del mismo tipo: una cantidad inicial, una transformación negativa, una pregunta para la cantidad final. A partir de esto se podría plantear una actividad interesante: desafiar a los chicos a proponer enunciados que no fueran como "esos". Apuntamos a que aparezcan otras situaciones que también se resuelven con una resta (otros significados de la resta). Por ejemplo "El equipo rojo hizo 12 puntos, el equipo azul hizo 27. ¿Cuántos puntos más tiene el equipo azul que el rojo?".

Obviamente esto será posible si otros significados de la resta han sido trabajados (sobre lo que no podemos explayarnos ahora). Sólo queríamos señalar que la actividad de invención de problemas no se agota al proponer los enunciados sino que estos pueden ser retrabajados y ser fuente de nuevas actividades tendientes a asumir el debate sobre el significado de las operaciones.

Actividad A

Objetivo:

Analizar la pertinencia de las relaciones entre cálculos y preguntas.

Se presentan a los niños la siguiente situación:

"El parque"

"Los chicos de tercer grado están en el parque, son 34.
Los acompaña la maestra y dos mamás.
7 nenas juegan en las hamacas, 11 varones juegan al fútbol y una mamá es el referí.
9 nenas y 3 varones juegan al voley. Los demás varones están en el tobogán".

1) Se plantea a toda la clase que un alumno estaba trabajando con esta situación y escribió el siguiente cálculo: 7 + 9 =

Se pide a los alumnos que piensen y propongan cuál habrá sido la pregunta que él buscaba responder.

2) Se propone a los alumnos una actividad de planteo de cálculos y formulación de las preguntas que buscan responder.

Organización de la clase: se forma un número par de grupos, por ejemplo, 6 grupos. La mitad de los grupos son emisores y la mitad receptores. Los emisores, trabajando sobre la situación, van a pensar y escribir un cálculo al grupo receptor. Los receptores piensan, escriben y envían la pregunta que corresponde.

El grupo emisor analiza la pregunta y la acepta o no antes de reunirse con el grupo receptor y discutir sus producciones.

Se vuelve a hacer intercambiando los roles de emisor y receptor. Después de las dos vueltas se vuelca el trabajo al pizarrón parra analizarlo.

Equipo	Cálculo	Equipo	Pregunta

Se analiza la relación entre los cálculos y las preguntas. Puede suceder que la pregunta no sea la que corresponde o que el cálculo sea una simple operación entre números sin significado en el contexto del problema.

También se observa si hay distintas preguntas para un mismo cálculo y que relación hay entre ellas. Si hay muchas repetidas y faltan otras se puede pedir que busquen más, en grupos o colectivamente.

En otra clase, si no ha aparecido previamente, la maestra puede proponer un cálculo de tres términos, sobre la misma situación. Por ejemplo 11 + 9 + 3 =, que corresponde al total de los chicos que están practicando un deporte.

Actividad B

Objetivo:

Producir y analizar preguntas según restricciones dadas relativas al carácter de la información que se obtiene.

Se presenta a los niños la siguiente situación:

"La fábrica de globos".

"En la fábrica envasan 10 globos en cada bolsita. Hoy fabricaron 123 y ya llenaron 4 bolsitas. Hicieron 18 azules, 56 rojas, 23 amarillos y los demás verdes".

Organización de la clase: por grupos de 4 alumnos.

Consigna: "Cada equipo va a pensar todas las preguntas que puedan sobre esta situación. Van a trabajar ....minutos. Pero atención! No valen las preguntas cuya respuesta ya figura en el texto, por ejemplo, no vale preguntar "¿Cuántos globos fabricaron hoy?". Tampoco valen las preguntas que no se pueden contestar con el texto, por ejemplo, "¿Dónde queda la fábrica?"

Cuando presenten sus preguntas vamos a analizarlas entre todos. Si la pregunta vale y ningún otro equipo la hizo, ganan 10 puntos. Si la pregunta vale pero la hicieron dos o más equipos, ganan 5 puntos".

Actividad C

Trabajo individual

Se propuso el siguiente problema para que cada alumno formulara todas las preguntas que le fueran posibles de acuerdo a las reglas con las que habían trabajado: no preguntas relativas a información que está dada en el enunciado, no preguntas que no se pueden responder trabajando con esos datos.

"El tren"

"Un tren con 4 vagones llega a la estación. En cada vagón pueden viajar 50 pasajeros.

En el primer vagón hay ya 23 pasajeros instalados, 18 en el segundo, 42 en el tercero y el último todavía está vacío. En el andén hay 86 pasajeros esperando para subir".

Desarrollo y comentarios de las actividades propuestas

Las actividades propuestas no constituyen estrictamente una secuencia como otras que presentamos en este documento. Como ya dijimos las propusimos para entrar en un tema que es complejo.

En la evaluación de esta parte el trabajo una de las docentes dijo: "*La aplicación de las distintas secuencias, no sólo la de los problemas, produjo modificaciones evidentes, primero en* ***mí****, en la forma de encarar la matemática, y desde luego, en los chicos. Quedó bien en claro que hay que pensar, que "nada viene de arriba". Cuando alguno no pudo resolver una situación siempre tuvo un compañero al lado que le dijo: "pensá bien", "pensá que te sale". Se acostumbraron a compartir con sus compañeros los procedimientos utilizados para llegar a una solución, a escucharse y a escuchar*".

Este convencimiento de que "nada viene de arriba" sino que va a ser producto del trabajo compartido es uno de los objetivos principales del aprendizaje en matemática. Apuntamos a ayudar a los niños a tomar conciencia de que una solución a un problema no es fruto del azar ni es mágica, sino que se construye y requiere de organización, análisis, etc.

Por múltiples factores, entre ellos por la falta de difusión de ciertos conocimientos, las prácticas de enseñanza habituales tienden a no hacerse cargo explícitamente de desarrollar en los alumnos las capacidades metodológicas que, como hemos dicho, están comprometidas en la actividad de resolución de problemas.

En esta propuesta buscamos poner en juego algunos de estos aspectos. Particularmente apuntamos a:
- incluir a la actividad de formulación de preguntas como inherente al quehacer matemático
- establecer el significado de los números en el contexto del problema
- distinguir la información disponible de la que es posible obtener
- juzgar el valor de la información que se obtiene
- analizar la pertinencia de las relaciones entre preguntas y cálculos.

Para desencadenar los debates entre los niños sobre estos aspectos es necesario prever formas de organización de la clase que promuevan los intercambios. En las actividades propuestas hay momentos de trabajo en los equipos y entre los equipos, así como momentos de trabajo colectivo y momentos individuales.

Vamos a comentar el desarrollo de cada situación y mostrar, con extractos de registros de clases algunos momentos significativos.

Para facilitar la lectura reproducimos aquí el enunciado de la actividad A

"El parque"

"Los chicos de tercer grado están en el parque, son 34. Los acompañan la maestra y dos mamás.
7 nenas juegan en las hamacas, 11 varones juegan al futbol y una mamá es el referí.
9 nenas y 3 varones juegan al voley. Los demás varones están en el tobogán".

Al tener que plantear cálculos y formular la pregunta correspondiente los alumnos se ven forzados a tener que analizar el significado de los números en el contexto del problema. Comúnmente los números están conectados con cálculos pero no con la representación del problema. Esto está ausente en los intercambios pese a que constituye un aspecto central, porque es complejo, porque es fuente de errores y porque compromete directamente la comprensión de la situación.

La modalidad de actividad propuesta obliga a centrarse en la información y a analizarla. Si la consigna fuera que un grupo plantea cálculos y otro inventa problemas sin el contexto de una situación (actividad respecto de la cual queremos hacer distinciones pero no devaluarla) para 34 + 11 los alumnos pueden responder con cualquier situación de suma, como por ejemplo, "tenía 34 figuritas y me regalaron 11. ¿Cuántas tengo ahora?" . Son infinitas las situaciones que pueden corresponderle. En cambio, en el contexto de una situación hay que analizar el significado de los números y realizar ajustes para encontrar una pregunta cuya respuesta tenga sentido.

Veamos qué pasó con 34 + 11 en el contexto de "El parque".

Escuela N° 15
Un equipo envía el cálculo 34 + 11.
Uno de los alumnos del equipo receptor formula la siguiente pregunta: "¿cuántos chicos hay en total?"
Mauro mira la hoja, lee el problema y dice: "está mal".
Los compañeros: "¿por qué?"
Mauro: "porque ya sabemos cuántos chicos hay".
Gabriel: "chicos y chicas son 34, la cuenta está mal, no hay 11".
Resuelven afirmar que para ese cálculo no corresponde ninguna pregunta.
En el pizarrón aparece: 34 + 11. No tiene pregunta.
Cuando hacen el análisis colectivo del trabajo dos nenas de otros equipos comentan.
Elisa: "no se puede porque el total de alumnos es 34".
Verónica: "los 11 están dentro de los chicos del grado".

Encontrar la vinculación entre cálculo y pregunta puede significar sucesivos reajustes tanto en uno como en otro, como veremos en el siguiente registro, también de la escuela N° 15.

Un equipo ha enviado el cálculo 11 + 2 y el equipo receptor ha propuesto "¿Cuántos chicos hay?" como pregunta. Están en el momento del análisis colectivo del trabajo.
Juan Pablo: "no está bien hecha la pregunta"
Yamila: "¿cuántos chicos y chicas en total?"
Nacho: "ya sabemos que son 34"
Maestra: "¿se puede hacer una pregunta?"
Tamara: "¿cuántos juegan al fútbol?"
Ivan: "ya lo sabemos"
Ver: "13 es el resultado de la cuenta pero 11 son los chicos que juegan, las dos mámás no juegan, una sola es referí"
Javier: "podemos cambiar la cuenta"
Maestra: "¿cómo la harías?"
Javier: "11 + 1"
Maestra: "¿qué pregunta harías?"
Javier: "¿cuántos chicos y mamás juegan al fútbol?"
Lucina y Nacho: "¿cuántas personas juegas al fútbol?".

En una actividad así muchas veces aparecen distintas formulaciones de la misma pregunta, corresponde entonces analizar si son equivalentes o un modo es más adecuado. En el registro recién presentado los alumnos han reformulado la pregunta logrando una denominación inclusiva (personas) más adecuada.

De las distintas preguntas posibles en relación a "El parque" la más significativa en cuanto a la obtención de nueva información es "¿cuántos varones hay en el tobogán?" A la vez, es la más compleja en cuanto a las deducciones que hay que hacer para responderla.

Es muy interesante seguir este proceso en el registro de esta clase.

Escuela N° 16
Después de una primera clase, con un trabajo similar al descripto, todavía no había aparecido averiguar cuántos varones hay en el tobogán. La maestra decide retomarlo volviendo a analizar el cuadro que había producido y les propone buscar por grupos si hay más cosas que se pueden averiguar.

Equipo 1 Emisor
Tardan en concentrarse.
Sebi: "¿puedo poner 34 - 12? no, no sirve"
Daniel: "ya hicimos la pregunta: ¿cuántos varones hay en el tobogán?"

Mina: "son 18 varones, 11 están jugando al fútbol, 3 al voley y 4 en el tobogán"
Escriben: 18 - 14.

Equipo 2 Emisor
AL: "los que están en el tobogán los tenemos que sumar para saber cuántos varones hay, pero el número de los del tobogán no está, es invisible"
AL: "¿pero ya sabemos cuántos hay?"
Javier y Matías quieren sumar 11 + 3.
Matías: "¿y cómo averiguamos los que están en el tobogán? es difícil
Mar: "ya que hay en total 18 chicos, 18 - 14"

Uno de los equipos que recibió 18 - 14 no encuentra a qué corresponde 14, "14 no figura en ningún lado" y no pueden formular la pregunta. En la puesta en común comentan que 3 equipos pensaron el mismo cálculo.
Florencia: "es que es lo más interesante que faltaba averiguar"

Reproducimos los intercambios dentro de los grupos y en la puesta en común es elocuente por sí mismo. Como hemos visto, en un trabajo de este tipo, los números son analizados en cuanto a lo que significan en el contexto del problema. No basta vincular dos números cualesquiera con una operación, de hecho los alumnos descartan cálculos que no sirven para contestar una pregunta, además de discutir lo que puede establecerse con precisión y lo que no. Por ejemplo "no dice que las mamás que fueron eran mamás de nenas".

En el próximo trabajo veremos como algunas de estas restricciones se convierten en reglas para evaluar las preguntas.

Reproducimos el enunciado de la actividad B

"La fábrica de globos:

"En la fábrica envasan 10 globos en cada bolsita. Hoy fabricaron 123 y ya llenaron 4 bolsitas. Hicieron 18 azules, 56 rojos, 23 amarillos y los demás verdes".

Escuela N° 16
Dadas las consignas la maestra observa a un grupo:
Daniel: "verdes son 26 porque sumamos con Sebastián 18 + 56 + 23 y hasta 123 son 26"
Se ponen de acuerdo para escribir "¿cuántos verdes hay?"
Al: "podemos sumar 18 + 56 + 23"
Maestra: "ustedes tuvieron que hacerlo, no?"
Al: "¡ah! ¿cuántos globos en total que no son verdes hay?"

En el análisis colectivo se aceptan:
¿cuántos globos verdes hay?
¿cuántos hay que no son verdes?
¿cuántos son los de las 3 bolsas?
(Hay distintas formulaciones para estas mismas pero reconocen que son equivalentes y les otorgan 5 puntos).
Se acepta "¿cuántos globos hay entre los rojos y amarillos?" aunque señalan que esa información no parece importante.

Comúnmente se busca asegurar que los alumnos entren en una dinámica de trabajo en la que se van convenciendo de que las preguntas tienen respuesta y que ellos son capaces de encontrarla. Esto es importante, como señala Chevallard [1], porque supone el ingreso a una cultura distinta de la de la vida cotidiana, en la que una misma pregunta recibe múltiples respuestas, o ninguna, o en la que se formulan afirmaciones sin conexión con preguntas, etc. Sin embargo, lo que habitualmente no se incluye como parte del trabajo que los alumnos pueden hacer es juzgar la pertinencia de las preguntas y el valor de la información que se obtiene.

---

[1] Chevallard, Y., Remarques sur le notion de contrat didactique, IREM de Marseille.

Sin duda, comprometer estos aspectos es complejo y tiene límites (los niños no son pequeños científicos) pero a la vez es la vía por la que deberemos avanzar si pretendemos disminuir la parcialidad y fragmentación que caracterizan a la enseñanza de la matemática actual.

En el análisis de las preguntas aceptaron como válidas algunas en las que se agregan datos pero que señalado en cuanto que cambiaba las reglas de la actividad. Por ejemplo: ¿cuántos quedan si se explotan 10 rojos?

Esto es importante remarcarlo: tiene distinto carácter tratar los datos con los que se cuenta e intentar obtener la máxima información posible, que poder agregar datos.

Si se pueden agregar datos los alumnos pueden producir preguntas o problemas desde las representaciones que tienen, aunque éstas sean pobres en significados. Justamente, plantear ciertas restricciones obliga a un "diálogo" por parte de los alumnos, entre la situación y las representaciones que han construído, que provoca ajustes y modificaciones nucleares para el aprendizaje.

Este es uno de los aspectos que aporta un trabajo así, en relación a la invención de problemas totalmente abierta o en relación a un cálculo sin contexto de datos, respecto de lo cual resulta complementario y no sustituto como ya hemos insistido en aclarar.

En el análisis al que nos referíamos se rechazó ¿cuántos globos hay en total? porque figura en el enunciado. Los autores dijeron que querían decir "entre azules, rojos y amarillos" pero que no se había entendido y que era mejor como lo habían dicho los otros.

Cuando cada grupo o alumno ve su producción en el marco de la producción colectiva es importante que se dé oportunidad de reconocer que otra propuesta es mejor, está más clara o ajustada. Ese acto de "reconocimiento" es parte del aprendizaje.

Escuela N° 22

Cada grupo produjo muchas preguntas y aparecieron algunas vinculadas a la comparación: ¿de qué color hay más? ¿menos?

Y otras que podemos considerar vinculadas a división: ¿cuántas bolsitas se necesitan para envasar los 123 globos? ...los azules?, ¿los rojos? ¿cuántos globos azules sobran después de embolsarlos?, etc.

Varios maestros sugieren en sus evaluaciones empezar por este trabajo, (los globos), y continuar posteriormente con El parque.

Si bien esto es posible es necesario cuidar que las reglas sobre las preguntas que no valen no aparezcan como arbitrarias a los ojos de los alumnos sino que sean el producto de un trabajo previo, que es cierto que puede hacerse de un modo distinto al que propusimos aquí. Cuando planteamos la vinculación cálculos - preguntas como primer actividad fue porque nos parecía un medio para discutir si se estaba obteniendo información nueva o no, como de hecho pasó.

Reproducimos el enunciado de la actividad C

"Los vagones"

"Un tren con 4 vagones llega a la estación. En cada vagón pueden viajar 50 pasajeros. En el primer vagón hay ya 23 pasajeros instalados, 18 en el segundo, 42 en el tercero y el último todavía está vacío".

En cuanto al trabajo individual sobre la situación "Los vagones" la heterogeneidad fue muy grande, tanto dentro de cada grupo, como entre grupos. Hubo alumnos que pudieron formular muchas preguntas pertinentes, algunos que no pudieron formular ninguna correcta, otros que mezclaban preguntas que permiten obtener nueva información con otras relativas a información contenida en el enunciado.

Es evidente la influencia de lo que había aparecido antes: el grupo que planteó preguntas de comparación en "Los globos" también lo hizo ante "Los vagones". "¿Cuál vagón está más lleno?" "¿En cuál vagón hay más lugar?". El grupo que produjo preguntas agregando datos, volvió a hacerlo en "Los vagones", por ejemplo, "si en el andén hay 86 personas esperando y se cansan de esperar 24 y se van. ¿Cuántas quedarán?"

La historia de la clase (lo que se hizo, cómo se hizo) es muy determinante en cuanto a las posibilidades que los alumnos incluyen, los significados que han construído, las reglas implícitas o explícitas que circulan. Por ejemplo, en un grupo de la Escuela N° 22 uno de los chicos se hace cargo de explicar lo que tenían que hacer ante "Los vagones". Entre las reglas aparecía "Hacer preguntas que se contesten con un cálculo". Es natural entonces que no aparezcan preguntas de comparación global, por ejemplo, ¿cuál está más lleno?

Podría haber preguntas relativas a la diferencia, pero esto no apareció en ningún grupo, quizás porque no era una información interesante. Si quisiéramos estimular problemas relativos a diferencia tendríamos que elegir otra situación.

Estos comentarios respecto de eventuales vinculaciones entre el trabajo previo y los trabajos individuales de los que disponemos apuntan a mostrar que, aún a partir de la misma secuencia, lo que sucede en el aula está determinado por múltiples factores entre los que se incluye cómo se desarrolló la secuencia misma, además de las características del grupo, el estilo de conducción de la maestra, etc. De algunos de estos factores se puede ser consciente y de otros no. En el trabajo que hicimos con las docentes y que parcialmente incluímos aquí buscamos proveer algunas herramientas de análisis para el maestro que le permitan tanto anticipar qué tipo de procedimientos o soluciones tienen más probabilidad de aparecer según la situación que se presenta como revisar lo que ha sucedido, la aparición de ciertos errores, etc.

Para cerrar los comentarios relativos a cada actividad vamos a transcribir la gama de preguntas que los alumnos formularon, que tienen valor, en tanto cada una es testimonio de pequeños actos de afirmación de alumnos que empiezan a incluir el preguntar como parte de la actividad matemática.

¿Cuántos pasajeros hay en total?
Si en ... vagón hay ... pasajeros. ¿Cuántos más entran?
¿Quedarán pasajeros esperando en el andén?
Para que nadie quede sin subir. ¿Cuántas personas entran en cada uno?
¿Cuántos pasajeros pueden entrar en el tren?
¿Cuántos se quedarán en la estación?
Si suben los 86. ¿Cuántos pasajeros va a haber en el tren?
¿Cuántos asientos van a sobrar?
¿Cuál vagón está más lleno?
Si en el vagón que sobre suben 50 y las otras personas se reparten, ¿cuántas van?
Los pasajeros del andén, ¿entran?

Hubo distintas formulaciones, recogemos algunas. Muchas pueden ser retrabajadas y desencadenan problemas interesantes, de varias soluciones, que se pueden resolver por estimación, etc.
Un largo camino, recién iniciado ...

Los comentarios de los docentes

Una de las docentes, de la Escuela N° 20 hace las siguientes recomendaciones:
"A un maestro que va a aplicar esta secuencia le diría:
- que no le tenga miedo a la secuencia
- que confíe en los chicos, ellos saben mucho más que lo que los adultos creemos
- que no se apure en pasar de una parte a la otra
- que sea muy claro en las consignas, los chicos tienen que saber bien lo que deben hacer
- que esta manera de enfocar la tarea no debe estar descolgada (sólo la secuencia) sino que debe ser trabajada con continuidad, eso creará en los chicos un modo, una forma de trabajo, una serie de herramientas propias que enriquecerán los resultados, de ésta y de cualquier otra tarea propuesta."

En la evaluación posterior a este trabajo la mayoría de las docentes señalaron que fue interesante pero trabajoso y que no todos los chicos se involucraron del mismo modo.

En este sentido queremos decir que la propuesta **es trabajosa** en tanto está convocando a los alumnos a una tarea de mayor complejidad, pero que, como hemos visto, fueron capaces de realizar en buen grado, habida cuenta de que no tenían mayormente experiencias en esta dirección.

Las docentes que en las evaluaciones consideraron no haber tenido buen nivel de logro con esta propuesta en general lo adjudicaron a la falta de trabajo previo. Algunas de ellas, pese a las dificultades, se mostraron interesadas en volver a hacer el trabajo el año próximo, teniendo ya una experiencia sobre la cual pueden volver.

A la vez creemos que lograr modificar la relación de los alumnos con la resolución de problemas es complejo y excede en mucho los límites de esta propuesta. Hemos querido presentar algunas ideas para abrir el campo de experiencia y discusión.

Una de las docentes dice: "*Si bien es cierto que estos chicos tienen muchas dificultades es justo reconocer que tal vez fallé en la implementación. De todas formas, algunos lograron mucho más de lo que yo creía en cuanto al nivel de razonamiento*".

La citamos por dos motivos: uno, porque ella misma pone como variable de análisis la implementación y desde nuestra perspectiva defendemos y valoramos los espacios en los que los docentes pueden mirar su trabajo, intentar comprender, explicar lo que sucede y analizar las alternativas de modificación. Otro motivo es que la experiencia modificó lo que ella consideraba esperable de alumnos de este nivel. Y eso es una puerta abierta para avanzar.

2.2. LOS NUMEROS PARA ANTICIPAR Y PARA CALCULAR

En la sección de fundamentación teórica, en el apartado relativo a "¿Cuáles son las funciones de los números que los alumnos de los primeros grados pueden reconocer y utilizar para construir el significado?" nos referiremos a la posibilidad que dan los números de anticipar los resultados a propósito de situaciones no presentes o aún no realizadas, pero sobre las cuales se poseen ciertas informaciones.

En los niños es necesario que se vaya dando un proceso paralelo en el que construyen herramientas como respuestas a problemas, van encontrando y utilizando maneras de comunicar sus procedimientos y resultados y además empiezan a confiar en lo que obtienen por estos medios. Un ejemplo que podríamos dar, aunque no involucra el cálculo, es que a los 5 ó 6 años, muchos chicos, si quieren mandar un mensaje para comunicar una cantidad, 7 por ejemplo, escriben 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Todavía no "confían" en que 7, sea suficiente para comunicar esa cantidad. Lo mismo sucede con los cálculos tanto a nivel del resultado como en la interpretación y producción de escrituras matemáticas. Enseguida veremos, en el desarrollo de la secuencia del juego de la caja, representaciones redundantes de los niños: dibujo, cálculo, palabras para identificar una misma cantidad.

Por un lado insistimos en que los alumnos desarrollen actitudes de control de lo que obtienen, pero a la vez, cierto nivel de trabajo, permitirá que se vayan teniendo pequeñas certezas. Lo que en un momento es fuente de discusiones, más tarde deberá estar disponible y fuera de discusión.

Con mucha frecuencia, en 1$^{er.}$ grado, se enseña a los alumnos tempranamente las operaciones y las notaciones ($2 + 3 = 5$), a veces en paralelo con la presentación de los números, con la idea de que después los utilizaran para resolver pequeños problemas. La aparición de los problemas a veces se retrasa tanto que es posible ver cuadernos de primer grado en los que hasta octubre o noviembre no hay ninguno. Las operaciones y las notaciones así enseñadas no se justifican más que a posteriori .... los alumnos, de este modo, muy difícilmente podrán darle sentido al inicio.

Aquí, lo que estamos proponiendo (aunque en el marco del proyecto no lo hayamos podido desarrollar) es que se les planteen a los alumnos problemas de adición o de sustracción desde el inicio, antes de la introducción "formal" de dichas operaciones, dando a los niños la oportunidad de resolverlos con los medios que dispongan o elaboren.

La idea es que la escritura matemática aparezca como herramienta para expresar algo que los niños ya saben hacer. Es necesario que los alumnos ya tengan una representación de la situación y del significado de lo que obtienen para que puedan otorgarle significado a la escritura y enfrentar las dificultades específicas del aprendizaje de la representación escrita.

Para algunos maestros los temas a los que nos estamos refiriendo son tan "simples" que les cuesta reconocer que los niños puedan tener dificultades para dominarlos. A favor de ser más explícitos incluimos a continuación un documento elaborado por Irma Saiz y Graciela Mauriño, que las maestras del proyecto tuvieron oportunidad de discutir.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA SUMA

¿Qué involucra a saber sumar? ¿Qué conocimientos? ¿Qué aprendizajes? ¿Los niños aprenden la operación de adición, resolviendo gran variedad de sumas escritas?

Vamos a partir de una prueba diagnóstica hecha a niños que están terminando de cursar 1$^{er.}$ grado y han trabajado desde principio de año con cálculos escritos.

Se le entrega a cada niño un papel con la siguiente suma: $2 + 3 =$ y se le pide que la resuelva. Luego se le dan 10 chapitas o fichas, pidiéndole que muestre con las fichas lo que hizo con los números.

Algunas preguntas posibles son:
¿dónde está lo que hiciste con los números?
¿dónde está lo que dice la cuenta?

La mayoría de los niños señala 2 chapitas, luego 3 y muestra luego las 5 restantes, señalando que son esas las que corresponde a las 5 que escribió como resultado.

Gráfico 1

Una menor cantidad de niños incluyó las cantidades parciales en el total.

Gráfico 2

Los niños de 6-7 años, en general, interpretan este cálculo escrito como si las tres cantidades fueran del mismo nivel. Pero no las ven relacionadas jerárquicamente entre sí. Porque implica varios niveles de comprensión:

1°) El niño debe formar mentalmente la cantidad (dos) y luego otra (tres); en otras palabras: construir los números mediante su propia acción mental sobre los objetos.

2°) Debe construir mentalmente la operación que hay que hacer con las dos cantidades (establecer una relación de adición entre ambos números).

3°) Debe formar una totalidad que incluya a las anteriores (totalidad 5 como resultado de la operación) y que en cierto sentido haga transformar a las cantidades previas, aunque éstas sigan existiendo.

Así, como en el mundo concreto, si me dan dos manzanas y después tres, tengo cinco manzanas (que son las mismas cinco que me fueron dando): también el niño debe comprender que las cinco chapitas del resultado son las mismas 2 y 3 rodeadas y no las que están sueltas (como señalan muchos niños, ver gráfico 2).

Por eso confunden y no son convenientes gráficos como éste, que mezclan representaciones de objetos reales y signos y son tan comunes en las clases de 1$^{er.}$ grado.

En los objetos concretos hay 2 y 3 manzanas, que en total son 5. En el gráfico ¿cuántas manzanas hay?

Lo importante es que el niño se construya una representación mental correcta de la situación antes de pasar a la escritura de la misma (cálculo escrito).

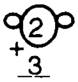
Es indispensable que realice operaciones mentales con números, que trabaje en situaciones en las que necesite usar los números y el cálculo antes de enseñarle la forma habitual de anotarlos. No se aprende a sumar escribiendo sumas, es necesario aprender antes de empezar a escribir la forma habitual de la suma.

El niño tiene que construir desde adentro distintos procedimientos de resolución y llegar a obtener mentalmente los resultados; ninguna explicación del maestro podrá enseñárselos desde afuera.

Comúnmente el maestro enseña los procedimientos para dar una respuesta a una ecuación (por ejemplo 2 + 3=) y muchos niños llegan al resultado correcto. Pero, no hay que creer que enseñando una técnica estamos enseñando a operar con números, a construir mentalmente relaciones entre los números. Eso no puede enseñarse, el niño tiene que construirlo por sí solo.

Es frecuente que se enseñe la técnica del "contarlo todo" empezando desde "uno, ...", o posteriormente el procedimiento de "guardar el primer número en la cabeza" y a partir de allí seguir contando, incluso posteriormente se cambia por "guardar el número más grande en la cabeza".

Incluso a veces se agrega el dibujito para mayor confusión del niño que esta aprendiendo (¡un símbolo más para descifrar!).

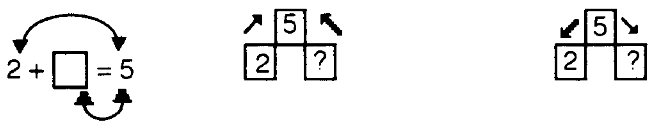


También se le enseña a resolver otro tipo de ecuaciones (con incógnitas o número escondido). Incluso algunos maestros agregan una flecha que indica el procedimiento a realizar:

$$2 + \square = 5$$

"guardar en la cabeza el 2 y seguir contando con dedos hasta llegar al 5" lo que a veces lleva al resultado 5 porque "llegué hasta el 5": 3 - 4 - 5 entonces el resultado es 5; o bien dan como resultado 4 porque cuentan: 2 - 3 - 4 y 5, incluyendo el 2 en su conteo.

Sin embargo este tipo de ecuaciones implica niveles complejos de relaciones entre los números (niveles que ya fueron analizados anteriormente), que suponen una noción de inclusión (el todo incluye a las partes y al mismo tiempo las partes se unen para formar el todo) que sólo se va a lograr con la reversibilidad del pensamiento hacia los 7 u 8 años.



Las flechas indican la bidireccionalidad del pensamiento necesaria para leer una ecuación con un sumando en blanco.

Por supuesto no vamos a caer en la idea de esperar a que el pensamiento se haga reversible para que el niño trabaje con operaciones. Nos estamos refiriendo a la introducción prematura de los signos + e =.

Pero enseñar las técnicas o dar ecuaciones escritas sin haber operado suficientemente con números en forma oral, no sirve porque priva al niño de que descubra por sí mismo las relaciones entre los números (pasando por distintos procedimientos propios) y no sólo las descubra sino que las utilice en distintas situaciones hasta que pueda recordarlas. Esto se desprende de la teoría de Piaget sobre la memoria, que dice que los niños sólo son capaces de recordar aquello que han podido asimilar a un conocimiento ya construído.

Veamos algo más sobre el aprendizaje de signos convencionales.

En relación a este tema, analicemos otra prueba realizada con niños de primer grado, que ya han recibido enseñanza sistemática de los signos aritméticos, y que en cierto modo es inversa a la prueba mencionada anteriormente.

De un montoncito de chapitas, el maestro esconce 2 bajo la mano y se lo dice al niño, luego esconde 3, explicándole lo que hace. Luego le pide al niño, dándole lápiz y papel, que escriba lo que acaba de hacer.

Si el niño escribe el número 5, se le pide que lo escriba de una manera diferente para mostrar que se pusieron primero 2 y se agregaron luego 3 más.

Las respuestas más comunes consisten en escribir las dos cifras 3 y 2, 2 y 3 o 2+3.

También los niños escriben en menor medida: 3+2=5, 2+3=5, 2 3 5, 2+3 5, 2 - 5, 3=2, etc.

La variedad de respuestas es sorprendente. Lo interesante es que casi la mitad del total de niños encuestados escribió únicamente las dos primeras cifras; sólo el 24% escribió las 3 cifras y solamente el 10% de los niños representó los signos convencionales en el lugar adecuado (+ e =).

Es obvio que los niños utilizan poco los signos (o los utilizan de distintas formas) porque no pueden expresar en el papel lo que no tienen representado en el pensamiento.

De la misma forma, el niño no aprende los signos convencionales explicándole que "+" es poner junto e "=" es igual que. Así como el signo del número 5 no se aprende por la asociación con 5 objetos, tampoco el signo "+" se comprende por asociación con la acción observable de unir dos conjuntos, ni con la explicación verbal respectiva.

El aprendizaje de los signos tiene que estar fundamentado en la representación mental de las operaciones que esos signos representan.

Si el maestro aprovecha los distintos momentos del día para que los alumnos operen con números en el contexto de juegos, actividades cotidianas o bien en situaciones o problemas especialmente construídas que se dan en las clases, pero que para los niños sean significativos, ellos podrán resolver operaciones, recordarán los resultados y serán capaces más adelante de leer y escribir también signos matemáticos convencionales, lo que constituye sin duda uno de los objetivos perseguidos en 1er. grado.

Graciela Mauriño - Irma Saiz
Corrientes, junio 1990

FICHA DIDACTICA **JUEGO DE LA CAJA**[1] **PRIMER GRADO**

Objetivos del maestro:
- Proponer situaciones que constituyan una verdadera problemática para el niño.
- Conocer cuáles son los procedimientos que utilizan los niños.
- Hacer evolucionar los procedimientos y convertirlos en eficaces.

Organización de la clase: Los niños se agrupan en equipos de cuatro o cinco integrantes cada uno.

Materiales: - 1 caja o bolsa opaca
- 15 tapitas de gaseosa (corchos, cubos, etc.).

FASE 1 - PRIMERA PARTE

Descripción del juego:

La maestra llama al frente a un niño y le entrega 8 chapitas. El niño las cuenta en voz alta y las coloca en la caja. La maestra llama luego a otro niño y le entrega 7 chapitas, que son contadas en voz alta y colocadas en la caja.

Consigna:
"En cada equipo tienen que pensar, discutir y ponerse de acuerdo, sin decirlo en voz alta, para saber cuántas chapitas hay dentro de la caja. Luego anotan en un papel lo que hacen.
Cuando terminen, yo preguntaré a cada equipo y un niño que representa a ese equipo pasará al frente a contar cómo lo realizó."
(Mientras los equipos trabajan, la maestra los recorre, observando los procedimientos que producen o proponiendo la utilización de material concreto o de dibujos en el caso en que los niños se encuentren inactivos).

Procedimientos posibles de los niños:
a) los alumnos utilizan material concreto para encontrar un resultado: piedritas, lápices, dedos, etc.
b) los alumnos representan gráficamente los objetos en sus cuadernos o papeles: ya sea las chapitas o palitos, marcas, puntos, etc.
c) los alumnos se representan mentalmente la situación ("ven" o "imaginan" los objetos en su cabeza) y recuentan los objetos (vuelven a contar desde uno) o sobrecuentan a partir de 8 (9, 10, 11, ... 16).
d) utilizan resultados memorizados (8+7=15).
e) utilizan sus conocimientos sobre los números y las transformaciones que se les pueden hacer. Por ejemplo: 8+2+5=15 ó 17-2=15, etc.

SEGUNDA PARTE:
Una vez que la mayor parte de los equipos haya terminado, la maestra irá llamando por turno a los representantes de los grupos, quienes explicarán sus procedimientos, correctos o no, y se anotarán en el pizarrón los resultados.

Luego de realizada esta actividad, la maestra pregunta: *"¿Cómo pueden estar seguros del resultado sin que sea necesario abrir la caja?"*. Los alumnos proponen distintos razonamientos para confirmar su resultado correcto o cambiar aquellos incorrectos.

TERCERA PARTE
Trabajo en el cuaderno:

---

[1] Esta situación ha sido desarrollada por la Lic. Irma Saiz en la Pcia. de Corrientes, a partir de una idea de Guy Brousseau.

Consigna:

"En el cuaderno escriban Matemática (y/o Problema) y representen con un dibujo el problema que resolvieron. Abajo anotan los números que utilizaron".

NOTA: en esta actividad no se espera que los niños utilicen espontaneamente los signos "+" e "=" . Si algún niño los utilizara, la maestra no exigirá a todos su uso. Puede ser un producto del trabajo reconocer ciertas expresiones como válidas para el problema, no un prerequisito.

Es necesario volver a realizar la actividad con otras cantidades, particularmente para favorecer modificaciones en los procedimientos y/o modos de registro.

FASE 2

Objetivos del Maestro:

- Provocar la aparición de escrituras aditivas.
- Proponer una situación que favorece la construcción de sentido de escrituras del tipo $a + b = c$.
- Comprometer la distinción entre datos y resultado.

Organización de la clase: grupos de 4 ó 5 chicos, un número par de equipos: La mitad son emisores y la mitad receptores. Se entrega a cada equipo emisor una bolsa o caja y 20 chapitas.

Se recuerda a los niños el juego de la caja, cuando pusieron primero algunas chapitas y después otras y averiguaron cuántas había en total. Se explica que primero van a trabajar la mitad de los equipos.

Consigna para los equipos emisores:

"Ahora van a hacer lo mismo en cada equipo, con la cantidad de chapitas que ustedes elijan, pero va a ser un secreto entre ustedes, van a escribir un mensaje al equipo que juega con ustedes, sin dibujos, nada más que con números, para que el otro equipo, con ese mensaje, pueda averiguar cuántas chapitas hay en la caja".

Consigna para los equipos receptores:

"Con el mensaje que les mandan y conversando entre ustedes tienen que ponerse de acuerdo y escribir en el papel la cantidad de chapitas que hay en la caja. Cuando lo hagan van a ir a encontrarse con el otro equipo y ver qué pasó".

Se comentan colectivamente las producciones, se analizan las ambigüedades, desajustes, dificultades, etc.

Se vuelve a jugar intercambiando los emisores y los receptores.

Al término de la segunda vuelta se recogen los mensajes y junto con los anteriores se colocan en un afiche que dice JUEGO DE LA CAJA.

Si la secuencia se utiliza como introducción al problema de la escritura, después de varias realizaciones se oficializa la utilización de los signos "+" e "=".

JUEGO DE LA CAJA: Sacando cubos ...

Se reproducen las fases 1 y 2, pero el segundo alumno retira objetos de la caja.

Por ejemplo un alumno pone 15 tapitas en la caja, el segundo retira 6. Los niños tienen que averiguar cuántas quedan en la caja. Como antes se trata centralmente de que los alumnos:

- comprendan que la anticipación es posible: se pueden elaborar los resultados numéricos de una transformación incluso cuando ésta no resulta directamente accesible.
- sean capaces de elaborar procedimientos de resolución, que pueden variar desde una concretización de la situación, la utilización de diversas formas de conteo hasta incluso la puesta en juego de elementos de cálculo.
- comiencen a producir codificaciones escritas de sustracciones.

Otorgar sentido y utilizar correctamente escrituras del tipo $a - b = c$, requiere de múltiples situaciones e instancias de trabajo. El juego de la caja puede tener carácter introductorio y deberá formar parte de una propuesta más amplia.

JUEGO DE LA CAJA - Extensión
FASE 3

Durante el transcurso de los juegos se han ido escribiendo en el afiche los cálculos sobre los que fueron trabajando.

Material: el afiche con los cálculos y papel y lápiz para cada grupo.

Organización: la clase se divide en grupos pequeños, de 4 ó 5 alumnos.

Consigna:

"Hoy vamos a trabajar sobre los cálculos que fueron escribiendo y resolviendo cuando jugamos a la caja. Van a conversar entre ustedes cuáes les parecen fáciles y cuáes difíciles.

Van a tener que ponerse de acuerdo y escribirlos en dos columnas: la de los fáciles y la de los difíciles. Después van a mostrar cómo les quedaron y vamos a comentar por qué unos les parecen fáciles y otros difíciles:.

Los grupos trabajan y presentan su clasificación. A partir de esto se observa cuáles son los cálculos que a todos les parecieron fáciles y cuáles son los criterios utilizados para esta clasificación. Idem con los difíciles.

A partir de las clasificaciones elaboradas y los criterios esbozados, en otra clase se propone una nueva actividad:
- pensar y proponer otros cálculos, "fáciles como ésos", pero que no aparecen en el afiche.

La idea es que se ha propuesto una "clase de cálculos" según ciertos criterios y se trata de buscar otros cálculos que pertenezcan a esa clase.

Otro día se repite la actividad para los difíciles.

De algún modo los "fáciles" se van a ir convirtiendo en "los que hay que saber" y los "difíciles" se irán tomando para ser resueltos, comentando luego los diversos procedimientos de resolución.

Estas actividades de reflexión sobre los cálculos (clasificación, buscar otros de esa "clase", reconocer los procedimientos que usan) crean condiciones favorables para realizar la secuencia propuesta por J.C. Guillaume *Memorización del repertorio aditivo en primer grado* (que se incluye en este capítulo).

Allí se propone que los niños distingan entre los cálculos para los cuales disponen de la respuesta de forma inmediata y aquellos en los que cuentan o reconstruyen el resultado de algún otro modo. Se apunta a la conciencia individual pero en el marco de un trabajo colectivo.

Desarrollo de la secuencia del Juego de la Caja

Esta secuencia fue propuesta a las maestras de primer grado en el mes de agosto. En todas las clases ya habían sido introducidos los signos +,-,=. En las evaluaciones que las docentes hicieron después de desarrollar la secuencia muchas de ellas señalaban que podría ser utilizada mucho más temprano en el año y ser la oportunidad para la aparición de la escritura de las operaciones.

En el marco del proyecto, cuando se presentó, vimos que iba a permitir observar el uso que hacían los alumnos de expresiones que ya habían sido enseñadas. El análisis de los registros de los maestros confirma que el problema de la escritura constituía todavía un tema de aprendizaje, tal como preveíamos debido a la dificultad específica del proceso de representación. Esta dificultad se presentó particularmente para la resta. Más adelante mostraremos algunos trabajos y discusiones que lo ponen en evidencia.

Otro aspecto que las maestras anticiparon fue la influencia de la organización de la clase en la aparición de numerosos intercambios entre los alumnos acerca de los procedimientos que utilizaban para resolver la situación.

Veamos algunos registros de clase de la primera vez que se presenta la situación:

Escuela N° 4 Turno Tarde
- Cada equipo busca establecer cuántos objetos hay en la caja.

Equipo N° 1
Alumno: "Yo pongo 8 dedos y vos poné 7". Cuenta desde 1. Otro integrante se adelanta y dice 10. Se pierden y vuelven a comenzar.
Vanesa: "Es 15".
Alumno: "Hagamos con lápices". Rechazan la idea y vuelven a contar desde 1. Dicen15. Se pelean por quien anota 15
Vanesa: "Poné 7 y después el 8".
Lionel: "En el medio hacé la t (+)". Mira a la maestra y le pregunta: "¿Es una cuenta?".
Maestra: "¿A ustedes que les parece?".
Los alumnos contestan que sí y escriben 7 + 8 = 15.

Equipo 2
No ha habido discusión. César sabe el resultado, lo ha dicho y escrito. Este es el único grupo en el que no se discutió quién es el secretario.
Pasan los secretarios a presentar sus producciones.
Equipo 1: "Hay 15 porque lo discutimos y estamos de acuerdo. Fernando quería hacer el número nada más y Vanesa, Andrés y yo la cuenta".
Anota 7 + 8 = 15.

Equipo 2: El representante anota directamente 8 + 7 = 15, mientras lo va diciendo en voz alta. La maestra se dirige a los otros miembros del grupo y les pregunta: "¿Ustedes están seguros? ¿Discutieron?".
Alumno del equipo 2: "Sí porque Cesar los puso en el aire".
Maestra: "¿Cómo hizo?".
Alumno: "Los puso en el aire y dijo 7 + 8 = 15".
En los otros tres equipos los procedimientos incluyen dedos, fósforos, marcas en un papel. Dos equipos escriben el cálculo completo y uno 8 7 = 15.
Cuando cada niño hace su registro en el cuaderno muchos dibujan los objetos y escriben los números pero no los signos, incluso cuando el registro de su equipo los incluía.

Escuela 16 Turno Tarde
Primera vez que juegan: el trabajo ha sido similar al relatado.
A partir de las producciones de cada alumno entregadas por la maestra, pareciera que la consigna del registro individual fue interpretada por los niños en el sentido de un trabajo compartido.

De los cinco grupos de la clase, tres se atienen únicamente al problema (ver registros A, B, C mientras que los otros dos agregan comentarios sobre las discusiones (ver registros D y E).

No es habitual que los niños sean tan explícitos en cuanto al proceso.

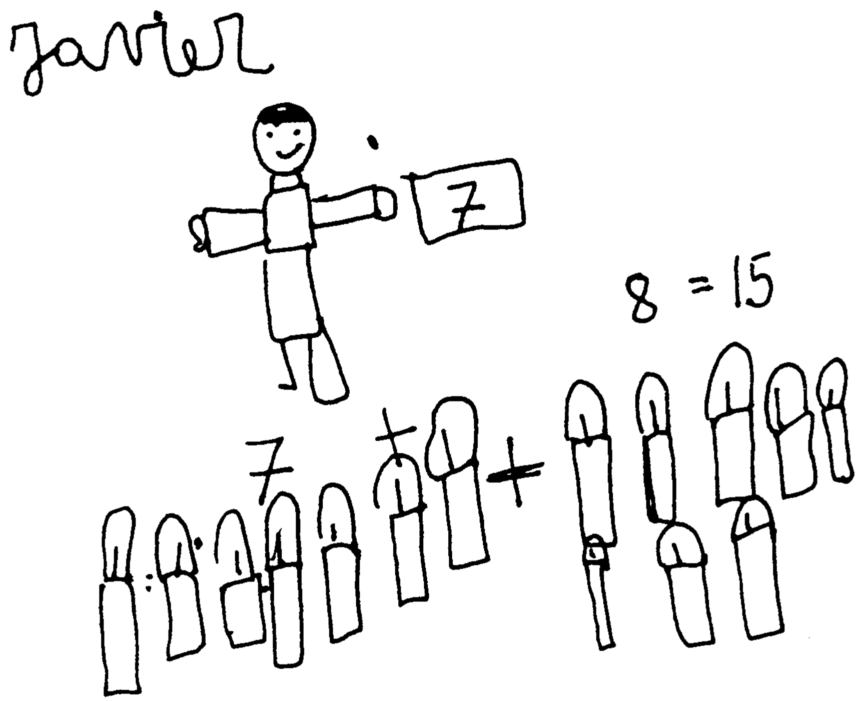


Fig. A

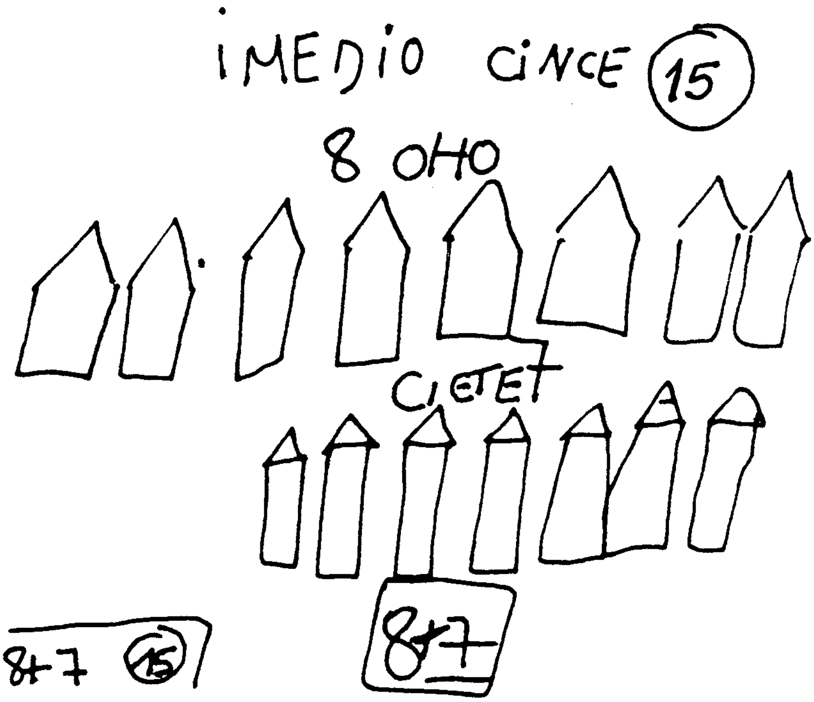


Fig. B

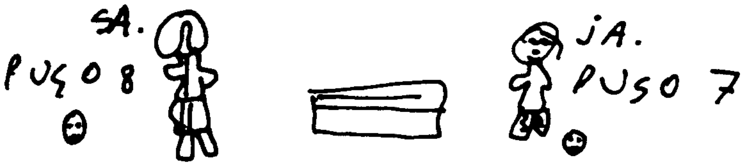
FiG. C

nosotros desiamos que era
14 y los chicos desian que
era 15 y estubimos un
buen rato disiendo 14-15-14-
15-14-15-14-15-14-15-14-15
por que nosotros nonos
abiamos acordado cuantos
eran si eran 7 y 7 ó
eran 8 y 7
y nos pusimos de
acuerdo y utilisamos
el 7 y el 8 y formamos
15

FiG. D

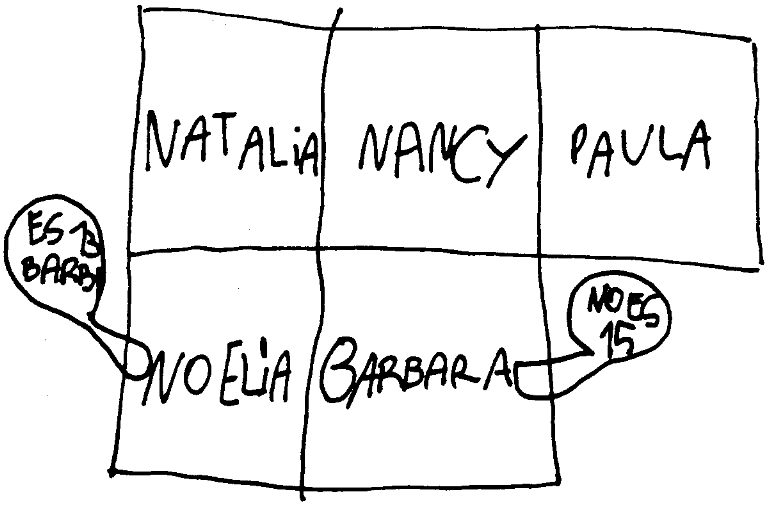
YO DISCUTIA CON BARBI PORQUE YO DISIA QUE ERA 13 Y BARBI DESIA QUE ERA 15 Y BARBI TENIA RASON Y YO ME EQUIVOCE

NOE.



NOE 5. GRUPO

FIG. E



USAMOS LOS NUMEROS 8 Y 7

FIG F

En nuestras reuniones de trabajo comentábamos que en tanto los alumnos están haciendo varios aprendizajes en paralelo (reunión de cantidades ... reunión de voluntades ...) es conveniente que se dediquen algunos momentos para hablar sobre los logros relativos a los distintos aprendizajes. Para asegurar la participación de todos, las maestras utilizaban distintas herramientas: promover la rotación de los secretarios, modificar la conformación de los grupos y conversar individual, grupal y colectivamente sobre el trabajo. Otro aspecto importante es observar la producción de cada uno en el grupo, el registro individual del trabajo y organizar trabajos netamente individuales.

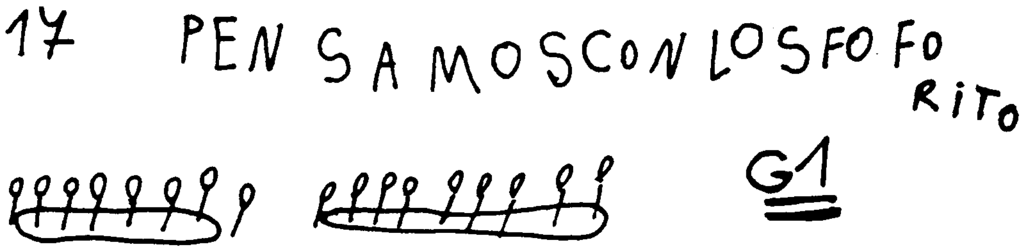
Todas las maestras subrayaron los notables progresos de sus alumnos en cuanto a la capacidad de trabajar juntos en torno a un problema, tomar decisiones compartidas y presentarlas al conjunto de la clase.

Escuela N° 16 Turno Tarde

Observemos ahora los registros grupales de la segunda vez que juegan. Cambian el secretario en cada grupo pero los integrantes son los mismos.

Grupo 1

Esta vez no utiliza elementos pero los dibuja para resolver el problema.



Grupo 2

Continúa usando la cuenta para resolver el problema.

GRUPO 2 8+9=17

Grupo 3
No sólo ponen el resultado sino que incluyen los objetos utilizados.

17
CONTAMOS|CON| LOS
DEDOS | Y|LAPISES|DE|
COLORES\

GRUPO 3

Grupo 4
Cuentan con qué trabajaron (lápices) y lo que les dio. El secretario escribe numéricamente el 27 invertido pero en letras escribe diecisiete.

G4 Di
CON TAMOS
CO LO LA
PISES ILOS-DIO DISISETE

Grupo 5
Utilizan un nuevo recurso que propone Noelia: ella sabe que 8 + 8 es 16, como es 8 + 9 hay que agregarle uno más, es 17.

GRUPO 5 NATALIA Noelia
NOSOTRAS SABEMOS NANCY
QUE 8+8 ES 16 Y
AGREGANDO 9+8 ES 17

Este último grupo reconstruye el resultado a partir de un resultado conocido, que es uno de los procedimientos que señalábamos al hablar del pasaje del conteo al cálculo en la fundamentación general.

Por otros registros de la docente hemos podido ver la evolución que se fue produciendo en cuanto al nivel de procedimientos de los chicos. En este documento no podemos atenernos a un grupo, pero el sentido de la secuencia se va a ir configurando a través de las muestras de trabajo de distintos grupos según una misma propuesta.

Juego de la caja - Fase 2
Trabajo por equipos: Emisores - Receptores

El aspecto que consideramos más desafiante de esta actividad es la distinción, por parte de los alumnos, de que el equipo emisor tiene que mandar los "datos" del problema para que el otro grupo pueda resolverlo. Hacer intervenir dos equipos pone en juego tanto los datos como la incógnita: lo que hay que averiguar y además, muy fuertemente, la mediación de un mensaje, que produce, tanto para quienes lo emiten como para quienes lo reciben la realización de una tarea de distinta naturaleza que la que venían haciendo. Para quienes emiten: seleccionar la información y cómo escribirla. Para quienes reciben: interpretar la información y producir la solución sin haber estado presentes en el armado del problema.

La mayoría de los grupos produjeron un mensaje tipo a + b = aclarando en algunos casos las acciones realizadas ("Pusimos ..."). Vamos a citar, además, dos registros que muestran que para muchos alumnos no es evidente cuál es la información necesaria y suficiente para plantear el problema a otro equipo.

Escuela N° 15, Primero "B"
El equipo 1, después de varias discusiones, escribe el mensaje:
"PRIMERO PUSE 8 Y DESPUES PUSE 12=". Mariano, del equipo receptor dice fuerte: "No hagan difícil". Cuando el equipo 1 termina le lleva el mensaje al equipo 3 pero se quedan y quieren ver qué hacen, quieren ayudar. Mariano dice: "Váyanse como dice la seño".
En el equipo 3 hay discusión sobre si el resultado es 18 ó 20, hacen marcas con el lápiz en el banco y finalmente establecen que es 20.

Escuela N° 4, Turno Tarde
Un grupo recibe el mensaje "7 + 11 = 18".
Alumnos: "Seño, ya está!"
Maestra: "¿Cuántos hay?"
Alumnos: "18"
Maestra: "¿Cómo supieron?"
Alumnos: "Porque vi el número".
En el análisis de los mensajes la maestra quiso centrar una parte de las discusiones en analizar éste registro, comparándolo con los otros. Pero los chicos abundaban en comparaciones de otro tipo. La maestra lo retomó al día siguiente y el grupo acordó no poner el resultado que debía ser obtenido por el otro equipo.

Escuela N° 7
Equipo 3 Emisor
Johana: "Pongamos 15".
Daiana: "No, 17".
Johana: "No, 15".
Celeste pone 15 cubos, Daiana los saca y empieza a poner otra vez, cuenta en voz alta y termina poniendo 17. Celeste escribe 17 en la cartulina. Daiana cierra la caja y ya quieren pasar el mensaje.
Adriana: "Y ahora ya saben".
Daiana: "¿Por qué?"
Adriana: "Porque son 17".

Celeste saca los cubos, pone 7 y lo escribe. "Ahora ponemos 8 más". Lo escribe y pasan el mensaje.

En la puesta en común todos cuentan que tuvieron éxito. La maestra le pide a este grupo que cuente lo que les pasó.

Alumno: "Ya lo arreglamos".

Maestra: "Sí, pero ¿qué hubiese pasado si el mensaje era 17?".

Sebastián: "No tienen nada que hacer".

Juego de la caja - Sacando cubos ...

En los registros del juego de la caja para la resta observaremos particularmente las dificultades para la expresión escrita de lo que han hecho, que fueron más marcadas que para la suma.

Escuela N° 13

Primera vez que juegan sacando, han puesto 20 chapitas y sacado 8.

En un equipo:

Alumno: "Acá tengo 20 palitos, ¿ves?", los ha dibujado.

"Saco 8", los tacha uno por uno, "Me quedaron 12".

Silvana: "Esa cuenta es de más".

Gabriel: "No, es de menos porque le sacamos. Si le ponemos 8, es 28. ¿Querés ver?", dibuja 20 y agrega 8.

Finalmente este grupo presenta ante todos 20 - 8 = 12.

Es interesante observar que Gabriel prueba su afirmación mostrando lo que provocaría actuar en el sentido que Silvana propone.

Escuela N° 7

La primera vez que jugaron la escritura presentada por los representantes de los grupos es de alta diversidad:

15 6-9

15-6=9

15 6 9

_15
_6
9

15--------- ////// 6=9

Cuando jugaron por equipos y enviaron mensajes se produjo la siguiente situación:

Equipo corazón:

Celeste pone 11 cubos y le dice a Guadalupe "saca 3".

Celeste le dice a Adriana "poné 11 y poné 3", le saca el papel y dice "falta esto", escribe el signo "-". El mensaje que pasan es

_11
3

El equipo receptor no sabe qué hacer.

Pamela: "Tenemos que sumar".

Cinthia: "Restar", toma la cartulina, hace palitos y tacha 3

_11 ///////////
3 ///

Cuentan los que quedan y contestan 11.

El equipo emisor dice que no hay 11.

No contamos con el registro de como siguió el trabajo pero es una buena oportunidad para discutir qué significan, qué representan los números y los signos y vincularlo con las acciones de referencia.

Además es importante favorecer en los niños ciertos tipos de razonamiento. Por ejemplo, "si a 11 le resto 3, no puedo tener 11". Razonamientos que los chicos son capaces de hacer como veremos en muchos ejemplos.

En las producciones de algunos grupos se ve el esfuerzo de expresarlo como "cuenta parada" aunque no se domine su sintaxis.

Escuela N° 15

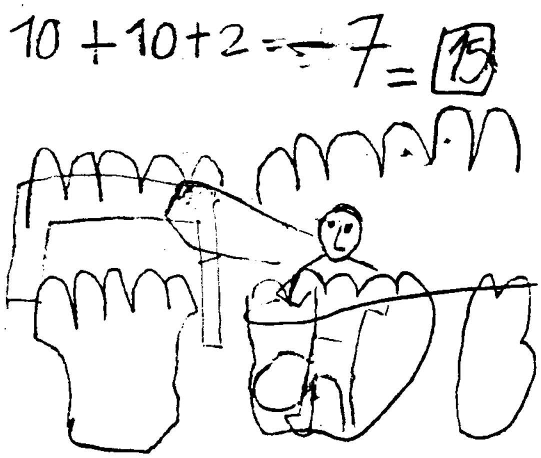
$$\frac{11}{14\ -\ 3}$$

17 -
3 =
14

En otros casos, la escritura guarda trazas del procedimiento de solución.

Escuela N° 16

Habían puesto 22 y sacado 7. En ningún registro individual aparece 22 - 7 = 15.
Aparece 10 + 10 + 2 - 7 = 15. Las manos de un compañero, las de otro y dos dedos de otro. Bajar siete dedos, contar.



Si bien no se nota gran hetrogeneidad en el registro de la suma sí ocurre en el registro de la sustracción, operación claramente más compleja de comprender y registrar.

Por la época del año en que fue planteado, el juego de la caja a nivel de la suma resultó de gran utilidad para resignificar el uso de los signos "+" e "=", aprendidos probablemente como una escritura estática y formal, sin conexión con una acción desarrollada o a desarollar.

Planteado en meses anteriores, aparecería, como se ve en el caso de la resta una mayor discusión y variedad de registros dado que puede proponerse incluso **antes** de la introducción de los signos y como situación que justamente provoque la necesidad de usarlos.

En este caso la maestra debería conducir todo un trabajo de recuperación de formulaciones, de análisis y evolución hasta llegar al uso convencional de los signos.

Fáciles y difíciles

Juego de la Caja - Fase 3

Un aspecto fundamental del trabajo matemático es poder articular los procedimientos con los datos del problema y con los números que intervienen.

Nosotros mismos, como adultos, no aplicamos el mismo procedimiento si tenemos que sumar 12.000 + 5.000, que si tenemos que sumar 12.356 + 5.869. El primer caso lo resolvemos por cálculo mental y el segundo hacemos la cuenta con papel y lápiz o con una calculadora.

Uno de los objetivos que perseguimos desde este enfoque es que los alumnos se acostumbren a analizar los datos, los números, las operaciones eventualmente involucradas y que tomen decisiones por razones de economía o de eficacia, atendiendo a las exigencias de la situación. Por ejemplo: ¿se requiere una respuesta exacta o aproximada?.

Este es un objetivo a largo plazo que sin duda requiere de un sostenido trabajo para ser posible.

Uno de los primeros requisitos es que los alumnos tienen que empezar a tomar conciencia de los procedimientos que utilizan, necesitan saber que es lo que saben (en el sentido de tener disponible) y como pueden apoyarse en lo que saben para obtener otros resultados (vale el ejemplo ya citado: si 8 + 8 es 16, entonces 8 + 9 es 17).

Para lograr esto tendremos que proponer actividades de otro carácter. En este caso se trabajó en el marco del juego de la caja. Se produjeron cálculos y se obtuvieron resultados que fueron registrados.
Ahora se vuelve sobre los cálculos pero para analizarlos y clasificarlos.
Los cálculos, que eran una herramienta para resolver y expresar lo que se ha hecho, ahora son objeto de reflexión. La consigna que dispara esta actividad es clasificar los cálculos en fáciles y difíciles.

Todas las maestras del proyecto, al analizar la propuesta, mostraron muchas dudas sobre que fuera posible para los alumnos un trabajo de este tipo y de hecho, cuando lo iniciaron, en la mayoría de los casos, fue difícil para las maestras conducir la actividad y para los alumnos entrar en ella.
Era esperable que esto sucediera. Maestras y alumnos estaban entrando en una modalidad de tarea para la cual no tenían experiencia previa. Juntos tenía que otorgar significado a la consigna. Las maestras están acostumbradas a estimar si algo va a ser fácil o difícil para sus alumnos (lo hacen todo el tiempo, cuando deciden que proponerles) pero en este caso tenía que acompañarlos en la tarea de "juzgar" por sí mismos la facilidad o dificultad y en la tarea, aún más complicada todavía, de explicitar los criterios por los cuales los reúnen.

De hecho, en muchos casos, al principio hubo indiscriminación y las respuestas solían ser "porque sí", "porque son fáciles..."

¿Desde quién se determina la facilidad-dificultad? Este aspecto queda muy vivamente expresado en el comentario de una nena:

Escuela N° 22

Como algunos alumnos le preguntaban a la maestra si tal cálculo era fácil o difícil y ella insistía en que lo que importaba era que ellos lo decidieran, una nena dice:
"Claro, para vos son todas fáciles porque sos grande, en cambio para nosotros algunas no sabemos porque son difíciles".

¿Qué criterios usaron los alumnos para clasificar los cálculos?

FACILES	DIFICILES
Escuela N° 15	
- porque los sabemos rápido	- porque son más lerdos, tenemos que hacer palitos y contar
- porque enseguida los sabemos	- porque no nos alcanzan los dedos
- 7 + 1, ¡ qué fácil !	- estos otros no los sabemos
- porque contamos con los dedos	- tenemos que pensar, son grandes

Escuela N° 24
-10 + 9 me lo dice el número
-10 + 6
- 5 - 2 las sabemos de memoria
- 6 - 3

- 45 + 29 son números altos
- 35 + 40
- 8 + 5 las podemos hacer con la mente pero
- 4 + 7 no rápido

Escuela N° 4

- las que no teníamos en la cabeza
- si tres no la sabían es difícil
- más grande que 14 ó 15

Escuela N° 16
- y si para todos o la gran mayoría resultan fáciles
- cuando los números son chicos
- si agregás 1 es fácil

- números grandes
- si agregás más es difícil

Escuela N° 7
- porque los hicimos rápido con la cabeza
- porque no usamos los dedos
- porque no hay que usar la cuenta.

- porque son muchos números

- porque nadie los sabía

Básicamente los niños toman en cuenta:
- el "tamaño" de los números: chicos y grandes
- los recursos: contar, usar los dedos, no usar los dedos, usar la cabeza, hacer palitos, usar la cuenta...
- el consenso: cuántos los sabían
- la velocidad de la respuesta.

El mismo criterio es usado en algunos casos como criterio de facilidad y en otros de dificultad.

Sin embargo, dado que no apuntamos a una clasificación sino más bien que se pongan a discusión los criterios y se busquen vinculaciones entre cálculos y procedimientos, el sentido de la actividad descansa en lo que desencadena, en lo que provoca. (No hay una clase en la que se "logra").

Retomaremos después algunos ejemplos de prolongación de la actividad y presentaremos una propuesta tendiente a asegurar en todos los niños que la clase de los fáciles "porque los sabemos" sea lo más amplia posible.

Lo que es fácil para unos es difícil para otros

Como es de prever, tanto en la discusión dentro de los grupos como en las puestas en común se producía con frecuencia que un mismo cálculo fuera clasificado como fácil o difícil.

Cuando alguien quería que un cálculo pase de la lista de difíciles a la de fáciles comúnmente explicaba como se las arreglaba para resolverlo, y si bien esto no implica que los demás se apropien inmediatamente de estas ideas, se produce la circulación de "buenas ideas". Es el maestro el que se va a ocupar de proponer situaciones, cálculos y juegos que serán oportunidades de usar y poner a prueba los procedimientos formulados.

Escuela N° 24
Un grupo había propuesto 49 - 9 como difícil. Otros dijeron que era fácil: "cuarenti ... nueve ... sacás nueve ... es cuarenta ..."
Es una buena ocasión para pedir a los niños que piensen y propongan otros cálculos en los que pase lo mismo. Podrán proponer 39 - 9, 38 - 8, 27 - 7, 26 - , y tantos otros ... con los que estarán poniendo en juego un aspecto importante del sistema de numeración.

En esa misma clase apareció como difícil 40 + 20 y una nena explicó que era fácil, ella hacía 4 + 2 = 6 y le agregaba 0 a 6. Esta es una idea poderosa, pero la mayoría todavía estaba lejana.

Los "descubrimientos" no se generalizan de inmediato, los convencimientos se construyen poco a poco

Escuela N° 4

La consigna de trabajo era: Escribimos cálculos fáciles que no están en el cartel.

Frecuentemente los niños buscan hacer funcionar ciertas regularidades. Un grupo descubrió que adicionando 0 a cualquier número obtenía cálculos fáciles. Se pusieron muy contentos con su descubrimiento y lo comentaban en voz baja (para que no se copien los otros chicos).

Escribieron desde 0 + 1 hasta 0 + 14.

El mismo grupo, más tarde, parte de 5 + 1 = 6, 5 + 2 = 7, y llega a 5 + 5 = 10 diciéndolo como quien repite una tabla con la intervención de todos.

Al llegar a 5 + 5 pararon, quizás porque ese cálculo figuraba en el cartel.

En la clase siguiente, los mismos grupos, tenían que pensar y escribir cálculos difíciles que no estuvieran en el cartel.

Han incorporado la práctica de consultar a todos antes de escribir un cálculo.

El equipo que había "descubierto" el +0 para hacer fáciles, está discutiendo si 30 + 0 es fácil o difícil.

Alumno: "¿No vés que es 30?"

Alumno: "Para mí es difícil"

Otro integrante dice que para él también y el primero, de muy mala gana, anota 30 + 0 como difícil.

Cuando se hizo la puesta en común muchos dijeron que era fácil.

Alumno: "Porque el 0 es nada y si le ponés 1, tenés 1, si ponés 30, tenés 30"

Todos se mostraron convencidos, inclusive los dos chicos que lo habían propuesto.

La clase de los fáciles que se va constituyendo muestra que los alumnos reconocen los puntos de apoyo.

En la fundamentación del proyecto, en el apartado "Del conteo al cálculo", hemos esbozado el recorrido que pueden hacer los alumnos para el dominio del repertorio aditivo. Los puntos de apoyo son reconocidos por ellos mismos pero el maestro tiene un rol tanto en favorecer esta explicitación como en dar oportunidad de ponerlos en juego.

Escuela N° 16

Los alumnos han clasificado los cálculos provenientes del JUEGO DE LA CAJA en fáciles y difíciles. En otra clase analizan los fáciles, explican por qué lo son y dan otros ejemplos.

11 + 1 "Si ponés 1 es el siguiente"

12 - 1 "Si sacás 1 es el anterior"

Queda planteado para todos que agregar 1 y quitar 1 es fácil. Como esto se apoya en el conocimiento de la serie numérica es importante realizar actividades para garantizar la evolución del conteo oral durante todo el año (y variaciones: de a 2, de a 5, de a 10).

10 + 10 "Vos tenés 10 dedos y entonces ya no los contás, seguís con los otros"

"10 podemos ponerlo en la cabeza"

Ambos procedimientos implican sobreconteo.

Cuando tuvieron que proponer otros cálculos fáciles como éste aparecieron:

10 + 7	20 + 20
10 + 9	40 + 20
10 + 2	

Recordemos que niños de otra escuela decían que 10 + 9, 10 + 7 "te lo dice el número" es decir que se apoyaban en su conocimiento de la serie numérica.

El dominio de ambos cálculos: decena + dígito y suma de decenas enteras se considera objetivo a lograr. Entre primero y segundo grado todos los alumnos tienen que ser capaces de dar una respuesta inmediata. Veremos que figuran en la distribución de contenidos de cálculo mental que presentaremos enseguida y que formaron parte del trabajo que se propuso al inicio de segundo grado.

Los mismos alumnos de la Escuela N° 16 analizaron en otra clase los cálculos que eran difíciles para todos y fueron proponiendo modos de resolución en los que usaban lo que sabían.

Algunos ejemplos:
8 + 11 Noelia: "Yo al 8 le puse ... No! Al 11 le saqué 1 y al 8 le puse el 1 del 11 y entonces me quedó 9 + 10 que es 19".
La maestra escribió en el pizarrón:
8 + 11 = 9 + 10

20 - 7 = 20 - 10 + 3 "10 - 3 es 7 entonces le saco 10 pero le pongo 3 y es 13".

Como hemos argumentado en la fundamentación tenemos que apuntar a que todos los alumnos amplíen su dominio del repertorio aditivo y que reconozcan la utilidad de apoyarse en lo que saben para resolver otros cálculos.

Vamos a presentar a continuación una parte de la propuesta que hace J.C.Guillaume [1] en tal dirección y las maestras del proyecto tuvieron oportunidad de conocer aunque no se les solicitó, por el volumen del trabajo que estaban realizando, que registren lo que sucedió al ponerla en práctica.

LA MEMORIZACION DEL REPERTORIO ADITIVO EN PRIMER GRADO

Objetivos:
a) hacer aparecer la necesidad de memorizar algunos resultados
b) hacer tomar conciencia a los alumnos de que conocen algunos resultados y otros no
c) favorecer el enriquecimiento de los resultados memorizados
d) favorecer el uso espontáneo de los resultados memorizados
e) organizar y estructurar los resultados memorizados.

I - REPERTORIO INTERNO Y REPERTORIO EXTERNO

1 - Repertorio Interno
Cada alumno es invitado a anotar en un cuaderno lo que sabe: la maestra debe explicar la diferencia entre "saber" y "saber calcular" o "saber reencontrar". Por ejemplo: todos los alumnos saben 2 + 2 = 4, todos saben calcular 9 + 4 = 13 sobre contando o por algún otro método.

Este cuaderno constituye la imagen del "repertorio interno" del alumno. Es puesto al día a medida en que se aprendan nuevos resultados.

2 - Repertorio Externo
Se trata de un repertorio de uso colectivo materializado en un gran afiche:
- en una caja se colocan cartones con todas las sumas posibles de 1 + 1 a 9 + 9.
A partir de que un resultado es conocido por lo menos por un tercio de la clase, se toma de la caja -la tarjeta correspondiente- y se lo pone en el afiche. cuando un resultado es conocido por toda la clase, es retirado del afiche y es puesto en una segunda caja.

¿Cómo se puede hacer esto que propone Guillaume?

---

[1] GUILLAUME, J.C. La memorización del repertorio aditivo en primer grado, I.N.R.P., abril, 1988.

En una experiencia que hicimos con esta propuesta en otro marco institucional procedimos del siguiente modo: de la totalidad de sumas de 1 + 1 a 9 + 9. las maestras hicieron una selección inicial de 10 cálculos entre los que incluyeron algunos "fáciles" a + 1. dobles a + a y algunos que con mucha probabilidad iban a formar parte de los que no sabía de modo inmediato. Ej. 6 + 7.

Cada grupo de alumnos tenía que clasificar los cálculos en los que sabían y los otros. Después se comentó lo que quería decir "saber" y algunos chicos decían "los que sabemos al toque", "enseguida". etc.

Fue notable. en todos los grupos. la responsabilidad con que los alumnos asumieron la tarea. En cada grupito hacían dos pasadas para asegurarse respecto de que hubieran quedado bien repartidos y de que todos supieran los de la clase "sabérselos".

Las maestras había insistido sobre el hecho de que los que no supieran los iban a "estudiar". Iban a ser motivo de trabajo. Por lo cual ser "veraces" era protector.

Cuando se hizo la puesta en común los que todos sabían fueron a parar a una caja "Las que sabemos", el resto se puso en un afiche a la vista de todos. A medida que los iban sabiendo se ponían en la caja.

En el transcurso de la secuencia se hicieron muchas de las actividades que presentaremos a continuación. Cada tanto se repetía un trabajo como el descripto tendiente a actualizar el repertorio externo.

Continúa Guillaume

Utilización del repertorio externo

a) Juego a partir de ciertos resultados del repertorio

Ejemplo de repertorio externo

4 + 8 = 12 4 + 4 = 8 7 + 4 = 11	4 + 5 = 9 3 + 7 = 10 4 + 7 = 11 6 + 5 = 11

Preguntas posibles a propósito de este repertorio:

8 + 4 = ?
3 + 8 = ?
7 + 3 = ?
4 + 3 = ?
8 + 5 = ?

- Hacer explicitar los diferentes métodos que pueden ser utilizados.

Ejemplos:

"8 + 5 = 13 ya que 6 + 5 = 11 y le agrego 2.."
"8 + 5 = 13 ya que 4 + 8 = 8 + 4 = 12 y le agrego 1 ..."
"8 + 5 = 13 ya que 7 + 4 = 11 y le agrego 1 y todavía otro 1..."

- Encontrar las descomposiciones del 12.
- Resolver 7 +¤= 11 con diversas formulaciones del tipo:
  ¿Qué es lo que agregado a 7 da 11? ¿Cuánto le falta a 7 para llegar a 11?
- Encontrar varias descomposiciones del 10.
- Plantear problemas cuyos resultados no estén en el repertorio.

Todos estos juegos rápidos y colectivos continúan paralelamente a otras actividades y a lo que se propone aquí abajo:

II- AYUDA Y EJERCITACION EN LA MEMORIZACION DE LOS RESULTADOS

1 - Situación central: el loto aditivo

Material:
- cartones que sirvan para sortear, en los que se va a escribir todas las sumas de 1 + 2, 9 + 9
- cartas de juego con los números del 3 al 18. Cada número está presente en 2 cartas (ver Anexo).

NOTA IMPORTANTE: Cuando se juega a este juego el "repertorio externo" se esconde o se tapa.

Objetivo:
- Hacer aparecer la necesidad de memorizar los resultados.

Fase 0: Trabajo colectivo:

explicación de las reglas del juego

. 2 alumnos van a jugar uno contra el otro delante de toda la clase.
. 2 cartas de juego (1 para cada jugador) se colocan (en gran formato) o se dibujan en el pizarrón.

Ejemplo:

11		6	
	9		17
3		12	
	15		8

	15		9
10		5	
	11		3
18		7	

. La maestra da la *consigna*:

"Yo voy a extraer un cartón donde está escrito un cálculo. Si el resultado corresponde a un número de una de las cuadrículas que ustedes tienen, levantan la mano y ganan un punto. Atención: si el resultado está sobre las dos cuadrículas, es el primero que levanta la mano el que gana un punto".

. Se da al niño el cartón correspondiente al resultado que encontró para poder contabilizar los puntos.
. El ganador es aquél que alcanza el primer 10 (o algún otro número determinado antes de empezar a jugar).

Fase 1:
. Juego por grupos de 4 niños (homogéneos) con un líder del juego (la maestra u otro niño)
. Mismas reglas que precedentemente.

Fase 2:
. Control colectivo
. Cada alumno recibe una hoja (diferente para los alumnos que están cerca) que se presenta de la manera siguiente:

9	12	8	15	17

Consigna:
"Voy a extraer cartones donde están escritos los cálculos. Si el resultado corresponde a uno de los números escritos en sus hojas, escriben el cálculo bajo ese número. Por ejemplo: si yo muestro

$\boxed{\begin{array}{c} 8+ \\ 4 \end{array}}$

ustedes deben escribir 8 + 4 abajo de 12, si es que 12 figura en su hoja. Atención porque esto va a ir bastante rápido".

Extraer los cartones enunciándolos a un ritmo que evite el sobre conteo.

Nota N° 1

Dado que la fase 2 es relativamente diferente a la fase 1, será prudente prever una fase preparatoria en la cual:

- las hojas sean las mismas para todos los niños
- la maestra se asegure de la comprensión de la consigna
- los alumnos expliciten por qué escriben o no el cálculo que acaba de ser extraído.

Nota N° 2

El mismo dispositivo (fase 0, 1 y 2) podrá ser retomado un poco más tarde con las variaciones siguientes:

. los cartones extraídos tienen los números del 3 al 18
. sobre las cartas de juego hay cálculos (de 1 + 2 a 9 + 9)

Nota N° 3

La misma situación podrá ser utilizada para incitar a memorizar o a calcular (sin sobre conteo) las "sumas de las decenas": 30 + 20; 50 + 40; etc.

2 - Situaciones de ejercitación

a) El juego de las cartas a dar vuelta (juego a 2)

Se juega con cartas sobre las cuales hay cálculos efectuar de un lado y del otro lado los resultados.

El juego se organiza en parejas. Un niño propone un cálculo al otro.

El otro responde, se da vuelta la carta y si está bien el resultado el niño que ha respondido toma la carta, si no es el otro el que la toma. Se intercambian los roles.

El que tiene la mayor cantidad de cartas es el que ganó.

b) Juego de los dominoes mixtos

Material

- Jugar con dominós que tengan en la parte izquierda un número y en su parte derecha una descomposición aditiva de un número:

Ejemplo:

9	5 + 2

Consigna:

. *cada jugador toma 10 dominós*
. *por turno cada jugador trata de colocar un dominó (o varios si él puede)*
. *el ganador es aquél que se queda sin ningún dominó*
. *los dominoes pueden colocarse antes o después:*

3		1		2	
6	5+4	9	5+2	7	3+1

Variantes

Las descomposiciones pueden figurar tanto sobre la parte derecha como sobre la parte izquierda. Lo que da por ejemplo:

9	5+2

4+3	6

2+4	7

etc.

trabajo sobre las descomposiciones de las decenas:

30+20	40

20+20	50

III - UTILIZAR LOS RESULTADOS MEMORIZADOS (REPERTORIO INTERNO). DURANTE ESTAS ACTIVIDADES EL REPERTORIO INTERNO SE ESCONDE.

Concursos de suma

. juego con dos niños
. cada alumno recibe una hoja sobre la cual hay una suma escrita.

Finalidad del juego: encontrar lo más rápidamente posible el buen resultado.

Notas:

. para favorecer los intercambios durante la confrontación de resultados, sería más interesante que los 2 alumnos tengan la misma suma por hacer. aún si los términos no están escritos en el mismo orden.
. será necesario incitar a los alumnos a:
- calcular rápido
- utilizar los resultados memorizados
- no operar necesariamente en el orden indicado
- utilizar "árboles de cálculo"
- apoyarse en la decena.

Ejemplo:

Hoja A	Hoja B
4+5+2+3+5	4+3+5+5+2

Hoja A	Hoja B
50+30+30+20+50	30+50+20+50+30

- hacer confrontar las soluciones y sobre todo los procedimientos
- tratar de ver por qué se es más rápido:
    - a causa de los resultados memorizados
    - a causa de la estrategia de reducción.

IV - ORGANIZACIÓN DEL REPERTORIO COLECTIVO

Cuando todos los resultados son conocidos o casi todos (es decir la primer caja está casi vacía y el repertorio externo también) se propone organizar el contenido de la segunda caja. Por ejemplo se hará la tabla:

2	3	4	5	6	....

Ejemplo de desarrollo:

- se extrae un cartón. por ejemplo: $\boxed{3 + 4 = 7}$
- se lo coloca en la columna del $\boxed{7}$
- cada alumno busca por escrito los otros resultados de esta columna
- confrontación colectiva. selección de los resultados válidos. eliminación de los resultados incorrectos o repetidos
- cómo estar seguros de tener todos los resultados
- Validación: se abren las cajas y se buscan todos los cartones

$\boxed{- + - = 7}$

Trabajo individual:
Se puede proponer a los alumnos rehacer su cuaderno de repertorio organizándolo. es decir numerando las páginas del 1 al 18 ...
Este nuevo repertorio podrá seguir usándose cuando el repertorio externo desaparezca .

ANEXO

	5		7
13		18	
	15		9
10		4	

	13		3
10		18	
	6		16
12		14	

6		12	
	17		8
11		3	
	9		15

5		11	
	8		7
14		16	
	4		17

JUEGOS CON CALCULOS SEGUNDO GRADO

Esta es la primer propuesta presentada a las maestras de segundo grado y aquí pueden retomarse en su totalidad los comentarios realizados en el "Juego de dados" (2.1.) para las maestras de primer grado, tanto en cuanto a plantear nuevas reglas del juego, como en cuanto a la independencia relativa de los niños en el trabajo matemático.

Decíamos allí que nos proponíamos objetivos de distinta naturaleza, lo cual también sucede en esta propuesta. Se apunta, por un lado, a promover mayor independencia de los alumnos en el trabajo y por otro lado se plantean objetivos específicos en función de los contenidos de los juegos: se busca favorecer el dominio de ciertos niveles de cálculo, que van a permitir, por parte de los alumnos, desarrollar procedimientos de cálculo mental.

En las primeras evaluaciones de las docentes relativas a la utilización de los juegos y actividades que proponemos aparecieron enfatizados los logros del área social. Posteriormente retomamos las propuestas relativas al cálculo mental y en las reflexiones de las maestras cobraron mayor precisión los objetivos específicos que se persiguen así como la diversidad de acciones requeridas para permitir su logro.

Los juegos propuestos logran incentivar el interés de los niños en memorizar ciertos resultados y en disponer de modos rápidos de reconstrucción.

Antes de describir los juegos vamos a presentar una distribución de contenidos de CALCULO MENTAL elaborada por la Lic. Irma Saiz para el programa de Matemática de la provincia de Corrientes. Dicha distribución abarca de primero a séptimo grado pero aquí presentamos sólo la parte relativa al primer ciclo.

Un maestro de segundo o tercer grado que se plantee incluir este aspecto deberá considerar lo que está propuesto para grados anteriores y evaluar el nivel de dominio que tienen sus alumnos seleccionando sus propuestas en consecuencia.

1er. CICLO: CONTENIDOS DE MATEMATICA

Pcia. de Corrientes

Distribución de contenidos realizada por Lic. Irma Saiz para el programa de matemática

1er. GRADO	2do. GRADO	3er. GRADO
<u>CALCULO MENTAL</u> - Sumas de la forma: a+b=10 - Restas de la forma: 10-a=b - Restas de la forma: a-b=1 - Sumas de la foma: a+a= con a≤10 - Complementos a 10: a+‹=10 - Sumas de la forma: 10+a=; 20+a=;... - Sumas de la forma: a+b=100 con a y b múltiplos de 10 (Ej. 20+80=100) - Complementos de 100: a+‹=100 con a múltiplo de 10 (Ej. 70+ =100) - Escrituras equivalentes: 34=30+4 9=5+6-2 34=10+24 9=4+5 34=10+10+10+4 9=2+2+2+2+1 34=40-6 9=10-1 etc. - Propiedades conmutativa y asociativa	<u>CALCULO MENTAL</u> - Sumas de la forma: 100+a= - Restas de la forma: 100-a= con a múltiplo de 10 (Ej. 100-30=...) - Complementos a 100: a+‹=100 (Ej. 28+‹=100) - Sumas de la forma: a+b=100 (Ej. 75+25=100; 32+68=100) - Dobles y mitades - Escrituras equivalentes: 147=50+50+47 147=100+47 147=40+60+30+17 147=200-50-3 - Distancia entre dos números. (Ej. distancia entre 50 y 76) - Escalas ascendentes y descendentes del 2, 5 y 10.	<u>CALCULO MENTAL</u> - Escalas ascendentes y descendentes del 10, 20, ...100, 200, ... - Encuadramiento de números entre decenas, centenas, etc. (Ej. 20 < 28 < 30 140<145<150 100<145<200) - Restas de la forma: a-b=1; a-b=10; a-b=100, etc. - Escrituras equivalentes: (Ej. 1359=500+500+300+59 =1000+300+50+9 =2000-200-40-1) - Sumas y restas con medidas de tipo: años, día, mes, semana, hora, 1/4 h, etc. - Multiplicaciones de la forma axb con a<10 - Divisiones y multiplicaciones especiales: x2; /2; x4 (multiplicar dos veces por 2); x8 (multiplicar tres veces x2); /4 (dividir dos veces por2); x5; /5; etc. - Dobles y mitades. - Triples y tercios. - Propiedades conmutativa y asociativa.

Concretamente lo que propusimos fue:

a) introducir loterías de distintos tipos según las posibilidades de los alumnos
- decena entera más dígitos

30+5		20+9
	40+7	
70+4		40+2
	60+5	

47

29

- suma de decenas enteras

30+20		20+20
	70+10	
50+50		40+30

80

100

- resta de decenas enteras

80-20		30-20
	50-40	
70-10		60-30

30

60

- suma de centenas más decenas más unidades

300+10+5		400+70+2
	200+80+3	
400+20+7		500+50+1

b) Trabajar complemento a 10 y a100 a través de los siguientes juegos.

SUMA DIEZ

Se usan las cartas de 1 a 9 de cualquier mazo. Se colocan sobre la mesa 9 cartas boca arriba y el mazo restante al lado. En su turno cada jugador levanta una carta del mazo y si puede, combinándola con una carta de la mesa formar 10, se lleva el par. Si no le es posible descarta en la mesa la carta que sacó, siempre y cuando haya algún lugar vacío, es decir haya menos de 9 cartas. Si hubiera 9 cartas boca arriba, la carta vuelve al mazo, abajo.

DESCARTO 100

Se preparan pares de cartas que sumadas dan 100, (70 - 30, 85 -15, etc.) las pueden preparar los chicos mismos. Se agrega una carta que no tiene pareja y se forma un mazo de, por ejemplo, 41 cartas. Se reparten entre los jugadores (3, 4, 5) y cada uno trata de formar todas las parejas que puede y las descarta. A continuación cada jugador roba por turno una carta a su compañero de la derecha y cada vez que puede descarta un par que suma 100, pierde el que se queda con la carta que no tiene compañero.

c) Trabajar escrituras equivalentes de una cantidad a través de:
-DOMINÓ DE CÁLCULOS Y RESULTADOS

20+20	35	30+15	20	10+10	15+5	
					19+1	45

TUTTI FRUTTI DE CUENTAS

Hay que encontrar escrituras equivalentes usando sólo la operación indicada a la izquierda. Se obtienen 5 puntos si otro jugador tiene la misma escritura y 10 si nadie la puso.

	750	360	144
+			
-			

Trabajo sobre cálculos

Al plantear las finalidades de la enseñanza de matemáticas en primero y segundo grado decíamos entre otras: "*que el alumno disponga de recursos de resolución y sea capaz de seleccionar los más pertinentes*".

En la fundamentación teórica nos hemos referido al rol del cálculo mental en función del logro de dichas finalidades.

Corresponde entonces definir objetivos más acotados al tratar cada aspecto interviniente. En este caso se busca que ante un cálculo a resolver el alumno seleccione el procedimiento más adecuado en función del cálculo que está tratando.

Algo fundamental para que este trabajo se desencadene pasa por la selección de los cálculos que vamos a proponer. No es lo mismo tener que resolver 60 + 50, que 136 + 292.

Básicamente la organización de la clase consiste en presentar cálculos, darles tiempo a los alumnos para trabajar individual o grupalmente, hacer pasar a los representantes de los grupos a mostrar o que han hecho u obtenido, discutir los distintos procedimientos, buscar otros casos, etc.

Eso mismo hicimos en una de nuestras reuniones con las docentes, por ejemplo, para 125 + 95, ellas propusieron estas soluciones:

$$125 + 95 = 120 + 100 = 220$$

$$125 + 95 = 130 + 90 = 130 + 70 + 20 = 200 + 20 = 220$$

$$125 + 95 = 125 + 100 - 5 = 225 - 5 = 220$$

Cuando los niños presentan las distintas soluciones la maestra ayuda en la formulación, presenta algunos modos de organizarla. Por ejemplo una herramienta que resultó muy útil para mostrar como se había procedido fue el "árbol de cálculos"

```
 70 + 50 =
     / \
70 + 30 + 20 =
 \   /
 100 + 20 = 120
```

No estamos sugiriendo que los alumnos deban tener este nivel de explicitación cada vez que resuelven un cálculo,pero en las clases en las que el foco del trabajo es la búsqueda y análisis de distintos procedimientos es importante atender al problema de la expresión ordenada de lo que se va obteniendo y de control y dominio de la escritura matemática. Por ejemplo, es muy común que ante un cálculo como 60 + 40 + 23 =, los alumnos escriban 60 + 40 = 100 + 23 = 123

En este caso los alumnos están usando el "=", como símbolo de "da" y no resguardan la equivalencia entre las expresiones. No distinguen, en la escritura, los pasos intermedios y el resultado final. En este sentido es importante ponerlo a discusión y proveerles de herramientas, como el "árbol" que les permiten tratarlo. La complejidad de este aspecto implica que recién podrá ser dominado mucho más tardíamente (al término de la primaria, inicio de la secundaria, pues involucra el pasaje de la aritmética al álgebra) pero aparece como problema muy tempranamente y es importante considerarlo favoreciendo las discusiones y reflexiones que permiten ir dando sentido a las reglas que se plantean.

La resolución de problemas resulta también una buena oportunidad para tal tipo de análisis. Y aunque nos importa que los alumnos dispongan de estos recursos para resolver problemas, es lícito también en muchos momentos proponerles el análisis de los cálculos en sí.

a) Resuelve
   4 + 8 + 6 + 3 + 7 =

b) Resuelve

20 + 50 + 80 + 30 + 50 =

c) Para los siguientes cálculos decide en cada caso si lo puedes hacer mentalmente o si te es más útil hacer la cuenta. En ese caso, escribe la cuenta que hiciste al costado.

70 + 30 =
40 + 18 =
53 + 25 =
129 + 67 =
200 + 80 + 5 =
372 + 60 =

d) Trabajo por equipos: los equipos emisores van a escribir 5 cálculos que consideran que se pueden resolver mentalmente y 5 que no.
Los equipos receptores van a resolver los cálculos y van a señalar si lo hicieron mentalmente o con cuenta. Después se confronta entre los equipos y se hace una puesta en común de toda la clase.

En su momento, tanto como ahora al incluirlo en el documento, la propuesta de estas tres actividades tuvo un carácter de sugerencia, para acercar ideas relativas al modo de encarar un trabajo como el propuesto.

Eramos conscientes de que los alumnos de segundo grado, cuyas maestras participaban del proyecto, no habían hecho un trabajo sistemático como el que acabamos de proponer para primer grado y como el que se requiere de acuerdo a la distribución de contenidos de cálculo mental. El análisis de las producciones de los alumnos confirma esa presunción.

Los cálculos propuestos en a y b, pueden ser resueltos con mayor eficacia y rapidez si se reúnen los sumandos que dan 10 ó 100 y luego se adicionan los otros sumandos. Pero para que este procedimiento esté en condiciones de aparecer los alumnos tienen que tener disponibles los pares de números que sumados dan 10 ó 100.

Son muy pocos los alumnos de cada grado que usaron este modo de tratar los cálculos. La mayoría procedió sucesivamente (en el orden en que se presentaban los sumandos). Muchos de los niños usaron palitos, marcas en la hoja, los dedos. Hay muchas respuestas incorrectas pero cercanas al resultado, probablemente debidas a errores de conteo. El conteo parece ser, todavía, la herramienta predominante.

La actividad c proponía algo bastante inhabitual para los alumnos: tener que decidir qué procedimiento usar. Esta decisión debe basarse en el análisis del cálculo en cuestión y depende, sin duda, de los conocimientos de los que cada uno dispone.

Lo que es inhabitual para los alumnos es que tengan que detenerse, chequear y elegir el procedimiento que les es más cómodo, seguro y rápido. Comúnmente hay que hacer cuentas, haga o no falta. No hacer la cuenta puede parecer indicio de que se copió. Además los cálculos son presentados directamente en forma vertical ...

A esto nos estábamos refiriendo cuando hablamos del necesario y difícil cambio de reglas del juego. Algo que no estaba permitido ahora lo está. La actividad cambia de dimensión: no sólo hay que poner un resultado sino que hay que mostrar qué decisión se tomó y ser capaz de explicar por qué (en un momento posterior).

Con las maestras comentamos mucho ésto en las reuniones. Los alumnos están habitualmente muy atentos a tratar de "pescar" que es lo que la maestra quiere. En algunos grados, al ver que la maestra dedicaba mucho espacio al cálculo mental, los alumnos empezaron a ocultar cuando hacían cuentas. Casi parecía que se había instalado una "prohibición" (implícita) de la cuenta. Esto es contradictorio con el enfoque que estamos proponiendo.

Pero lograr que los alumnos estén menos atentos a los índices de lo que pretende la maestra y más atentos al problema o cálculo en sí mismo (y a abordarlos desde sus conocimientos) es muy costoso y no se logra de un momento a otro.

De hecho en las producciones de los alumnos de las que disponemos hay indicios de situaciones como las referidas: cuentas borradas, casos en los que han resuelto todo mentalmente o todo con cuenta, etc. Sin embargo, dado que no tenemos registro de las condiciones de producción de estos trabajos por lo cual nuestros comentarios son necesariamente limitados y relativos.

Queremos aclarar que hay dos tipos de procedimiento que los alumnos suelen considerar "mentales" pero que no lo son:

- algunos alumnos cuentan, ya sea con los dedos, marcas en el papel, etc, incluso para cantidades grandes,
- otros reproducen el algoritmo pero sin anotarlo "6 y 7, 13, acá iría 3 y me llevo 1... 2 y 4, 6 y 1 que me llevé ..."

No se trata de sancionar ni de sobreevaluar un procedimiento respecto de otro, sino justamente de analizarlo articulado con el cálculo a resolver. Al mismo tiempo se trata de favorecer que los alumnos construyan una representación de los distintos procedimientos: qué quiere decir cada uno y cuáles son sus límites de aplicación.

Por otro lado, como hemos señalado con más precisión en el trabajo propuesto para primer grado, se busca al mismo tiempo que los alumnos vayan tomando conciencia de qué es lo que saben y qué es lo que tienen que saber. (Ver "Memorización del repertorio aditivo en primer grado" una propuesta similar puede encararse respecto de algunos de los contenidos de cálculo mental de segundo).

Otro aspecto que puede comentarse a partir de los trabajos de los que disponemos es que en muchos casos se evidencia una falta de dominio del algoritmo y una ausencia de control sobre su uso. Por ejemplo para 372 + 60 las respuestas de muchos alumnos fueron 312 ó 322 ó 332. En cualquiera de estos casos el resultado es menor que uno de los sumandos, lo cual, si se favorecen momentos de reflexión y de vuelta sobre sus producciones tiene que ser detectado por los mismos alumnos como indicio de que no es correcto.

Comentarios similares a los hechos en relación a la actividad c, pueden hacerse respecto de la actividad d.

Es evidente que en la mayoría de los grados fue muy difícil para los alumnos entender la consigna. Y esto se vincula nuevamente tanto con el problema de inaugurar el trabajo en aspectos no habituales, como con el nivel de conocimientos disponibles en los alumnos.

Puede parecer extraño que habiéndose presentado tantas dificultades hayamos resuelto de todos modos comentar estos trabajos en el documento. Lo que nos inclina a hacerlo es, por un lado, que pese a todas estas limitaciones el trabajo de cálculo mental fue subrayado por las maestras como uno de los aportes más importantes que recibieron, ya que se vinculaba con convicciones y búsquedas que ellas ya tenían pero que no estaban estructuradas. Por otro lado estamos convencidas de que toda propuesta debe encontrar un equilibrio entre ser concreta y puntual y al mismo tiempo tener un marco amplio que la incluya, le dé sentido y asegure su logro. El trabajo de cálculo mental es particularmente desafiante de este punto y nos parece que compartirlo es iniciarlo.

2. 3. La apropiación del sistema de numeración

Las investigaciones en didáctica de matemática han permitido una nueva aproximación a la enseñanza del sistema de numeración. No se trata de un cambio radical como el que supuso la reforma de matemática moderna, al que nos referimos sintéticamente en la Fundamentación teórica, sino sobre todo de una síntesis y una profundización de distintas perspectivas. La intención sigue siendo crear condiciones para una comprensión operatoria de nuestro sistema de designación de números, pero no haciendo tabla rasa de los conocimientos iniciales de los niños. Se trata, por el contrario, de tomar en cuenta estos conocimientos iniciales, tan incompletos o imperfectos como sean, para dar sentido a aquéllos que se buscan desarrollar e incluso para evitar que esos conocimientos iniciales se constituyan en obstáculos en los casos en que sean erróneos. Si estamos convencidos de que los niños construyen sus conocimientos no dejaremos de ayudarlos a franquear ciertos pasajes delicados. Por otra parte, ya no se piensa más que en los materiales, por muy perfeccionados que estén, puedan permitir, por sí solos, un aprendizaje.

Es la noción de situación problema, tan largamente referida en este documento, la que se encuentra en el centro de las investigaciones de diferentes equipos que, en nuestro país y en el extranjero, trabajan actualmente sobre esta cuestión en la búsqueda de respuestas consistentes e inclusivas.

Aproximación didáctica

Para poder incluir los conocimientos sobre los números que los niños adquieren en la vida cotidiana, para proponerles situaciones de aprendizaje ante las cuales los números son necesarios y para permitirles su uso ya desde el preescolar, se ha privilegiado una aproximación en principio global a los nombres de los números y a su escritura en cifras.

La idea de "sistema de numeración" (organización de los números en una serie que obedece a reglas ligadas al agrupamiento por diez) aparece más tardíamente, requerida por la extensión del campo numérico. Es la dificultad de encontrar palabras y símbolos para designar siempre números nuevos y para memorizarlos lo que ha animado esta idea de "sistema". Le ha demandado muchos siglos a la humanidad encontrar una respuesta óptima a la pregunta así expresada por Georges Ifrah en su libro "Les Chiffres, ou l'histoire d'une grande invention" [1]: *"Cómo designar (concretamente, oralmente, o más tarde por escrito) números elevados con la menor cantidad de símbolos?"*.

Se distinguen tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números, fases no delimitadas estrictamente, cuya articulación depende a la vez de los niños, del dominio numérico utilizado y de las actividades que se les proponen y que no se cumplen ni de una vez para siempre ni en momentos idénticos para todos los niños.

Estas fases son:
- **una aproximación global y principalmente oral de los nombres de los números,**
- **una toma de conciencia de las regularidades de la serie numérica escrita y una apropiación de las reglas de escritura**
- **la comprensión de las ideas de agrupamiento y canje.**

Aún cuando el conjunto de estas tres fases requiere de muchos años y no se logra realmente más que al término de la escuela primaria, concierne fuertemente al primer ciclo porque es el único que toma en cuenta todo el proceso, de la primer a última fase:

Para presentar con más especificidad el sentido y amplitud de cada una de las fases reproducimos a continuación un artículo del equipo ERMEL, que ha desarrollado la aproximación didáctica que asumimos aquí.

---

[1] Citado en ERMEL "Apprentissages numeriques et resolution des problemes" C.P., p.255.

NOMBRAR, LEER Y ESCRIBIR LOS NUMEROS

¿Hasta qué número sabés contar? preguntan los adultos o los maestros, y los niños perciben tempranamente que sus conocimientos producen satisfacción a los adultos. Y orgullosos responden: "hasta cien o hasta mil", sabiendo ya desde los 4 ó 5 años, que contar es enunciar una serie de nombres específicos y que además están ordenados. Saben además que decir cien o mil significa saber muchos número y que no es lo mismo decir diez o quince. En principio podría pensarse que es solo una sucesión de nombres aprendidos de memoria, pero se trata en realidad de un conocimiento muy útil. Estos nombres aprendidos primero por el placer o por dar satisfacción a los demás, se cargarán de significado con el conjunto de actividades que se organizarán y propondrán a los niños, aún los más chicos.

Se trata de privilegiar al principio, un enfoque global del nombre de los números y de su escritura. Para ello, se hace utilizar los números a los niños desde el preescolar y jardín, teniendo en cuenta sus conocimientos adquiridos fuera de la escuela (en sus familias, juegos, televisión...) y se le proponen situaciones de aprendizaje en las cuales son necesarios los números.

La idea de "sistema de numeración" (organización de los números en una sucesión cifrada que obedece a reglas ligadas al agrupamiento de a diez) aparece mucho más tarde por la extensión del campo numérico.

Esta idea de sistema aparece con la necesidad de escribir números cada vez más grandes y por lo tanto de encontrar símbolos y palabras para todos ellos y para poder registrarlos. Es una idea cuyo desarrollo ha llevado siglos a la humanidad.

Distinguiremos tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números, fases muy flexibles dependiendo de los niños, del campo numérico y de las actividades que se proponen. Las fronteras de estas fases no se traspasan de una vez por todas ni en el mismo momento para todos. En conjunto abarcan muchos años y no se acabarán realmente antes de 4to. o 5to. grado.

Primera fase: aproximación global y primero oral

El primer contacto con la designación de los números, en el marco de la familia y luego en la escuela, se hace casi exclusivamente a nivel oral, los nombres de los números, se perciben en su globalidad.

1.1. Nombres aislados:

Se designa a las cantidades, con palabras como las otras sin relación entre ellas: "hay cuatro lápices". "andá a buscar tres chicos" ...como se dice: "hoy les traje un nuevo juego. es un rompecabezas". La vida de la clase aporta numerosas ocasiones de utilizar esas palabras que van tomando progresivamente significado, porque son empleadas en distintos contextos: la asistencia, la fecha, la preparación de la merienda, la distribución del material ...

1.2. Nombres ordenados:

Se refuerza la significación y la memorización de esas palabras ubicándolas en una serie ordenada. Este inicio de organización de los nombres de los números no debe ser confundido con un trabajo de comparación de cantidades: los niños pueden "saber" que trece, está después de diez, sin por eso darse cuenta que una colección de trece objetos es más grande que una colección de diez objetos. Se puede afirmar que enlistando los números se facilita la memorización, sin que eso garantice por sí mismo otras adquisiciones sobre los números.

Esta memorización se hará recitando "canciones numéricas", leyendo o fabricando "libros de contar", "jugando" con la serie numérica en uno u otro sentido.

El conocimiento de la serie numérica pasa por diferentes estadios de acuerdo a las competencias de los niños:

- recitar una parte de la sucesión convencional a partir del 1: el niño para cuando ya no conoce el número siguiente o concluye con una parte de la serie ya recitada. Por ejemplo, a partir del 29, vuelve a 20, 21, 22, ...29, 20, 21, etc.;

- recitar a partir de 1 y parar en el número convenido (con la condición, por supuesto de que ese número pertenezca a la parte conocida de la serie). Esto necesita recordar el número hasta el cual debe contar y dificulta por lo tanto la tarea del niño;

- recitar intercalando nombres. Por ejemplo: una vaca, dos vacas, tres vacas, ... En los dos casos precedentes la sucesión puede ser retenida de forma continua, es decir que los diferentes nombres no son percibidos aisladamente unos de otros, sino como un todo. La intercalación de tales nombres,obliga a diferenciar el nombre de cada número. Esto puede ser desarrollado a partir de numerosas canciones o recitados;

- recitar a partir de un número diferente de 1. Aquí, se necesita también una mayor seguridad en el conocimiento de la sucesión y una cierta individualización de las palabras; es un gran paso adelante, ya que será esta capacidad la que permitirá el "sobreconteo" (en lugar de contar siempre desde el 1);

- "descontar" de uno en uno. es decir contar hacia atrás;

- contar de dos en dos; descontar de dos en dos; contar de diez en diez, etc. y cada vez con las mismas competencias mencionadas para el conteo de uno en uno:

- etc..

No se trata de entrenar a los niños de preescolar en los diferentes "conteos", pero es indispensable conocer el estado real de los conocimientos de los niños en ese dominio, para ayudarlos a progresar, cada uno a su ritmo, de permitirles tomar conciencia de lo que saben, de lo que pueden aprender y de los recursos con los que disponen para ello.

1.3 La sucesión escrita

Se guarda un registro de esta sucesión de números fabricando una banda numérica para toda la clase o para cada niño. banda que servirá de diccionario y que va a agrandarse en función de las necesidades o de sus conocimientos: cuando un niño no sabe leer "12", cuenta sobre la banda las casillas que van desde 1 a "12" y puede así, gracias a una sucesión conocida de memoria, conocer el nombre de ese número 12. De la misma manera cuando no sabe escribir con cifras el número llamado catorce, cuenta en la banda catorce casillas y encuentra la escritura 14.

Se pasa así de una palabra "dicha" a una escritura específica con cifras y a un nombre con letras.

Aquí también, la organización de las escrituras en listas va a facilitar su memorización.

El número 13 es leído globalmente "trece", sin utilizar aún el hecho de que la escritura cifrada revela una organización basada en la idea de agrupamiento de a diez. Pero también es el siguiente de 12 y el anterior a 14, sin que el niño haga necesariamente la relación de que 3 es el siguiente de 2 y el anterior a 4. Es importante insistir aquí sobre el aporte específico de esta serie escrita. El registro escrito y la elección de un soporte (aquí lineal) va a permitir a los niños constituirse una imagen mental, una "banda mental" que aparecerá mucho más útil cuanto más se haya recurrido a la representación concreta y ésta haya resultado efectiva y frecuente. Posteriormente, la línea mental podrá jugar el mismo rol que la banda concreta: visualización del orden, representación de la amplitud y del significado de las distancias entre dos números, percepción de la infinitud de la serie, etc.

1.4. Las escrituras con cifras

Algunos niños que son capaces de "leer" la escritura de un número sobre la banda, no lo logran cuando encuentran esa escritura aisladamente, han memorizado la sucesión ordenada pero no las escrituras en sí mismas. Es necesario organizar un trabajo específico para llevar a estos niños a memorizar las escrituras de los números que utilizan frecuentemente sin tener que recurrir sistemáticamente a la banda escrita. No hay que olvidar que este recurso didáctico, como otros son muy útiles en ciertos momentos del proceso de aprendizaje pero deben ser dejados posteriormente.

Lo mismo sucede con el uso de los dedos, que están en la base de nuestro sistema de numeración y tienen el mérito de estar siempre disponibles. Deben ser un recurso transitorio, es necesario aprender a usarlos, pero también a dejarlos de usar ...

Segunda fase: Aspecto algorítmico de la escritura

En esta segunda fase se trata de hacer tomar conciencia de la organización de la sucesión escrita.

Esta organización ya empiezan a descubrirla los niños, cuando recitan la serie numérica y dicen por ejemplo, veintiocho, veintinueve, veintidiez, veintionce ...o perciben que sus dificultades están en los nombres de ciertos números: veinte, treinta, etc., ya que a partir de ellos ya sabe retomar la serie: treinta y uno, ... Pero nuestra numeración oral presenta varias irregularidades y dificulta la toma de conciencia de las reglas de formación de los números. Es necesario entonces contar con una serie de números suficientemente larga (que supere la zona de irregularidades del once al quince) y de una serie escrita para poner en evidencia los diferentes algoritmos de construcción de los números.

Las bandas numéricas individuales pueden favorecer el descubrimiento de regularidades de las escrituras cifradas, que no siempre aparecen a nivel de los nombres de los números. Tanto la banda numérica como otros dispositivos pueden servir tanto de recursos de memorización como de ayudas a la construcción de imágenes mentales y como soportes a numerosas actividades.

Al fin de esta fase, los niños son capaces de escribir (aunque no puedan leerlos todos) series de números a partir de cualquier número o bien pueden decir que entre 30 y 40 todos los números se escriben con un 3 adelante, aunque no sean capaces de dar un significado al 3.

Esta fase comienza en preescolar, pero adquiere toda su importancia en 1er. grado y solo encuentra su plena justificación con el uso de números suficientemente grandes, para descubrir las regularidades. No es necesario forzar este tipo de observaciones sobre los números pero siempre puede ser utilizada la curiosidad natural de los niños y su espíritu de observación.

Tercera Fase: Agrupamiento de a diez

Esta fase tiene por objetivo, poner en evidencia el rol de los agrupamientos de a diez y de su recursividad. En esta fase se insiste en la significación de las cifras en función de su posición en la escritura del número, es decir sobre el algoritmo ligado a las ideas de agrupamiento de a diez y de cambios. Para comprender que el 3 del 31 no tiene el mismo valor que el 3 del 23, es necesario haber tenido la ocasión de comprender que cuando se cambian diez elementos contra uno, ese "uno" sigue valiendo diez. Esta es una tarea específica de 2do. grado y al final de ese grado, el niño deberá poder "ver" en 254 por ejemplo, tanto las doscientas cincuenta y cuatro unidades así como las veinticinco decenas o las dos centenas que lo componen, no solamente durante los ejercicios formales, en los cuales se les pide explicitamente sino especialmente cuando se tiene necesidad de usarlo.

Por ejemplo, cuando se les pide cuántos paquetitos de 10 caramelos cada uno, se debía comprar para darle uno a cada uno de los 254 niños de la escuela.

Queda claro que esta no es una fase correspondiente al preescolar ni aún a 1er grado, pero es necesario tenerla presente. Las actividades como partir una colección en partes regulares de diez elementos cada una o intercambiar 10 elementos contra uno solo de otro tipo, que presentan cierta dificultad en 1er grado, pueden ser preparadas con los juegos habituales del almacén o con juegos de intercambios desde el preescolar. Es conocido que el niño a quien se le cambia un billete de 10 pesos contra diez de 1 peso, se siente a veces hasta estafado ... Será necesario hacer y rehacer la experiencia con el billete de 10 $ compro lo mismo que con los 10 billetes de a uno...

Conclusión

Este largo recorrido no se termina antes de 4 ó 5 años de escuela primaria. La enseñanza no puede ser ni lineal ni demasiado rápida, la numeración se construye trabajosamente y su plena disponibilidad recién puede observarse al fin del aprendizaje, cuando haya sido totalmente incorporado el recurso del cálculo mental y puedan ya con toda seguridad elegir el mejor recurso para realizar un cálculo.

En particular en preescolar, no se trata de "enseñar la numeración", el preescolar debe permitir a los niños nombrar, leer y escribir los números que necesitan para sus actividades habituales o en las situaciones de aprendizaje que les proponen y no de aprender a escribir los números del 1 al 20 sin otra finalidad. Este objetivo corresponde a la primera fase descrita, pero no es solo objetivo de preescolar, dado que el primer semestre de 1er grado debe aún permitir a los niños "frecuentar" los números y utilizarlos como recursos en numerosas situaciones..

Solamente así podremos lograr que un día deseen estudiar a los números por sí mismos, como objetos de aprendizajes.

Traducción realizada por Lic. Irma Saiz del artículo "Nommer, lire, ecrire des nombres" del libro *Apprentissages Numeriques et Resolution de Problemes*. Equipo de didáctica de la Matemática (ERMEL) Instituto Nacional de Investigación Pedagógica. Francia, 1990.

Para acercar algunas ideas relativas a la utilización de la banda numérica presentamos ahora un documento de trabajo elaborado por la Lic. Irma Saiz para el Consejo Provincial de Educación de la Provincia de Corrientes.

LA BANDA NUMERICA EN PRIMER GRADO

En relación a los números, tema central del aprendizaje de Matemática en 1er grado, es necesario separar las acciones de leer, nombrar y escribir los números.

Muchos niños que llegan a 1er grado sabiendo nombrar algunos números: saben que tienen 6 años o que les falta poco para cumplirlos, que ya cumplieron 5 y 4 y 3 ..., etc. a pesar de que no sepan aún reconocerlos (es decir, leerlos) ni escribirlos; o pueden escribir algunos y otros no o reconocen más de los que saben escribir.

Los procesos mentales que permiten utilizar los números son muy diferentes de aquellos que permiten aprender a leerlos y escribirlos y es importante distinguirlos a fin de ayudar en lo posible a los niños en el aprendizaje de estos conocimientos.

Un niño puede tal vez saber que tiene 6 años, que si tiene 5 bolitas y quiere tener 6 le falta 1, que tiene 6 hermanos, pero que su amiguito tiene menos hermanos porque tiene solamente 4, que si su mamá le regaló 2 caramelos y su papá 4 ahora tiene 6, todo ésto utilizando por ejemplo los dedos o los objetos, y sin embargo confundir la escritura del 6 con la del 9, o bien no saber como se escribe el 6.

¿Cómo podemos ayudarlos en este aprendizaje? La enseñanza tradicional consagra un día o dos a cada número: hoy todo es 3, dibujan el 3, lo leen 3, dibujan 3 objetos, y varios renglones de 3, al día siguiente el 4, etc.

Sin embargo nadie asegura que cuando lleguemos al 5 no aparezcan las confusiones con el 3 que supuestamente ya lo habían aprendido. ¿Y qué hacer cuando se confunden? ¿Cuándo dicen 3 y escriben 5? Lo corregimos ¿y después?

Una forma diferente de trabajar estas dificultades consiste en construir una banda numérica que quede a disposición de la clase constantemente al estar pegada en una de las paredes, consistente en una tira con los números inicialmente del 1 al 10, escritos claramente y bien separados entre ellos.

¿Cómo utilizarla?

Si se trata de escribir el número doce y los niños no recuerdan como hacerlo, si saben contar (es decir recitar la serie numérica) hasta 12, pueden ir señalando cada uno de los números mientras recita la serie de números, cuando llegue al doce, podrá ver que se escribe con un 1 y un 2.

Si por el contrario, ve un número pero no sabe como se llama por ejemplo, cuando la maestra escribe un cálculo 11 - 4= y no sabe que el número 11 se llama once, podrá señalar nuevamente en su banda desde el 1 hasta tal número mientras recita la serie y cuando señale los "dos unos" sabrá que ese número se llama once.

En resumen, la introducción de la banda numérica tiene varias finalidades:
- disponer de un instrumento que permita leer y escribir números de los cuales aún no se ha aprendido de memoria la escritura,
- comenzar a imaginar que la serie de los números se prolonga todo lo que se quiere,
- de construirse una buena **imagen mental** de esta serie, de su organización y de sus regularidades, ya que esta "línea mental" permitirá:
    - poner en relación los números entre ellos,
    - saber quién es el antecesor o siguiente de quién,
    - saber que cada número corresponde a un lugar en la serie,
    - y que un número A situado más lejos en la fila que otro B, es más grande que él.

- en fin, permite a los niños "**saber lo que saben**" es decir, visualizar su conocimiento de la serie numérica y la evolución de ese conocimiento durante el año, en relación a sí mismo o a sus compañeros.

¿COMO INTRODUCIR LA BANDA NUMERICA?

A principio del año puede ser introducida a partir de distintas actividades como por ejemplo, escritura de la fecha, registro de presentes, etc.

Aunque los niños sepan contar sólo los primeros números es conveniente que la primera banda incluya por lo menos desde el 1 hasta 10, ya que esto les permite empezar a comprender que la serie continúa aunque ellos conozcan sólo un trozo; la segunda parte completándola hasta el 30 puede ser introducida aproximadamente en el mes de mayo, aunque aún no se dominen todos esos números. La selección de este segundo tramo corresponde a que los días del mes son 30 y el número de alumnos del salón es aproximadamente ese y por lo tanto los niños tienen la posibilidad de frecuentar tales números.

La tercera aplicación corresponderá a completar hasta el 100, lo cual podrá ser realizado a partir del mes de septiembre u octubre aproximadamente.

Es importante que las bandas estén organizadas desde la decena, es decir en una misma línea desde el 10 hasta el 19, en la siguiente desde el 20 hasta el 29, para facilitar la identificación de regularidades.

(NOTA: la primer banda hasta el número 10, debería iniciarse con el 1 no con el 0, ya que si esos números surgen por el conteo de los presentes, o para indicar las fechas, no aparecerá el cero. Este es un número que los niños tardan en aceptarlo como tal, incluso en 2do. o 3er. grado aún no goza del mismo estatus que los demás números. El cero podrá ser incluido al realizarse toda la tabla desde el 0 hasta el 100 (ver la actividad del Castillo en este documento).

Es también muy recomendable que los niños tengan sus propias bandas para utilizarlas individualmente.

El uso de la banda permite además ayudar a resolver un problema muy frecuente: la **escritura invertida de los números**. Corregirlos al día siguiente o hacerlos repetir una gran cantidad de veces no resuelve el problema ya que al tener que escribirlos solos vuelven al error anterior. Si la banda de números está en la pared, cada vez que un niño escribe un número mal, la maestra le pide que observe como está escrito en la banda y que lo copie, incluso puede recomendarle pasar su dedo por el número para poder repetir el trazo.

Está claro que los números de la banda deberán estar escritos con trazos muy simples, sin curvas superfluas ni añadidos (patitos, soldados, etc.) y bien separados unos de otros para facilitar la identificación.

Es muy importante que sea realizado en el momento en que se detectá la escritura incorrecta y no varios días después al corregir los cuadernos.

No es suficiente introducir las bandas numéricas en la clase, para que sean utilizadas realmente; usarlas frecuentemente permite que adquieran sentido para los niños y que recurran a ellas espontáneamente.

El trabajo con la banda numérica permite observar ciertas regularidades como:
- "después del 10 los números empiezan con 1..."
- "en esta línea está la familia del 20 ..."
- "en esta columna todos terminan en 4 ..."
- "todas las líneas terminan con un 9 ..."

La maestra (y luego los niños pueden jugar a: Pienso un número que está en la familia del 30, es más pequeño que 35, ¿cuál es?

¿Dónde están todos los números que terminan con 0? ¿y los que terminan con 5?

También permite realizar pequeños cálculos como: ¿desde el 26, cuánto falta para llegar al 30? ¿A partir de cualquier número y siempre sumando 10 a qué números llego?, etc.

La actividad de El Castillo está dirigida a trabajar con la tabla completa, desde el 0 hasta el 100.

Algunas ideas de este trabajo fueron extraídas del libro "Un, deux, beaucoup, passionnément! del INRP - Francia, 1988.

EL CASTILLO[1]

Es la última actividad propuesta a las maestras de 1er. grado. Antes de ésta habían realizado las secuencias de "Los dados de colores" reportada en el punto 2.1. y "El juego de la caja" en el punto 2.2., lo que les permitió, en particular, instalar cierto estilo de trabajo como la organización de la clase en pequeños grupos, la presentación de situaciones problemáticas, la confrontación de ideas y procedimientos, etc.

FICHA DIDÁCTICA:

EL JUEGO DEL CASTILLO PRIMER GRADO

La actividad propuesta tiene por objetivo:

-el reconocimiento de la escritura en cifras de los números,
- la localización de estas escrituras en una tabla de números presentados en filas de diez,
- la toma de conciencia del diferente rol que juega cada cifra en la escritura de un número.
- el aprendizaje y la utilización del nombre de las decenas.

El juego inicial

El tablero se presenta a los niños como un "castillo" que tiene 100 cuartos. Como son tantos cuartos, para poder identificarlos están numerados. Se les cuenta a los niños que algunos números van a estar tapados por un cartoncito y que la actividad consiste en decir que número es el que está tapado por el cartoncito.

Se puede hacer una presentación colectiva de la actividad en un tablero en el pizarrón con algunos números tapados y pedir a los niños que el que se sienta capaz, señale un cuarto y enuncie el número correspondiente. Luego se destapa y se corrobora.

A continuación se organiza la clase en grupos de 5 ó 5 niños, cada uno con un tablero y tantos números tapados como jugadores (o el doble si se quiere que jueguen dos veces cada uno).

Es posible, e interesa a los niños, que en el reverso del cartoncito hay un puntaje (2, 3 ó 4 puntos) que se obtiene cuando se dice el número correcto.

En su turno, cada jugador elige el cuarto que va a identificar, dice el número y si es correcto (lo que es establecido por los otros niños) gana esos puntos.

La manera de dar el nombre del cuarto puede variar según las capacidades de los niños y el momento del año en que se presenta la actividad, por ejemplo para 34 puede decir: "tiene un 3 y un 4".

Estas actividades ponen en evidencia únicamente el aspecto algorítmico del sistema de numeración, no se compromete la idea de agrupación que requeriría otras actividades.

[1] Sobre una idea de JANINE THOMAS, tomado de "Un, deux, ...beaucoup passionnement ! Les enfants et les nombres", INRP, Francia, 1988.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Esta primera situación, con algunas variantes que permitan mantener la atención de los niños o de adaptarse a sus competencias (por ejemplo un castillo de 60 cuartos), se retoma muchas veces a lo largo del año de manera de permitir una verdadera familiarización de los niños con la disposición de los números en la tabla.

Actividades complementarias

A partir del juego se puede proponer que los niños confeccionen una tabla propia. Esto es fuente de múltiples comentarios de los niños fundamentalmente a raíz de "ya sé cuál es el que sigue".

Además, la actividad se prolonga a través de trabajos más individualizados de los cuales damos algunos ejemplos que pueden ser propuestos a lo largo de un período amplio, y que no están secuenciados.

1 - Tablas para completar:

Se proponen a los niños tres tipos de tablas incompletas:
- con algunos casilleros vacíos (figura 1)
- sólo están ubicados los números de la primera fila y de la primera columna, los niños deben completar los números de los casilleros marcados (figura 2)
- ídem sólo con los números de la primera fila (figura 3)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12		14	15		17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27		29
30	31	32	33		35	36	37	38	
40		42	43	44		46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	
70	71		73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83		85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	

Figura 1

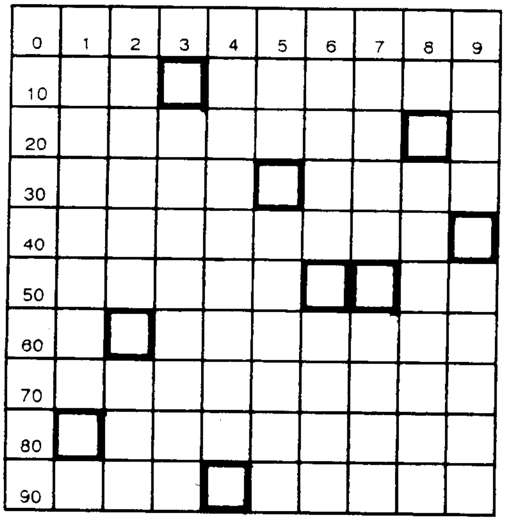


Figura 2

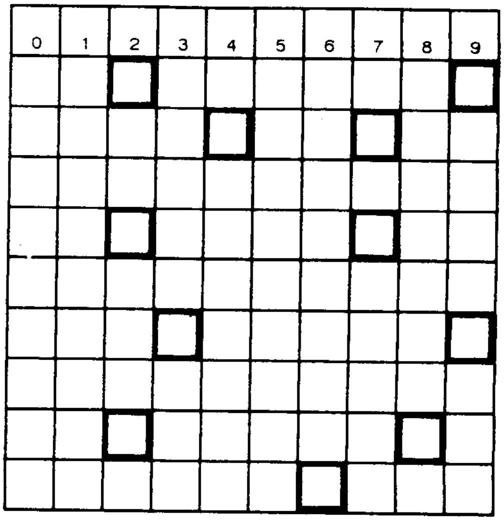


Figura 3

2 - Rompecabezas:

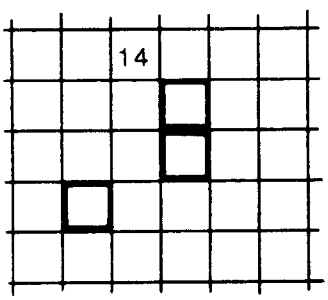
Se corta la tabla en doce o diecisiete piezas. Los niños tienen que reconstruir la tabla.

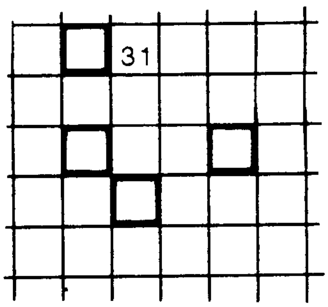
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

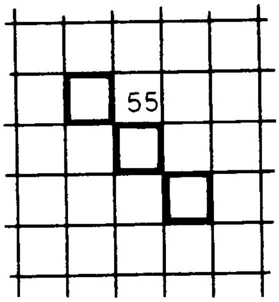
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3 - Extracto de tablas para completar:

Sólo se entrega un extracto de la tabla y el niño debe completar a partir de un solo dato. Es una actividad difícil porque las referencias no son las mismas que se usaron hasta aquí.

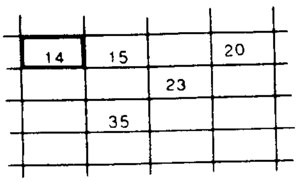


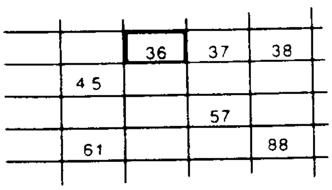


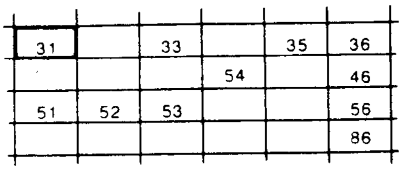


4 - Encontrar el intruso

Sobre extractos de la tabla aparecen números ubicados, se trata de encontrar cuáles no están bien ubicados (uno de los números bien ubicados está remarcado para constituir una referencia).







5 - Colorear:

En el momento que se quiere hacer tomar conciencia de la facilidad de contar de 10 en 10, se puede proponer a los niños colorear según distintas consignas, por ejemplo colorear de azul los casilleros en los que se cae cuando se cuenta de 6 en 6, de 5 en 5 ... Después de algunos ensayos se comienza a poder prever, antes de colorear, las regularidades aparecen.

Cuando se trata de contar de 10 en 10, se invita a los niños a escribir, antes de colorear, los números sobre los que van a caer partiendo de 4 ó de 7 (un número diferente para cada niño).

ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES Y OBSERVACIONES [1]

EL JUEGO DEL CASTILLO

Procedimientos de los alumnos

En el capítulo B correspondiente a Fundamentación, ya mencionamos el tema de los procedimientos utilizados por los niños para resolver problemas a partir de sus conocimientos previos y también a partir de la situación en sí misma.

En la actividad del Castillo, si bien no existe ni obligación ni necesidad a partir de la actividad de explicitar el procedimiento utilizado para "adivinar" el número, de todos modos en la observación de los grupos trabajando y a partir de los registros de las maestras pudieron especificarse algunos de ellos. Por ejemplo:

- Es 85 porque está antes de 86 y/o después de 84
- Es 37 porque conté desde el 0
- Es 34 porque está arriba del 44 (o debajo del 24)
- Es 45 porque después del 4 viene el 5, sin cambiar de fila
- Es 84 porque está en la fila del 8 y en la columna del 4
- Es 73 porque conté 0 - 10 - 20 - 30 - ... 70 - 71 - 72 - 73 (contar primero las decenas y continuar con las unidades)
- Es 64 porque conté desde 58 (porque este número le resulta conocido o es uno de los números "adivinados" anteriormente).

Si bien podría pensarse una jerarquización de las estrategias, teniendo en cuenta la rapidez y la eficiencia para ubicar cualquier número, desde:
- contar desde el 0
hasta
- mirar la fila y la columna a la que pertenece el número,
es necesario tener en cuenta que los procedimientos serán de naturaleza diferente según el campo numérico en el que se trabaja, el pedido de mencionar o no el nombre de los números, el tipo de tabla de la que se dispone, etc.

Por ejemplo:
- contar de a 1 a partir del 0, puede constituir un procedimiento válido para números "chicos", por ejemplo, menores que 30, pero será fuente de múltiples errores para los números mayores.
- algunos niños podían decir rápidamente en 91 - 92 - ... que el número encuadrado es un 9 y un 3 pero si se trata de decir el nombre recurrirán a contar las decenas: diez, veinte, treinta, ..., noventa, noventa y uno, ..., noventa y tres.
- niños que dominaban el recurso de contar las decenas enteras y luego en la fila correspondiente, las unidades, al desaparecer la columna de las decenas (Actividad 1) volvían al recurso de contar desde el 0.
- los niños que para los números menores a 20 ó 30 utilizan la estrategia de observar el anterior y el posterior, al pasar a números mayores recurren a "es un 9 y un 5 porque está después del 9 y 4 y/o antes del 9 y 6".
- justamente en los números mayores a 40 ó 50 pueden observarse los procedimientos diferentes ya que la falta de dominio de esos números los obliga a buscar recursos para identificar los distintos números.

La presentación de la serie de números en una grilla como la del Castillo pone tan en evidencia la regularidad de la serie, especialmente a nivel de escrituras que poco tiempo después de instalarla en la clase se notan grandes avances en los niños e incluso es utilizada frecuentemente como referente, por ejemplo para comparar números o para realizar pequeños cálculos mentales "56 + 13 lo piensan como 56 + 10, llego a la fila de abajo: 66 y más 3 llego a 69".

---

[1] Este análisis fue realizado por Irma Siz y Adriana Castri, quienes asumieron la redacción de este apartado.

Pero, como hemos comentado anteriormente (Ver Juego de los Dados) la maestra, como responsable del aprendizaje de todos, debería por un lado identificar los distintos procedimientos utilizados y por otro, por medio de juegos, actividades y confrontaciones entre los niños, hacerles tomar conciencia de los procedimientos de cada uno, sus dominios de aplicación y sus límites. Y de esta manera hacerlos progresar.

Es necesario tener en cuenta que no se trata de la prolongación inmediata de un procedimiento al ser aplicado en un nuevo campo de aplicación, frecuentemente se cuestionan los procedimientos anteriores y se construyen nuevos, reconociendo a la vez que el anterior puede seguir siendo válido o no en alguna situación en particular.

Por ejemplo contar decenas enteras y luego las unidades es un procedimiento bastante económico y seguro de ubicar números, pero se invalida si desaparecen las decenas y por lo tanto debe construirse un nuevo procedimiento.

Será por lo tanto, tarea del maestro, lograr que los niños lleguen a dominar los procedimientos utilizados espontáneamente, que los vuelvan más eficientes, pero a la vez lograr que puedan cuestionarlos si ya no son válidos y que puedan si es necesario adoptar otros.

Las actividades que se presentan como complementarias en la ficha didáctica permiten cuestionar algunos de estos procedimientos o facilitar otros.

La tabla de la figura 2 puede cuestionar el procedimiento "está entre tal y tal" y favorecer la estrategia de las decenas enteras seguida por unidades.

La tabla de la figura 3, una de las más difíciles, cuestiona esta última estrategia, pero permite continuar contando desde 1, para los números más chicos (se les pide que digan directamente los números marcados sin escribirlos todos), pero básicamente facilita la estrategia de observar el número anterior (el de la fila superior) y para los demás contar las decenas a partir de cualquier número.

Los extractos de tablas para completar son aún más difíciles porque los niños tienen tendencia a ubicar los siguientes números a partir del número dato, sin tener en cuenta los espacios recortados tanto a derecha como a izquierda del trozo y a "olvidar" la organización en decenas de la tabla original.

No disponer de la primer fila ni de la primera columna, anula varios procedimientos utilizados anteriormente: contar las decenas entera y luego las unidades; contar las decenas a partir de cualquier número; ubicar la fila y la columna correspondiente, etc. y es necesario identificar los números a partir de muy pocas informaciones y de un tipo muy diferente a las anteriores.

El primer número (empezando de arriba hacia abajo) en la primer tabla del punto 3 "es el número 25 porque, por estar en la siguiente fila del 14, deberá empezar con 2 y por pertenecer a la fila de los veinte y por estar en cuadro a la derecha del 14 deberá terminar en 5 ..."
El siguiente podrá ubicarse por estar "debajo" del 25 y para el 43 el razonamiento podrá ser similar al del 25.
También podría ubicarse el número de la fila del dato que está justamente en la columna del número marcado. Así, para 43, ubicar el 13 y luego contar las decenas 23, 33, 43.

La segunda tabla de este mismo punto presenta una nueva dificultad: en una de las filas no hay números marcados, ésto provoca que los niños olviden esa decena y atribuyan al número 51 el valor de 41.

La tercera permite en cierto modo centrarse en la regularidad de los números ubicados en la diagonal de la tabla.

Recordemos que como dijimos anteriormente algunos procedimientos son utilizados para ciertos números pero abandonados para otros.

En relación al nombre de los números

También en la serie oral de los números existen regularidades y los niños las descubren rápidamente salvo aquellas irregularidades como el caso de los nombres de los números entre 10 y 15 y el nombre de las decenas. En particular en estas últimas hay algunos nombres que causan mayor dificultad para ser recordados, por ejemplo veinte que no es relacionable directamente con dos, o la confusión bien conocida entre sesenta y setenta.

La dificultad de los números entre 11 y 15 es fácilmente superada por tratarse de números "chicos" muy usados en la vida diaria.

La dificultad del nombre de las decenas perdura por mayor tiempo y es necesario realizar un trabajo específico ya que compromete el nombre de los números no sólo de las decenas enteras, sino de todos los números correspondientes a esa decena.

Es importante así, pedir desde el principio en la actividad del Castillo el nombre de los números tapados, teniendo en cuenta que algunos niños pueden no dominarlos aún, pero aprovechando para recordarlos y ejercitarlos.

En cuánto a la actividad de colorear casillas

Se pide colorear los números en los que se caerá si se cuenta 10 en 10; cuando se parte de cualquier número, se favorece el procedimiento y toma de conciencia de sumar 10 o contar decenas a partir de cualquier número, ejemplo: 14, 24, 34, ..., etc.

Rápidamente los niños descubren que no es necesario sumar 10 cada vez sino que puede pintarse directamente toda la columna.

Esto es un paso adelante, ya que los niños confían en que ese es un procedimiento correcto y que obtienen los mismos números que si sumaran 10 cada vez.

Puede incluirse una actividad en parejas en la que uno de los niños pinta las casillas y otro sin verlas las enuncia, cambiando los roles posteriormente.

Para algunos números, por ejemplo, sumar de a 4, la regularidad es más difícil de percibir, ya que se repite (a nivel de las unidades) cada 2 filas o cada 3 en el caso de sumar de 6 en 6.

De todos modos debemos tener en claro que no se trata de aprender los múltiplos de cada dígito en 1er.grado, sino del descubrimiento de las regularidades y contribuir así al conocimiento de la serie numérica.

La actividad del Castillo está también dirigida a construirse una buena imagen mental de la serie, de su organización y de sus regularidades: es esa línea mental de números la que permitirá poner en relación unos números con otros. Puede estar presente mentalmente cuando ya no se dispone de la banda material.

Para terminar queremos mencionar que con similar finalidad se puede incorporar previamente la banda numérica, con números del 1 al 9 ó 10 en un primer momento, para incorporar hasta 30 ó 50 a mediados del año y finalmente la actividad del Castillo en los últimos meses.

FICHA DIDÁCTICA
LAS BALDOSAS[1] SEGUNDO GRADO

Esta situación corresponde a la tercer fase propuesta para la apropiación del sistema de numeración. Es complementaria de otras situaciones, que no pudimos desarrollar en el proyecto, en las que los alumnos utilicen reglas de canje, utilicen agrupamientos de a diez para organizar cantidades importantes, produzcan representaciones escritas de cantidades y trabajen la significación de la cifras en función de su posición.

En esta situación se trata de favorecer, de provocar que los niños se den cuenta que la escritura en cifras de un número de dos cifras da información sobre el número de paquetes de diez que contiene.

Se trata de recubrir rectángulos cuadriculados con la ayuda de cuadrados presentados en rectángulos de a diez o sueltos. Los rectángulos son presentados a los niños como pisos o paredes que hay que embaldosar. Para ello los niños van a buscar, y en una segunda fase hacer pedidos, las baldosas necesarias. A medida que el trabajo se va desarrollando, se van planteando restricciones de manera de animar a los niños a utilizar el máximo los paquetes de diez, hasta que el pedido hace aparecer un número de paquetes de diez equivalente a la cifra de las decenas del número total de cuadrados de la pieza a embaldosar y número de cuadrados sueltos correspondiente a la cifra de las unidades de ese mismo número.

Presentamos la ficha didáctica y luego comentaremos su desarrollo.

LAS BALDOSAS

Objetivos:
- diferenciar cifras de decenas y cifras de unidades en la escritura de un número de dos cifras,
- tomar conciencia de que el número de decenas comprendidas en una cantidad se "ve" en la escritura del número que expresa esa cantidad: en 25 hay dos decenas y esto se ve porque la escritura de 25 tiene un 2 "a la izquierda".
- utilizar las informaciones contenidas en la escritura de un número de dos cifras para resolver ciertos problemas.

Material:
- rectángulos cuadriculados de diferentes tamaños hechos en cartulina (se puede cuadricular una hoja - cuadrados de 1 cm. ó 1,50 cm - fotocopiar en cantidad, pegar sobre cartón y recortar las piezas),
- cuadrados de cartulina o cartón de 1 ó 1,50 cm sueltos,
- rectángulos de 2 x 5 cuadrados, que serán los "paquetes de 10".

Variables didacticas:

- El tamaño y la forma de las piezas a embaldosar
Un número demasiado pequeño de cuadrados no incita a utilizar los paquetes. Se proponen rectángulos cuyo número de cuadrados varía de 20 a 99.

- Las restricciones sobre el número de cuadrados sueltos que se pueden pedir
 * tantos como quiera
 * menos de diez (máximo nueve)
Muchos niños realizan descomposiciones muy variadas si no hay restricciones. El hecho de no aceptar más de 9 sueltos los fuerza a utilizar nuevas descomposiciones, en particular la que nos interesa por el objetivo propuesto.

---

[1] Esta secuencia fue tomada de "Un, deux... beaucoup passionnément! Les enfants et les nombres" INRP recontres pedagogiques Nº, 1988.

- **El modo de obtener los cuadrados**
  * servicio directo
  * pedido oral
  * utilización de un bono de pedido

El hecho de producir un bono de pedido supone que el redactor fija una descomposición, no la puede transformar. La exigencia de satisfacer las condiciones se hace más presente. Además, la presencia de las escritura de un número de cuadrados en el bono permite una comparación entre esta escritura y el número de paquetes y cuadrados pedidos.

El modo de validación
  * hecha por el grupo que hizo el pedido o no
  * superponiendo, pegando
  * utilizando la escritura del número.

LAS DIFERENTES ETAPAS DE LA SITUACION

La secuencia de actividades se desarrolla en varias clases y comprende cuatro fases:

FASE 1: APROPIACION DE LA SITUACION

Los niños van a trabajar en grupos de a dos. Cada pareja recibe una pieza para embaldosar. En una caja se ponen los paquetes de diez y en otra los cuadrados sueltos.

Etapa 1
En una primera clase, los niños se familiarizan con la situación y el material.

Consigna:
"Van a buscar, ***en una sola vez,*** *las baldosas que hacen falta para recubrir toda la pieza. Pueden tomar paquetes o cuadrados sueltos, como quieran. Uno sólo de cada pareja va a ir a buscar las baldosas".*

Durante la realización, la maestra observa el trabajo de los niños, en particular:
- el conteo inicial:¿cómo lo realizan?
- la actitud ante las cajas
- la utilización de paquetes de diez: ¿los usan? Si sí, ¿lo preveen antes de buscarlos?
- la memorización del número a tomar: ¿se lo olvidan?

La validación se realiza por cálculo del número total de cuadrados obtenidos (¿Es el mismo que el número contado al inicio?) o recubriendo (¿Hay lo que hace falta?).

La puesta en común permite poner en evidencia los éxitos, las dificultades y sus causas.

Etapa 2
La segunda clase debe "forzar" a los niños a utilizar los paquetes de diez.

Consigna:
"Hoy va a haber un vendedor, el nene encargado de buscar los cuadrados deberá pedirle al vendedor lo que quiere, en lugar de servirse él mismo. Además el vendedor no va a vender más de nueve cuadrados sueltos".

La obligación de pedir los cuadrados en lugar de tomarlos, anima a los niños de cada pareja a ponerse de acuerdo sobre lo que solicitan.

El rol del vendedor es fundamental en esta etapa y, de hecho, podrá ser jugado por niños que puedan respetar las restricciones (no más de 9 sueltos) y satisfacer el pedido. Se puede prever la posibilidad de un segundo pedido oral para las parejas que no hayan podido respetar el límite de cuadrados sueltos.

Cuando todos los grupos han terminado, la maestra hace observar algunas realizaciones y analizar éxitos y dificultades. Se ponen particularmente en evidencia los errores de pedidos debidos al olvido de lo que se había decidido en los grupos de manera de motivar la fase siguiente. Ciertos grupos, en particular los que han tenido dificultades, son invitados a decir qué es lo que han pedido y cómo han podido o no embaldosar su pieza.

FASE 2: UTILIZACION DE BONOS DE PEDIDO

La maestra propone la escritura de un bono de pedido para entregar al vendedor, quien podrá preparar los pedidos.

La forma y la formulación del bono puede ser el fruto de una investigación colectiva. ¿Qué hace falta indicar en el bono? ¿Cómo se puede controlar después?

Dos tipos de bonos pueden ser propuestos:

1 - Yo pido:

¤paquetes de diez

¤cuadrados sueltos

Nombre/s:

2 - Necesito ¤baldosas

Yo pido:

¤paquetes de diez

¤cuadrados sueltos

Nombre/s:

En el curso de la clase los niños reciben muchas piezas para recubrir

Esta clase se retoma dos o tres veces. Cada vez se compara, para ciertos casos, los bonos de pedido y las realizaciones correspondientes.

FASE 3: ANALISIS

Esta fase tiene por objetivo animar a los niños a hacer pedidos a partir del número total de cuadrados necesarios sin disponer de la pieza a embaldosar. Es decir, tienen que obtener la información del número.

Trabajan en grupos de a dos parejas. Una de las parejas, en su turno, manda un mensaje a la otra indicando el total de cuadrados que necesitan para embaldosar la pieza que han recibido.
La otra pareja elabora el pedido de paquetes de diez y cuadrados sueltos, busca el material, se reúnen y constatan por cálculo o recubrimiento.
Inmediatamente se invierten los roles.

FASE 4: PEDIDOS AGRUPADOS

Objetivo: dar sentido al algoritmo usual de la adición vinculándolo al conocimiento de las reglas de numeración: valor posicional (ligado a la idea de agrupamiento) y equivalencia entre distintos órdenes (ligada a la idea de canje).

La situación puede ser propuesta para iniciar el trabajo con esta técnica (sin distinguir suma con reagrupación y sin ella), o, habiéndola introducido con otra situación, como reinversión de los conocimientos que se están elaborando.

Procedimientos a los que se apunta:
- descomposición de números en decenas y unidades
- reunión por separado de decenas y unidades, seguida de canjes si es necesario.

Etapa 1
Cada niño recibe una pieza para embaldosar y escribe su bono de pedido. La maestra recoge las piezas y distribuye un nuevo bono de pedido cada dos niños. Cada pareja tiene que ponerse de acuerdo para hacer un solo bono de pedido entre los dos.

Con el nuevo bono de pedido van a solicitar los cuadrados a la maestra, quien además les devuelve las piezas que cada uno tenía para que puedan comprobar si su pedido satisface lo que necesitan.

Debido a que se mantiene la restricción de no más de 9 sueltos, con frecuencia van a tener que reagrupar. Por ejemplo si un niño tiene que pedir 4 paquetes de diez y 8 sueltos, y su compañero 3 paquetes de diez y 6 sueltos, van en principio a pensar en 7 paquetes de diez y 14 sueltos pero por la limitación de sueltos tendrán que reformular el pedido: 8 paquetes de diez y 4 sueltos. al recibir el material hay que autorizar a los niños a recortar un paquete o canjearlo para poder efectivamente recubrir sus piezas.

Trabajo individual
En el curso del desarrollo de la secuencia o en términos de evaluación muchas situaciones pueden ser planteadas:

1 - Completa los siguientes bonos de pedido:
a) Necesito 95 cuadrados. Yo pido:
.... paquetes de diez y .... cuadrados sueltos
b) Necesito .... cuadrados. Yo pido:
7 paquetes de diez y 6 cuadrados sueltos.

2 - Miguel tiene 53 baldosas en su cocina. El ha pedido 5 paquetes de diez y 3 baldosas sueltas.
¿Puede recubrir su cocina? ¿Hizo bien el pedido?

3 - Carola tiene 42 baldosas en su cocina. Ella pidió 3 paquetes de diez y 12 baldosas sueltas.
¿Puede recubrir su cocina? ¿Hizo bien el pedido?

4 - Luis tiene 68 baldosas en su cocina. El pidió 6 paquetes de diez y 5 baldosas sueltas.
¿Puede recubrir su cocina?

5 - He pedido justo lo que me hace falta para embaldosar el baño de mi casa. Pedí 4 paquetes de diez y 5 baldosas sueltas.
¿Cuántas baldosas hay en mi baño?

6 - Julián necesita 40 baldosas. El pidió 3 paquetes de diez y 10 sueltas.
¿Hizo bien su pedido? Si no, ¿cómo debe hacerlo?

7 - Sonia pidió 53 baldosas. el vendedor le dio 3 paquetes de diez y 5 sueltas.
¿Es correcto?

8 - Al vendedor se le han mezclado los bonos de pedido. Ayúdalo a ordenar sabiendo que:
Cecilia quiere 48 baldosas
Mariana quiere 84 baldosas.
Escribe el nombre de Cecilia y el de Mariana en los bonos que corresponden.

8 paquetes de diez
0 cuadrados

4 paquetes de diez
8 cuadrados

7 paquetes de diez

8 paquetes de diez

8 cuadrados · 4 cuadrados

9 - Para embaldosar la pieza de Andrés hacen falta 25 baldosas.
Para embaldosar la pieza de Laura hacen falta 37 baldosas.
Para embaldosar las dos hay que pedir:
........paquetes de diez.
........cuadrados sueltos.

OBSERVACIONES: ASPECTO GEOMÉTRICO

Los objetivos de la secuencia "Las baldosas" están netamente centrados en la toma de conciencia de la información que aporta la escritura en cifras de los números. Es indispensable proponer a los niños piezas a recubrir para las cuales el uso de paquetes de diez corresponde efectivamente a una descomposición del número total de cuadrados en unidades y decenas, lo que no es el caso de todos los rectángulos. Por ejemplo el de 7 x 3 no puede ser recubierto con dos paquetes de 10 y 1 suelto, si se lo presentáramos a los niños tenderían a pedir 1 paquete de diez y 11 sueltos (lo cual es muy razonable de su parte, pero no se vincula con el objetivo de la secuencia).

Para evitar poner a los niños ante una pieza imposible de embaldosar según las restricciones planteadas o inadecuada para nuestros objetivos, se propone la clasificación siguiente:

Rectángulos adecuados

* que se pueden recubrir de una sola manera: todos aquellos en los que la medida de uno de sus lados es múltiplo de 2 ó de 5 (4x5, 4x6, 4x7, 4x10).
* que se pueden recubrir de muchas maneras, pero que siempre están ligados a la numeración: 5x5, 5x7, 5x9, 6x6, 6x8, 7x7.

En tanto son menos "evidentes" es conveniente reservarlos para una segunda fase.

* que tienen una solución ligada a la numeración pero hay que buscarla 5x6, 5x8, 5x10, 6x7, 6x9, 7x8, 7x9, 7x10, 8x10, 9x10.

En tanto estos rectángulos plantean problemas geométricos de distribución el maestro puede decidir no usarlos para evitar distracciones respecto de los objetivos de la secuencia, aunque satisfacen las condiciones planteadas.

Rectángulos a evitar

* son aquellos para los cuales toda forma de paquetes de diez resulta inadecuada:

3x4, 3x7, 3x8, 3x9, 3x10, 4x4, 4x9, 8x8, 8x9, 9x9

DESARROLLO DE LA SECUENCIA "LAS BALDOSAS"

Esta secuencia se propuso para 2do. grado después de los juegos con cálculos y fue la primer situación en que las maestras y los niños llevaban adelante un trabajo con esta forma de organización: roles diferenciados, formulación de mensajes, confrontaciones, etc.

Probablemente por este motivo en todos los grados demandó más tiempo que el previsto en la ficha didáctica y además, en la evaluación, las docentes resaltan logros organizativos que no están en principio definidos entre los objetivos.

A la vez, estas condiciones definen límites, en cuanto a que esta secuencia estuvo aislada de otras situaciones que permitirían logros más precisos y sostenidos.

La apropiación del sistema de numeración requiere de un conjunto de secuencias que no estábamos en condiciones de realizar. Recomendamos tener muy presentes los objetivos de esta secuencia y no esperar de la misma lo que no es capaz de poner en juego.

Sin embargo permitió crear un contexto de referencia para un aspecto importante de la aproximación al sistema de numeración: obtener y tratar la información contenida en la escritura de números de dos cifras.

Procedimientos de los alumnos observados durante la fase de apropiación

- Contar uno a uno los cuadrados de la pieza, y lo mismo ante las cajas de las que van a obtener el material.

A los niños que se observa que utilizan este procedimiento es conveniente darles al inicio piezas cuyo tamaño no sea muy grande para que puedan afianzar su habilidad de conteo. El maestro debe atender especialmente su evolución, apuntando a que en el curso del trabajo mejoren su desempeño y sean capaces, a término de resolver con solvencia cualquiera de las piezas con las que trabajan sus compañeros.

- Contar de a dos, de a cuatro, en algunos casos en función de la medida de uno de los lados de las piezas.

- Contar de a 10 hasta cierto punto, por ejemplo 30, y luego continuar de a 1, 31, 32, ... 46.

- Contar de a 10 hasta el máximo posible, luego de a 1.

- Marcar sobre la pieza con los dedos los paquetes de 2 x 5 baldosas y contarlos en tanto paquetes, el resto de a 1.

- Marcar los cuadrados con lápiz a medida que los cuentan y al llegar a 10, escribir el 10 en ese cuadrado, luego contar los dieces.

Algunos de estos procedimientos ignoran el número total de baldosas (no es una condición para poder buscar o pedir paquetes y cuadrados sueltos). Las fases que siguen, particularmente la fase 3, forzará a los niños a poner en relación el número total con el número de paquetes y de cuadrados sueltos. Se produce un cambio de lo que es requerido.

Uno de los nenes de la Escuela N° 16 comenta en la puesta en común:
Javier: "Yo le dije que fuera a buscar 4 de diez y 8 sueltos y no sé por qué trajo 48"
Nicolás: "Javi contó y me dijo que había 48, y yo fui a buscar 48".

Como vemos, para los niños, las informaciones pueden estar yuxtapuestas y no necesariamente relacionadas. Establecer esas relaciones, por parte de cada niño, es uno de los objetivos de la secuencia.

Al término de la fase 3, a través de la puesta en común, debe quedar claro para todos como se "lee" la información contenida en el número. Puede ser el momento adecuado para que el maestro proponga las denominaciones "unidades y decenas", si es que no estaban presentes para el grupo por otras actividades.

En la ficha didáctica original se proponía el trabajo con enunciados después de la fase 3. A raíz de la experiencia en el proyecto hemos visto que puede ser conveniente proponer algunos trabajos individuales en paralelo con el desarrollo de las fases anteriores, para poder observar en qué medida cada alumno va siguiendo la evolución de la situación.

En la fase 4, de pedidos agrupados, es muy importante retirar las piezas con las que ha trabajado cada niño a la hora de que tengan que elaborar un bono común porque si no los niños simplemente cuentan los cuadrados de una pieza y continúan con los de la otra. Dado que el objetivo es poner en juego la técnica de adición se debe provocar que los niños trabajen con la escritura en cifras, de otro modo es una simple actividad de conteo.

Esta actividad, por sí misma, no es suficiente para que los alumnos realicen una construcción significativa del algoritmo de la suma. Como hemos dicho en la Fundamentación Teórica, muchos otros aspectos quedan comprometidos, en particular, el alumno podrá centrar más fácilmente su atención sobre la buena ejecución del algoritmo si dispone de resultados del repertorio aditivo y si es capaz de hacer estimaciones y controlar lo que obtiene.

Para terminar vamos a reproducir los comentarios y recomendaciones que hacen dos de las maestras que llevaron adelante en sus aulas la secuencia "Las baldosas".
Escuela N° 20 - Mirta

"Me sentí muy segura al aplicarla, la organización de sus distintas fases, la coherencia de una actividad a otra creo que colaboraron para que así sea.

El grupo respondió de acuerdo con mi seguridad, fue un muy buen trabajo en el que el placer por jugar enriqueció el resultado obtenido.

¿Qué le diría a un maestro que la va a aplicar por primera vez?

*1- Leer **muy bien** toda la secuencia antes de aplicarla.*

2 - Tener especial cuidado al dar la primer consigna, los chicos tienen que estar seguros de lo que van a hacer, recalcar que sólo van a hacer un viaje y que deben cubrir justo el patio, ni más ni menos.

3 - Rotar los pares de chicos para que interactúen de verdad, evitando que sea, a veces, uno que trabaja y otro que es espectador.

4 - No apurarse a pasar de una fase a otra sin estar seguro de la adquisición"

Escuela N° 16 - Antonia

"Las dificultades sucesivas hicieron que los chicos no perdieran interés.

Estos chicos tenían un conocimiento general del análisis en unidades y decenas, quizás por eso al acordar el bono de pedido apareció muy pronto esa terminología.

Me parece muy apropiada para aplicarse a comienzos de 2do. o en grupos avanzados a fines de 1ro.

Le recomiendo al maestro que tenga abundante material y que lo tenga ordenado según niveles de dificultad para poder usar los diferentes patios en forma graduada."

Finalmente, esperamos en la continuación de este proyecto, afinar el análisis de esta secuencia en dirección a precisar algunos puntos y definir su vinculación con otras secuencias que han de ser propuestas.

BIBLIOGRAFIA

Sobre Desarrollo Curricular

ALDEROQUI, S.; BENEGAS, M.; MENDOZA, S. y PARRA, C. *Texto y contexto. Proyecto de Contextualización del Diseño Curricular de Nivel Primario*, Dirección de Curriculum, M.C.B.A., 1990.

COLL, C. Psicología y currículum, Ed. Laia, España.

GIMENO SACRISTAN, J. El currículum: una reflexión sobre la práctica. Ed. Morata, Madrid, 1988.

POPKEWITZ, T. La producción del conocimiento escolar y los lenguajes curriculares. Cuestiones institucionales en el seguimiento de las matemáticas escolares. Revista de Educación N° 282 (1987) pp.61 a 85. Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. España.

ROCKWELL, E. Etnografía y teoría de la investigación educativa. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Méjico, 1980.

STENHOUSE, L. Investigación y desarrollo del currículum. Ed. Morata, Madrid, 1987.

Sobre Didáctica de Matemática

BERGADA MUGICA, E. y otras, Así aprendemos matemática. Libro del maestro 1 a 5. Ed. Hachette - Edicial, 1985-1990.

BRESSAN, A. y RIVAS, S. Los problemas y las cuentas en los primeros grados. Hacer escuela. Revista de Educación de la escuela Mundo Nuevo. Año 9 N° 9 pp.14 a 17.

BROUSSEAU, G. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathèmatiques. Recherches en didactique des Mathèmatiques. Vol 4 N° 2, pp. 165 a 198, 1983.
Les differentes roles du maître . Bulletin AMQ, pp.14 a 24, mayo 1988.

CHARNAY, R. Apprendre (per) la resolution des problemes, Grand N n 42, Grenoble, 1988.

CHEVALLARD, Y. Remarques sur la notion de contrat didactique, IREM de Marseille.
Pour la didactique, IREM de Marseille, 1981.

DOUADY, R. Rapport enseignement aprrentissage: dialectique outil-objet, jeux de cadres. Cahier de didactique des mathèmatiques N° 3, IREM de París.

FAYOL, M. Nombre, numèration et dénombrement: que sait -on de leur acquisition? Revue francaise de pedagogie N° 70, pp.59 a 77, 1985.

INRP - ERMEL Un, deux ... beaucoup passionnèment ! Les enfants et les nombres rencontres pedagogiques, 1988, N° 21.
Apprentissages numériques et résolution de problémes, Hatier, París, 1990.
Apprenstissages numériques et résolution de problèmes. Cours préparatoire. Hatier, París, 1991.

HUGHES, M. Los niños y los números, Ed. Planeta, España, 1987.

KAMII, C. El número en la educación preescolar, Visor Libros, España, 1984.
El niño reinventa la artimética, Visor Libros, España, 1986.

MACHADO, N. Matemática e Lingua materna. Análise de uma impregnacao mutua, Cortez Editora, Sao Paulo, 1990

MORENO, M. y SASTRE, G. Descubrimiento y construcción de conocimientos, Ed. Gedisa, 1990.

MUGNY, G. y PEREZ, J. (edit.) Psicología social del desarrollo cognitivo, Ed. Anthropos, 1989.

ORTON, A. Didáctica de las matemáticas, MEC y Ediciones Morata, 1990.

PIMM, D. El lenguaje matemático en el aula, MEC y Ed. Morata, 1990.

RICCO, G. La apropiación del conocimiento en situaciones didácticas. Serie Estudios e Informes de Investigación. IRICE-CONICET-U.N. de Rosario, set. 86.

SAGESSE, N. Matemática, Módulo 1, Dirección General de Planeamiento, Educación, 1988.

SAIZ, I. Matemática - Programa, Consejo General de Educación, Corrientes, 1990.
"Dados de colores", "Banda numérica", "Algunas consideraciones sobre la enseñanza de la suma". Consejo General de Educación, Corrientes, 1991.

SASTRE, G. Las escrituras ariméticas. Aprendizaje de los signos ariméticos y su generalización, España, Mimeo.

SINCLAIR, H. Los procedimientos de aprendizaje del niño frente a los sistemas representativos. Jornadas de Pedagogía Operatoria.

VERGNAUD, G. y RICCO, G. Didáctica y adquisición de conceptos matemáticos. Problemas y métodos. Revista Argentina de Educación N° 6, AGCE pp. 67-89.
El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela, México, Trillas, 1991.