Programa de reorganización de las trayectorias escolares de los alumnos con sobreedad
en el Nivel Primario de la Ciudad de Buenos Aires

Proyecto Conformación de grados de aceleración

Grado de aceleración 6º | 7º

Cuarto Tomo: Números y operaciones, parte II

Matemática

Material para el docente

2005

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento.

Dirección General de Planeamiento. Secretaría de Educación. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
Grados de aceleración 6º/7º : material para el docente : matemática : 4º Tomo /
coordinado por Alejandra Rossano y María Elena Cuter. - 2a ed.- Buenos Aires :
Dirección General de Planeamiento de la Secretaría de Educación GCBA, 2005.
60 p. ; 28x21 cm.

ISBN 987-549-235-3
1. Educación-Programas de Estudios I. Rossano, Alejandra, coord. II. Cuter, María, coord. I. Título.
CDD 372.011

Dirección General de Planeamiento
Bartolomé Mitre 1249 . CPA c1036aaw . Buenos Aires
Teléfono/fax: 4372 5965
e-mail: dgpl@buenosaires.esc.edu.ar

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Jefe de Gobierno

Dr. Aníbal Ibarra

Vicejefe de Gobierno

Lic. Jorge Telerman

Secretaria de Educación

Lic. Roxana Perazza

Subsecretaria de Educación

Lic. Flavia Terigi

Directora General de Planeamiento

Lic. Florencia Finnegan

Directora General de Planeamiento

Lic. Florencia Finnegan

Directora de Currícula

Lic. Cecilia Parra

Coordinadoras del Programa

María Elena Cuter ▪ María Alejandra Rossano

Equipo técnico del Programa

Antonio Carabajal ▪ Mercedes Etchemendy ▪ Marcela Fridman ▪ Ianina Gueler ▪ Mariela Helman
Guillermo Micó ▪ Egle Pitón ▪ Matías Scheinig ▪ Paola Tarasow ▪ Violeta Wolinsky

Dirección de Currícula

Coordinación General

Susana Wolman

Matemática

Coordinación del área y supervisión del trabajo

Patricia Sadovsky

Elaboración de este material curricular

Héctor Ponce ▪ María Emilia Quaranta

Coordinación del equipo de edición: Octavio Kulesz.

Corrección: Teresita Vernino.

Diseño gráfico y diagramación: María Victoria Bardini, Verónica Feinmann, Gabriela Middonno.

Ilustraciones: Eugenia Nobati.

ÍNDICE

MATEMÁTICA

Números y operaciones

Parte II

Fracciones

Contenidos

◗ Comparación de fracciones a través de diferentes recursos. Sistematización del algoritmo consistente en multiplicar o dividir por un mismo número numerador y denominador para obtener fracciones equivalentes.
◗ Resolución de problemas que requieran sumar y restar fracciones. Sistematización de estrategias para sumar y restar fracciones.
◗ Ubicación de una fracción entre otras dadas. Representación de fracciones en la recta numérica.

Actividad preliminar. Un repaso

Como venimos planteando a lo largo del material, estamos proponiendo una organización de los contenidos que permita retomar los temas para profundizarlos y para tratar cuestiones nuevas. Por ese motivo, sugerimos iniciar esta unidad con una revisión de lo trabajado sobre fracciones hasta el momento. Esta revisión llevará aproximadamente dos clases.

1) Recordando la definición y algunas relaciones de partida
Ya hubo un repaso sobre el tema de fracciones al iniciar el tratamiento de los números decimales (ver Tomo 1 del *Material para el docente* y 2° bimestre en el *Material del alumno*). Sugerimos en primer término invitar a los alumnos a revisar las preguntas orientadoras incluidas en ese material.

2) Recordando el trabajo sobre fracciones en diferentes contextos
Una segunda actividad de repaso puede consistir en revisar grupos de problemas en los que se ha movilizado la noción de fracción. Para ello, el docente puede mencionar las diferentes clases de situaciones trabajadas en las cuales hayan utilizado fracciones:

a) medidas de tiempo;
b) medidas de longitud;
c) medidas de peso;
d) problemas de proporcionalidad.

Proponemos dividir la clase en pequeños equipos y distribuirles uno de cada uno de estos cuatro grupos de problemas. Los alumnos deberán revisar los problemas dentro de ese tema, que incluyen fracciones para exponerlos de manera resumida ante el conjunto de la clase. La exposición podría incluir cuáles fueron los problemas, qué debían tener en cuenta al resolver cada uno de ellos, qué es necesario recordar para abordarlos y las conclusiones anotadas en aquel momento.

Para consolidar el repaso, el docente puede recordar ciertas relaciones que se han establecido a propósito de las actividades de cálculo mental realizadas:

- $\frac{1}{n}$[1] de una cierta unidad es una cantidad tal que n veces esa cantidad equivale a la unidad: $\frac{1}{n} \times n = 1$.
- La mitad de $\frac{1}{n}$ es $\frac{1}{2}$ n porque, si se parte por la mitad una fracción, se necesitará el doble de "partecitas" para reconstruir la unidad.
- El resultado de repartir ***a*** objetos (que admiten fraccionamiento) entre ***b*** personas es la fracción $\frac{a}{b}$. Este reparto puede pensarse de la siguiente manera: cada objeto se parte en ***b*** partes iguales (porque son b personas) de lo cual resulta que cada persona obtiene la fracción $\frac{1}{b}$. Como hay ***a*** objetos, resultará que habrá ***a*** veces $\frac{1}{b}$ para cada persona y esto es la fracción $\frac{a}{b}$.

Es importante que se recuperen para toda la clase cálculos mentales de dobles y mitades de fracciones, ya que ofrecen una oportunidad de revisar una y otra vez el concepto de fracción. (*¿Cuánto es la mitad de $\frac{1}{5}$? ¿Y de $\frac{3}{5}$?, etcétera.*)

Actividad 1 PROBLEMAS PARA PROFUNDIZAR CONOCIMIENTOS SOBRE LAS FRACCIONES Y LAS MEDIDAS

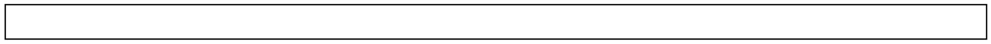
Los siguientes problemas retoman enunciados que ya han sido trabajados y a partir de los cuales se plantean nuevas cuestiones. La idea es poner a los alumnos en situación de revisar lo realizado y enfrentar nuevos desafíos. Es importante que el maestro anticipe esto a los niños.

Material para el alumno (4° bimestre, página 9)

Ya resolviste los problemas que te presentamos a continuación. Te proponemos ahora que, a partir de ellos, realices las actividades siguientes para que puedas profundizar tus conocimientos sobre las fracciones.

[1] La notación con letras es sólo para "economizar" la comunicación con el docente. De ningún modo se piensa en este nivel de formulación para los alumnos, con quienes se irán tratando estas relaciones a partir de ejemplos específicos.

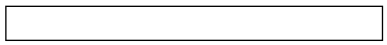
1) *El largo de esta tira es de 3 $\frac{1}{4}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.*



Volvé a resolverlo. (Podés ayudarte buscándolo en la página 36 del cuadernillo del 2º bimestre, problema 1b). Ahora, considerando la misma unidad, dibujá una tira que mida 4 $\frac{3}{4}$ de dicha unidad.

2) El siguiente es el problema 2 en *Medidas de longitud*. Problemas de recapitulación, en el Cuadernillo del 2° bimestre, página 54:

Inventá una unidad de medida de manera tal que, al medir esta tira, el resultado sea $\frac{1}{4}$.



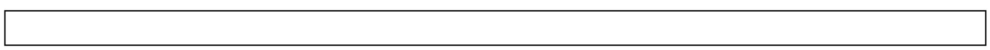
Podés buscarlo y revisar cómo lo habías resuelto.

a) Dibujá ahora otra unidad de manera tal que, en lugar de obtener $\frac{1}{4}$ cuando se mide la tira anterior, se obtenga $\frac{1}{3}$.

b) ¿Cómo debería ser la unidad si te informaran que, al medir la tira del dibujo, el resultado fue $\frac{2}{3}$?

3) Este problema se encuentra en el mismo apartado del Cuadernillo del 2° Bimestre que el anterior:

El largo de esta tira es de 6 $\frac{1}{2}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.



a) Dibujá cómo sería la unidad si ahora te informaran que el largo de esta misma tira es $\frac{2}{3}$.

b) Y si esta tira midiera 2, ¿cómo sería la unidad?

4)
a) Discutan en grupo la siguiente afirmación:

Si la medida de una tira es menor que 1, entonces es posible estar seguro de que la unidad de medida es más larga que la tira.

b) ¿Qué podemos saber acerca de la unidad de medida en el caso de que la medida de la tira sea mayor que 1?

c) ¿Y si la medida de la tira fuera...?

2

10

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

Los cuatro problemas anteriores vuelven a ofrecer la oportunidad de usar las fracciones en el contexto de la medida. Con respecto a las actividades ya realizadas, se avanza planteando dos nuevas cuestiones.

La primera de ellas es que se pide establecer cuál es la unidad dando como "dato" una fracción con numerador diferente de 1. Por ejemplo, en 2) se pide hallar la unidad conociendo $\frac{2}{3}$ de la misma, en tanto que hasta este momento se había pedido recuperar la unidad dando como dato fracciones del tipo $\frac{1}{n}$. En el problema 2 planteado, para hallar la unidad a partir de $\frac{2}{3}$ hay que establecer que la mitad de $\frac{2}{3}$ es $\frac{1}{3}$ y a partir de ahí reconstruirla.

La segunda cuestión sobre la cual se avanza es la de proponer el tratamiento de relaciones formuladas de una manera más general, como en el problema 4. Aquí, se trata, en primer lugar, de identificar que:

- si la unidad de medida es igual que la longitud a medir, la medida es igual a 1;
- si es mayor, la medida resulta menor que 1;
- y si es menor, la medida resulta mayor que 1.

Luego, el ítem c) retoma esta relación general, precisándola aún más, al poner de relieve que medir significa comparar con una unidad de medida. Por ejemplo si la medida es 2, la unidad de medida es igual a la mitad de la tira; si la medida es $\frac{1}{3}$, la unidad es igual a tres veces el largo de la tira; etcétera.

Actividad **2**

COMPARACIONES CON FRACCIONES

Material para el alumno (4° bimestre, página 11)

1) Ya habíamos aprendido diferentes maneras de comparar fracciones. Buscalas en tu material (Cuadernillo del 2° bimestre, página 61)[2]

2 En el *Material para el Docente:* Tomo II, Cálculo mental. Fracciones, página 32.

A veces, decidir si una fracción es mayor o menor que otra puede resultar bastante sencillo.

Por ejemplo: decidir cuál de estas dos fracciones es mayor.

$\frac{1}{3}$ y $\frac{7}{5}$

Ya sabemos que $\frac{1}{3}$ es menos que un entero.

También sabemos que $\frac{5}{5}$ es "justo" un entero, por lo tanto $\frac{7}{5}$ es más que un entero, es un entero y $\frac{2}{5}$.
Entonces $\frac{7}{5}$ es mayor que $\frac{1}{3}$.

Este procedimiento también puede emplearse en otros casos cuando las fracciones son números más grandes. Por ejemplo: decidir cuál de estas dos fracciones es mayor.

$\frac{33}{8}$ y $\frac{26}{3}$

Podemos pensar que $\frac{33}{8}$ es mayor que 4 enteros y menor que 5 enteros porque si $\frac{8}{8}$ es un entero, $\frac{32}{8}$ es 4 enteros y $\frac{33}{8}$ es 4 enteros y $\frac{1}{8}$. También podemos pensar que $\frac{26}{3}$ es más que 8, casi 9. Si $\frac{3}{3}$ es un entero, $\frac{24}{3}$ es 8 enteros. Entonces $\frac{26}{3}$ es 8 enteros y $\frac{2}{3}$ más. Por lo tanto, $\frac{26}{3}$ es mayor que $\frac{33}{8}$.

En definitiva, algunas veces, para comparar fracciones, alcanza con fijarse entre qué enteros está. ¿Recordás que ya habíamos visto esto antes?

Sin embargo, en otras oportunidades, la comparación no puede hacerse de esta manera. Por ejemplo, si se trata de comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{9}$, ya que ambas son fracciones menores que 1.

En algunas situaciones, para comparar y calcular con fracciones, es conveniente transformarlas en fracciones equivalentes.

Recordá
A las fracciones que representan la misma medida con respecto a una unidad se las llama **fracciones equivalentes**. En realidad, dos fracciones equivalentes son dos formas diferentes de escribir el mismo número.

Por ejemplo:

Se quiere comprar $\frac{1}{2}$ kg de café, pero en el supermercado sólo hay paquetes de $\frac{1}{8}$ kg. ¿Cuántos paquetes se deben comprar?

Para resolver esta situación, se puede considerar que es conveniente pensar el medio kilo como octavos.

Es decir, con dos paquetes de $\frac{1}{8}$ kg, se obtiene $\frac{1}{4}$ kg porque $\frac{1}{8}$ es la mitad de $\frac{1}{4}$. Por otro lado, el doble de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$. Por lo tanto, con 4 paquetes de $\frac{1}{8}$ kg se obtiene $\frac{1}{2}$ kg. Entonces:

$\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{4}{8}$

En este caso, para poder establecer relaciones entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$, fue conveniente expresar $\frac{1}{2}$ como $\frac{4}{8}$. Lo que hicimos fue transformar la fracción $\frac{1}{2}$ en otra equivalente con denominador 8.

Cuando dos fracciones tienen igual denominador, es fácil compararlas: alcanza con comparar sus numeradores. Pero no sucede lo mismo cuando las fracciones tienen diferente denominador, no basta con considerar los numeradores. En esas situaciones, es útil buscar fracciones equivalentes a las dadas que tengan el mismo denominador para poder compararlas.

Volvamos a nuestro ejemplo de comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{9}$.

Sabemos que $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$;

entonces, $\frac{2}{3} = 2 \text{ x } \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$

$\frac{6}{9} < \frac{7}{9}$

Aquí se transformó una sola de las fracciones ($\frac{2}{3}$) en otra equivalente con denominador 9 para poder compararla con $\frac{7}{9}$. A veces, para obtener fracciones del mismo denominador, es necesario transformar las dos fracciones que se quieren comparar (o con las cuales se quiere operar) en fracciones equivalentes.

Por ejemplo, para comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$, es posible pensar que:

$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

$\frac{2}{3} = 2 \text{ x } \frac{5}{15} = \frac{10}{15}$

$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{4}{5} = 4 \text{ x } \frac{3}{15} = \frac{12}{15}$

$\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$

¿Cómo darse cuenta de cuál es el denominador que "conviene" considerar para transformar las fracciones? Se trata de encontrar un denominador que sea múltiplo de los dos denominadores con los que se está trabajando. En el primer ejemplo, los denominadores son 3 y 9, y como 9 es múltiplo de 3 se pudo obtener una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ con denominador 9. En el segundo ejemplo, 15 es múltiplo de 3 y de 5 y ése es el denominador que se usó para transformar las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$.

¿Cómo podrías establecer cuál de estas dos fracciones es mayor?: ¿$\frac{2}{5}$ o $\frac{3}{8}$?

2) Al analizar los ejemplos anteriores, vimos que:

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$

a) En muchos libros de matemática aparece el siguiente enunciado:

Si se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original.

¿Se verifica esta relación en las fracciones equivalentes encontradas en los ejemplos anteriores?

¿Podrías explicar por qué funciona esta propiedad?

b) Analizá si la siguiente afirmación es verdadera o falsa y explicá tu opción:

Si se divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la original.

c) Analizá la discusión entre Matías y Tomás:

Matías: $\frac{4}{32}$ *es equivalente a* $\frac{10}{80}$ *porque el 4 entra 8 veces en el 32 y el 10 entra 8 veces en el 80. Es decir, cada numerador entra la misma cantidad de veces en su denominador.*

Tomás: *$\frac{4}{32}$ no es equivalente a $\frac{10}{80}$ porque no hay ningún número natural que multiplicado por 4 dé 10, entonces no puedo pasar a una fracción equivalente a $\frac{4}{32}$ con numerador 10.*

¿Qué pensás de los argumentos de Matías y de Tomás? Finalmente, ¿son o no equivalentes $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$?

d) Analizá si el siguiente enunciado es verdadero o falso y explica por qué:

Si se suma al numerador y al denominador de una fracción un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a la dada.

A partir de estos problemas se pretende fundamentar y formalizar estrategias para reconocer fracciones equivalentes.

Para el ítem a) será importante alentar la formulación de explicaciones por parte de los alumnos y analizar colectivamente si resultan o no aceptables como explicaciones. Finalmente, el docente puede "redondear" la siguiente idea: si se considera una fracción del tipo $\frac{1}{n}$, y la misma se parte en 2, 3, 4, ... partes iguales, se obtienen las fracciones $\frac{1}{2n}$, $\frac{1}{3n}$, $\frac{1}{4n}$; pero al considerar por ejemplo, la mitad de $\frac{1}{n}$, es claro que para reconstruir $\frac{1}{n}$, habrá que sumar 2 veces $\frac{1}{2n}$. Resulta entonces que $\frac{1}{n}$ es equivalente a $\frac{1}{2n}$ + $\frac{1}{2n}$, o sea $\frac{2}{2n}$. Este análisis, que acá se propone de manera general, se realizará con los alumnos a propósito de ejemplos específicos pero atribuyéndoles un valor genérico.

La situación b) apunta a ver la propiedad anterior en sentido inverso. Si una fracción se obtuvo multiplicando numerador y denominador por un mismo número natural, para pasar de esta segunda fracción a la primera, habrá que dividir numerador y denominador por un número natural. A partir de este análisis, se puede instalar el significado de *simplificar fracciones.*

En la situación c) se pretende analizar con los alumnos el hecho de que podría ocurrir que dos fracciones fueran equivalentes aunque no se "pase" de una a la otra multiplicando el numerador y el denominador por un número natural.

Una manera de establecer la equivalencia entre $\frac{4}{32}$ y $\frac{10}{80}$ es dividir el numerador y el denominador de ambas fracciones por un mismo número en cada caso: si se divide el 4 y el 32 por 4, resulta que $\frac{4}{32}$ es equivalente a $\frac{1}{8}$ y si se divide 10 y 80 por 10, también resulta que $\frac{10}{80}$ es equivalente a $\frac{1}{8}$. Resulta entonces que $\frac{4}{32} = \frac{10}{80}$.

El enunciado d) es falso, pero los alumnos suelen considerarlo verdadero. Será importante analizar ejemplos que muestren que, al sumar un mismo número al numerador y al denominador de una fracción dada, no se obtiene una fracción equivalente. Por ejemplo, $\frac{2}{5}$ no es equivalente a $\frac{5}{8}$ (la primera es menor que $\frac{1}{2}$ y la segunda es mayor que $\frac{1}{2}$). En este caso, algunos contextos particulares contribuyen a comprender por qué al sumar un mismo número al numerador y al denominador, en general, no se obtiene una fracción equivalente a la dada. Por ejemplo, si se tiene un conjunto de 3 bolitas rojas y 7 negras, la fracción de bolitas rojas sobre el total de bolitas es de $\frac{3}{10}$. Si se agregara una bolita roja, intuitivamente se acepta que la fracción de rojas aumenta, esta fracción ahora es de $\frac{4}{11}$, resultante de sumar 1 al numerador y 1 al denominador de aquella fracción. El ejemplo ayuda a comprender que $\frac{4}{11}$ es mayor que $\frac{3}{10}$.

Material para el alumno (4° bimestre, página 15)

3) Teniendo en cuenta el análisis de fracciones equivalentes realizado en el problema anterior, decidí si los pares de fracciones que se presentan en cada caso son equivalentes o no:

a) $\frac{7}{8}$ y $\frac{42}{40}$

b) $\frac{12}{5}$ y $\frac{108}{45}$

c) $\frac{34}{8}$ y $\frac{102}{24}$

d) $\frac{24}{7}$ y $\frac{121}{35}$

e) $\frac{6}{10}$ y $\frac{9}{15}$

f) $\frac{21}{6}$ y $\frac{651}{186}$

g) $\frac{32}{6}$ y $\frac{112}{18}$

h) $\frac{4}{6}$ y $\frac{9}{11}$

A partir de las actividades anteriores, podrá notarse que el trabajar con la idea de equivalencia trasciende la propuesta de multiplicar o dividir a numerador y denominador por un mismo número, para tratar de avanzar en el establecimiento de un conjunto de relaciones entre dos o más fracciones equivalentes. Como siempre, cada estrategia que se pone en juego resalta un aspecto particular y será un objetivo del maestro que los niños exploren, analicen y discutan estas relaciones.

Actividad 3 SUMAS Y RESTAS CON FRACCIONES

Material para el alumno (4° bimestre, página 16)

El año pasado resolviste este problema:

Necesito comprar $2\frac{1}{4}$ kg de café. En la góndola del supermercado sólo quedan paquetes de $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg y 1 kg. ¿Qué paquetes puedo comprar? ¿Hay una sola posibilidad? Si quiero llevar la menor cantidad posible de paquetes, ¿cuáles debo elegir?

Ahora te proponemos nuevas preguntas sobre el mismo problema:

a) Si sólo hubiera paquetes de $\frac{1}{2}$ y de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántos de cada uno debo elegir para comprar los $2\frac{1}{4}$ kg? ¿Hay más de una posibilidad?

b) ¿Es cierto que si elijo tres paquetes de $\frac{1}{2}$ y uno de $\frac{1}{4}$ kg estoy llevando más de 2 kg?

c) Un chico escribió esta cuenta para saber cuánto café estaba comprando: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\ \frac{2}{4}$. ¿Es correcto el resultado que obtuvo? Explicá tu respuesta.

2)
a) Resolvé los siguientes problemas:

Juan comió $\frac{1}{2}$ torta y María comió $\frac{1}{4}$ de torta. ¿Cuánta torta comieron entre los dos?

Marta compró primero $\frac{2}{8}$ kg de café y luego compró $\frac{1}{4}$ kg más. ¿Cuántos kg de café compró Marta?

Alicia recorrió $\frac{1}{5}$ del camino y luego $\frac{1}{10}$ del camino. ¿Qué parte del camino recorrió Alicia?

Sandra compró un paquete de $\frac{3}{4}$ kg de caramelos. Ya comió $\frac{1}{2}$ kg. ¿Cuántos kg de caramelos le quedan?

Verónica comió $\frac{1}{3}$ de torta. Laura y Silvia comieron $\frac{1}{6}$ de torta cada una. ¿Cuánta torta comieron entre las tres?

Anotá todos los cálculos involucrados en los problemas anteriores.

b) Ahora realizá estos cálculos:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} =$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

c) Analizá los procedimientos que usaron para resolver a) y b), establecé qué tienen de parecido y qué tienen de diferente.

Los niños ya han realizado, en problemas anteriores, actividades en las que es necesario sumar y restar fracciones. Tal es el caso del problema de los paquetes de café que retomamos en esta sección. Se espera ahora que reutilicen el procedimiento de encontrar una fracciones equivalentes con el mismo denominador para sumar y restar. Se trata de un procedimiento cuya comprensión, más allá de la regla mecánica, es difícil porque hay que aceptar que, al reemplazar una fracción por otra equivalente, la suma va a seguir siendo la misma. Es importante que el docente tenga presente esta complejidad y vaya chequeando en el desarrollo de las clases el grado de aceptación y comprensión de los alumnos.

En este sentido es interesante que, además de discutir sobre cuál es el resultado de las operaciones propuestas, se analice cómo se obtuvieron dichos resultados. Este análisis constituirá el foco del momento de trabajo colectivo, y la utilización del procedimiento de transformar las fracciones en fracciones equivalentes de igual denominador podrá ser extendido a todas las sumas y restas del problema 2a).

El problema 2b) exige transformar las dos fracciones que intervienen en el cálculo. El procedimiento explicitado a raíz del problema 2a) constituirá un punto de apoyo fundamental. Será interesante discutir por qué estas sumas y restas son "un poco" más difíciles que las propuestas en la parte a). Se espera arribar a conclusiones del tipo:

- Buscar fracciones equivalentes a las fracciones con las cuales hay que operar, con el mismo denominador entre sí, también es útil para sumar y restar fracciones.
- En el segundo ejercicio hay que buscar una fracción equivalente a cada una de las dos fracciones del cálculo y no a una sola.
- Hay que buscar un número que esté en la tabla del 2 y del 5 o que sea múltiplo de 2 y 5 simultáneamente (para la primera de las restas) o, de manera general, hay que buscar un múltiplo de los dos denominadores.

Material para el alumno (4° bimestre, página 18)

3)
Para cada uno de los siguientes items, proponé cinco sumas o restas diferentes que den como resultado las fracciones indicadas:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{7}{6}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $\frac{12}{10}$

Si los alumnos propusieran sólo cálculos con fracciones del mismo denominador, el docente los alentará a buscar otros con un número natural y una fracción o con fracciones de diferente denominador.

Material para el alumno (4° bimestre, página 18)

4)
a) Decidí si es cierto que con 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro y 2 vasos de $\frac{1}{5}$ litro puedo llenar una botella de $1\frac{1}{2}$ litro.

b) De una jarra en la que había $\frac{3}{4}$ litros se consumieron $\frac{2}{5}$ litros. Averiguá qué cantidad de líquido quedó en la jarra.

c) En una encuesta a los chicos de 2º grado, en el que cada chico practica a lo sumo un deporte, se obtuvieron los siguientes resultados:

$\frac{1}{4}$ de los entrevistados juega al fútbol;

$\frac{1}{6}$ de los entrevistados juega básquet;

el resto de los entrevistados no hace ningún deporte;

¿Qué parte del total de los alumnos de ese grado no hace ningún deporte?

d) ¿Qué número hay que sumarle a $\frac{3}{5}$ para llegar a $\frac{17}{20}$?

e) ¿Es cierto que si a $\frac{4}{15}$ se le resta $\frac{1}{6}$, se obtiene la décima parte de un entero?

f) La estrategia de buscar fracciones equivalentes que usamos en la comparación de fracciones sirve para sumar y restar fracciones. ¿Cómo podrías explicarlo?

El pasaje de sumas y restas en contextos particulares al cálculo con números descontextualizados puede resultar complejo porque los alumnos se resisten a pensar las fracciones como números. Es importante que el docente recalque que en cada uno de los problemas anteriores hay involucrado un cálculo con números fraccionarios y que de la situación contextualizada puede "extraerse" un cálculo "pelado" (con números sin referencia a un contexto particular). La aceptación de los cálculos contribuye justamente a la conceptualización de las fracciones como números.

Actividad **4**

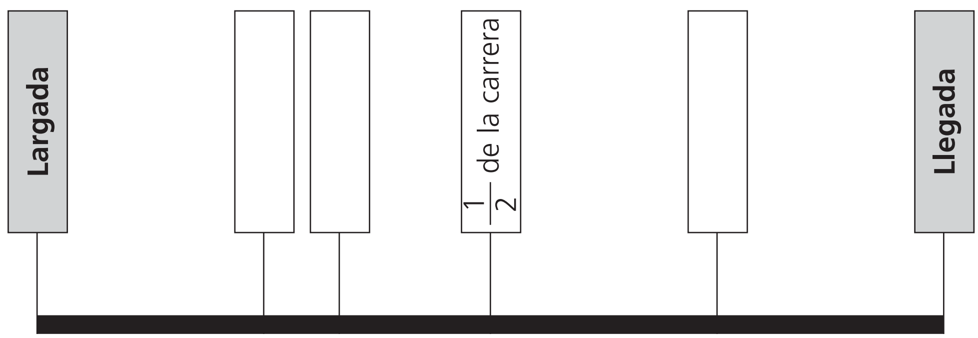
LAS FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

La representación de fracciones sobre la recta numérica constituye un ámbito sumamente fructífero para poner en juego las relaciones construidas sobre estos así como para construir otras relaciones nuevas. La ubicación de números en la recta puede ser un buen "soporte" para comparar fracciones, para ubicar una fracción entre dos enteros o para operar con fracciones. Sin embargo, debemos partir de reconocer la dificultad que supone para los alumnos comprender esta representación. En efecto, es la primera vez que se enfrentan al problema de representar fracciones sobre un eje y para ello deben comprender por qué los números se anotan no sólo ordenados sino conservando una cierta escala que puede variar de una representación a otra. También será necesario que comprendan que dicha escala se determina fijando la posición del 0 y del 1 o, más generalmente, fijando la posición de dos números cualesquiera. Dada la complejidad que acabamos de señalar, proponemos iniciar el trabajo con rectas numéricas partiendo de situaciones que las contextualicen para descontextualizar posteriormente los conocimientos así construidos.

Material para el alumno (4° bimestre, página 19)

1) El club Luna de Avellaneda organizó una carrera. Van a poner algunos carteles indicando a los corredores qué parte del recorrido llevan ya realizada. A continuación, aparece una representación de la pista y de los lugares donde quieren ubicar los carteles.

a) Completá qué deberían decir los carteles en blanco:



En un momento de análisis colectivo posterior se explicará que la línea que allí aparece es una representación de la pista, es decir que hay muchas cosas de la pista real que no están dibujadas, la longitud de la pista real y la del dibujo no son las mismas, aunque sí se conserva la relación entre las distancias de los diferentes carteles en ambas pistas, la real y la representada. Se podrá vincular este problema con el trabajo con mapas.

b) Un grupo de chicos pensó en hacer una broma a los corredores y poner muchos de esos carteles sobre la pista: ¿dónde ubicarías otros carteles que dijeran: $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{12}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{35}{35}$; $\frac{23}{24}$?

Se dejará un tiempo de resolución a cargo de los alumnos quienes deberán buscar alguna respuesta. Será interesante comprometerlos para que propongan una resolución que luego podrán confrontar con la del resto de la clase. Si los alumnos se bloquearan, se los podrá ayudar tratando de que establezcan relaciones entre las fracciones dadas y algunas fracciones que ya tienen más incorporadas como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$.

En la puesta en común se podrán analizar diferentes relaciones que permiten ubicar las fracciones sobre la recta. Antes de establecer la ubicación precisa, será interesante que los alumnos la anticipen globalmente. En estas anticipaciones se producen relaciones que ayudan a elaborar estrategias para representar la fracción. Por ejemplo, para $\frac{5}{6}$, podrán establecer que está entre $\frac{1}{2}$ y 1, y que está más cerca de 1 *porque sólo le falta* $\frac{1}{6}$ *para alcanzarlo*. Para determinar la ubicación podrán hallar la longitud de $\frac{1}{6}$ y luego contar 5 de esas partecitas desde 0 ó contar hacia atrás una sola de esas partecitas desde 1.

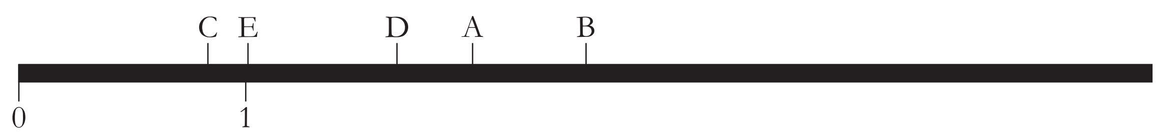
El trabajo de representar fracciones sobre la recta numérica exige a los alumnos tomar decisiones que integran diferentes aspectos del concepto de fracción. Las relaciones de orden y de equivalencia como también la elaboración de estrategias para subdividir la unidad y la relación entre dos sistemas de unidades diferentes (los centímetros y "la ruta", por ejemplo) están en juego en esta tarea.

c) Proponé ubicaciones de carteles para que tus compañeros señalen qué deberían decir. Intercámbienselos.

2) Se organizó una maratón de 5 km. A continuación aparece una representación del recorrido.

a) ¿Dónde ubicarías carteles que indiquen $\frac{1}{2}$ km; $\frac{17}{5}$ km; $\frac{13}{3}$ km?

b) ¿Qué deberían decir carteles ubicados en los puntos que aparecen señalados?



En la discusión colectiva se retomarán las relaciones establecidas a propósito del problema 1). El docente podrá preguntar por qué en el problema 1) $\frac{1}{2}$ aparecía marcado a los 6 cm y aquí a 1 $\frac{1}{2}$ cm del punto de partida. Deberá quedar claro, por un lado, que son representaciones construidas a diferente escala y, por otro, que se trata de unidades diferentes (la totalidad del recorrido en el primer caso, un kilómetro en el segundo).

Material para el alumno (4° bimestre, página 20)

3) A continuación aparece una representación de una ruta que va desde la ciudad A hasta la ciudad B. A lo largo del camino, aparecen carteles indicadores de la distancia desde la ciudad A hasta dicho cartel.

a) ¿Qué deberían decir los carteles ubicados en los puntos señalados?

Es necesario tener en cuenta que pueden aparecer diferentes escrituras para el mismo punto. Será una ocasión muy interesante para analizar colectivamente la equivalencia entre las diferentes respuestas ofrecidas.

b) ¿Dónde irían ubicados los siguientes carteles?

4 km

$\frac{3}{4}$ km

$1\frac{1}{2}$ km

$\frac{19}{5}$ km

$\frac{18}{3}$ km

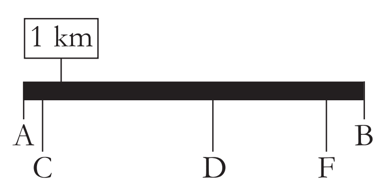
$\frac{15}{2}$ km

$8\frac{2}{8}$ km

Entre estos números, hay dos expresiones equivalentes que, por otra parte, corresponden a un punto ya señalado en el ítem a). Se dejará que los alumnos logren descubrirlo al enfrentar la tarea. Algunos podrán anticiparlo a partir del análisis del número, otros lo descubrirán al anotarlos sobre la recta, otros podrán advertirlo en la puesta en común, al revisar el modo de hallar la ubicación de cada número.

c) Ya vimos varias veces que un mismo número puede anotarse de maneras diferentes. Proponé otras anotaciones posibles equivalentes a los números ubicados sobre la recta.

d) Éstas son otras representaciones de la misma ruta. ¿Sirven o no para representar lo mismo que en la representación anterior? ¿Cómo podemos saberlo?



En un análisis colectivo se recuperarán las diferentes respuestas haciendo notar que todas estas representaciones se basan en diferentes escalas pero que en todas se conserva la relación entre los kilómetros representados y la longitud asignada a cada kilómetro sobre la recta. En función de esas unidades, se ubican los demás puntos sobre las rectas. Para ello, se podrá ejemplificar recurriendo a una nueva recta a otra escala, por ejemplo un segmento de 27 cm (dibujado sobre la hoja apaisada) en el cual se marquen los mismos puntos. Se volverá a remitir al significado de escala recordando o trayendo a clase situaciones en las cuales se hayan empleado o se empleen, en particular el trabajo con planos y mapas.

Material para el alumno (4° bimestre, página 22)

4) Ésta es la representación de otra ruta que parte desde la ciudad H y llega hasta la ciudad I.

a) ¿Dónde habría que marcar a I si se encuentra a $4\,\frac{2}{3}$ km de H?

b) ¿Dónde ubicarías un cartel que dijera "$2\,\frac{1}{6}$ km"?

c) Marcá otros puntos sobre la línea y, en otro papel, anotá a qué números corresponden. Intercambialos con un compañero para que él complete sobre la recta los números correspondientes a los puntos señalados. Luego confrontalos con los que vos habías anotado.

5) Ésta es la representación de otra ruta que parte desde la ciudad J y llega hasta la ciudad K. ¿Dónde ubicarían el cartel de "1 km"? ¿Dónde ubicarían K, sabiendo que está a $3\,\frac{2}{10}$ km de J?

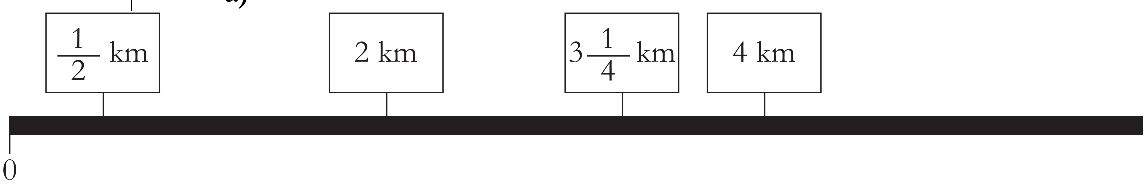
6) Aquí tenemos otras rutas representadas. Marcá en ellas las distancias que se indican:

$\frac{15}{4}$ km $\qquad$ $6\,\frac{3}{8}$ km

En la puesta en común se retomará cómo es posible saber, sobre esta recta, cómo se representa 1 km y, a partir de esta información, establecer los puntos solicitados.

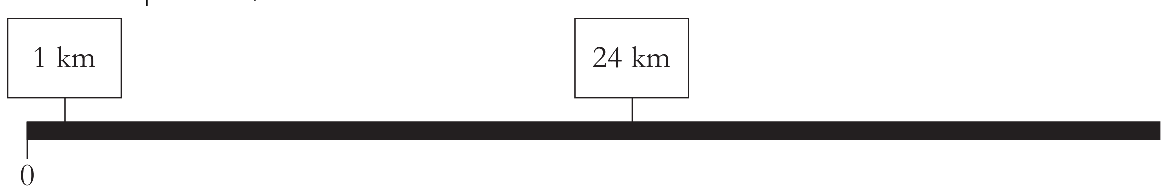
7) Para cada una de las rutas que aparecen representadas a continuación, tenés que decir si se respeta la escala o no y explicar cómo es posible saberlo. Recordá que podés anotar otros puntos sobre las rectas si te ayudan para averiguarlo.

a)



b)

c)

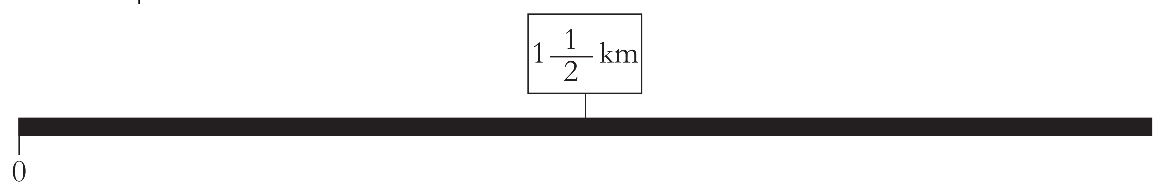


d)

8) Para cada una de las representaciones, indicá la escala en la cual han sido construidas. Es decir, tenés que señalar cuál es la longitud que en la recta numérica corresponde a 1 km de la ruta:

a)

b)



c)

d)

e)

En la puesta en común, además de identificar las diferentes relaciones que se han tenido en cuenta a fin de determinar la longitud asignada a 1 km para cada ruta, será interesante discutir cuál es la información mínima de la que es necesario disponer para poder determinar una escala: ¿cuántos puntos se necesitan? Además de explicitar que se necesitan dos puntos, 0 y 1; 0 y otro punto cualquiera; o, de manera más general, dos puntos cualesquiera, se explicitará cómo se hace en cada caso para establecer la longitud asignada a la unidad.

Podría analizarse la relación de proporcionalidad directa involucrada en cada escala realizando una tabla y explicitando su vinculación con lo visto sobre proporcionalidad. Por ejemplo, para el problema de la maratón en el que 1 km se representó a 3 cm del cero, se podría trabajar sobre la siguiente tabla, en la que se "pasa" de un elemento de "arriba" (los centímetros en la representación) a uno de "abajo" (los kilómetros en la realidad) multiplicando por 1/3. El funcionamiento de las propiedades de la proporcionalidad directa en esta situación constituye una oportunidad para tratar con la multiplicación de naturales y fracciones:

cm en la recta	1	3	6
km en el camino real	$\frac{1}{3}$	1	2

Material para el alumno (4° bimestre, página 25)

9)

a) Representá una ruta que une la ciudad K con la ciudad L, con carteles que indiquen las siguientes distancias. Primero tenés que buscar una escala conveniente.

1 km

2 km

$\frac{7}{4}$ km

$\frac{13}{6}$ km

En una instancia colectiva, se relevará que existen diferentes respuestas posibles, que se trata de buscar una escala conveniente para los números a representar pero puede haber más de una. La conveniencia está orientada, por un lado, por el tamaño de los números a representar y la extensión disponible en la hoja y, por otro lado, por las fracciones solicitadas, buscando entonces unidades fácilmente subdividibles por dichos denominadores. Al tratarse de diferentes fracciones a representar sobre una misma recta –es decir, respetando una misma escala– la medida de la unidad deberá ser fácilmente subdividible por todos esos denominadores, en este caso 4 y 6. Así, por ejemplo, 12 milímetros ó 24 milímetros permiten hallar fácilmente cuartos y sextos simultáneamente.

b) ¿Cuáles de las siguientes distancias se podrían incluir fácilmente en tu representación? ¿Por qué?

$\frac{5}{2}$ km

$\frac{2}{3}$ km

$\frac{8}{5}$ km

$\frac{10}{8}$ km

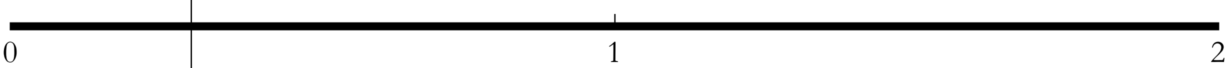
$3\,\frac{2}{12}$ km

$\frac{3}{7}$ km

$\frac{1}{12}$ km

10)
a) En la siguiente recta numérica, señalá dónde se ubicaría:

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$.



b) Habrás visto que cada nuevo número que representaste recién quedaba intercalado entre 0 y el que habías representado en último término. ¿Podrías continuar intercalando números en la recta del mismo modo? ¿Cuántas veces?

Si los alumnos respondieran limitándose a las posibilidades físicas de la hoja, será necesario llevarlos a imaginarse esa misma recta ampliada las veces que se quiera... La idea es concluir que siempre es posible seguir intercalando números y que este proceso no termina.
A través del problema siguiente se busca extender las ideas elaboradas recién a otros intervalos de la recta.
Estamos introduciendo a los alumnos en una primera aproximación a la noción de densidad de los números racionales en la recta, noción compleja que continuarán elaborando más allá de la escuela primaria.

c) ¿Se podrían intercalar números entre 1 y 2 de manera similar a lo realizado en a)?

PROPORCIONALIDAD

Contenidos

- La proporcionalidad directa en situaciones donde intervienen fracciones y números decimales.
- Resolución de problemas de proporcionalidad directa en los que la constante es una fracción o un número decimal.
- Multiplicación y división de fracciones o números decimales por un número natural.
- Multiplicación de fracciones.
- Proporcionalidad inversa.
- Porcentaje.

Este capítulo retoma el análisis de las relaciones de proporcionalidad directa realizado previamente, al tiempo que se propone avanzar en la resolución de problemas de proporcionalidad que involucren números racionales y porcentajes, y en la introducción de la proporcionalidad inversa.

Actividad **1**

Un repaso

Material para el alumno (4° bimestre, página 27)

1) Completá la siguiente tabla que vincula la cantidad de lana comprada, siempre al mismo precio por kilo, y el precio que se paga por esa cantidad:

kg de lana	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0,100	0,400	0,050	0,900	1,500	
$	9									1,125

El análisis se centrará en las relaciones en las cuales pueden basarse diferentes maneras posibles de completar los casilleros de la tabla. Por ejemplo:

- Para $\frac{1}{2}$ kg, podrán calcular la mitad del precio de un kilo (la mitad de 9).

- Para $\frac{1}{4}$ kg, la mitad del precio de $\frac{1}{2}$ kilo, o el precio de 1 kilo dividido 4. (9 : 4 ó 4,5 : 2).

- Para $\frac{3}{4}$ kg, es posible multiplicar por 3 el precio de $\frac{1}{4}$ kg; o sumar el precio de $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ kg; etcétera.

- Para 0,100 kg, pueden basarse en la décima parte del precio por kilo: 9 : 10 = 0,9. Se apunta a revisar esta división ya identificada en numerosas actividades precedentes. De ser necesario, se podrá analizar el resultado de este cálculo recordando que 1 : 10 = 0,1. El precio de 0,100 Kg podrá ser calculado también a partir de multiplicarlo por el valor por kilo (constante de proporcionalidad) : 0,1 x 9 = 0,9. Será una oportunidad de retomar qué es lo que sucede al multiplicar o dividir por 0,1:

- "multiplicar por 0,1 es igual que dividir por 10";

- "dividir por 0,1 es igual que multiplicar por 10";

- 0,400 kg, puede calcularse a partir de multiplicar por 4 el precio de 0,100 kg o también restando al precio de $\frac{1}{2}$ kg el precio de 0,100 kg;

- etcétera.

Entre los diferentes aspectos a considerar como objetos de análisis, se apunta a identificar que hay diversas maneras de hallar los valores buscados y que, según los números, puede convenir una u otra. Se busca asimismo volver a relacionar escrituras en forma de fracción y decimales.

También será interesante anotar en el pizarrón los cálculos correspondientes a los procedimientos identificados. Por ejemplo:

- $9 : 2 = 4{,}5$ (ó $4 \frac{1}{2}$)
- $4 \frac{1}{2} : 2 = 2 \frac{1}{4}$
- $4{,}5 - 0{,}9 = 3{,}6$ ó
- $4 \frac{1}{2} - \frac{9}{10} = 4 \frac{5}{10} - \frac{9}{10} = \frac{45}{10} - \frac{9}{10} = \frac{36}{10}$ ó $3 \frac{6}{10}$
- etcétera.

Es probable que los alumnos no hayan usado como procedimiento la multiplicación por la constante de proporcionalidad (9 pesos por kilo). El docente puede entonces mostrar que, multiplicando por 9 los valores de la primera fila, se obtienen los de la segunda fila. Este mecanismo de completar la tabla a través de algunas relaciones y verificar luego, una vez completada la tabla, que se verifican otras, como la de la constante de proporcionalidad, ya se ha puesto en juego cuando se estudió proporcionalidad en el 2° bimestre. Con la misma idea, se puede analizar que, por ejemplo, es seguro que 9 : 4 es lo mismo que 4,5 : 2 ya que ambos cálculos son modos diferentes de establecer el precio correspondiente a $\frac{1}{4}$ kg de lana.

Reflexiones similares podrán llevarse a cabo con el siguiente problema.

Material para el alumno (4° bimestre, página 27)

2) En el supermercado, la balanza imprime tickets con el peso del fiambre comprado y el precio a pagar.

a) Completá la siguiente tabla que vincula la cantidad de paleta comprada y el precio correspondiente:

kg de paleta	1	0,100	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	0,5		0,450	
$	6						9		10,50

b) Completá la siguiente tabla que vincula la cantidad de salchichón comprado y el precio correspondiente:

kg de salchichón	1	0,100	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	0,050	0,800		
$	3								2,7	0,45

c) Hay una oferta en el precio del lomito ahumado: por cada $\frac{1}{4}$ kg, se descuentan $ 0,50. Completá la siguiente tabla que vincula la cantidad de lomito comprado con el precio correspondiente:

kg de lomito	0,100	0,05	0,200	$\frac{1}{4}$	0,300	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	1,500
$	1,6								

Tal vez haya que comentar con los alumnos qué significa que se descuentan 50 centavos cada cuarto kilo de fiambre que se compra. En este caso será interesante la confrontación entre las producciones de los alumnos ya que seguramente se plantearán dudas para completar esta tabla. Por ejemplo, para calcular el precio de 300 gramos se puede calcular el precio de $\frac{1}{4}$ kilo (con el descuento de los 50 centavos) y a ese valor sumarle el importe correspondiente a 50 gramos.

Será importante, además, identificar que la oferta "hace perder" la relación de proporcionalidad directa: deja de ser cierto que el correspondiente de un valor cualquiera se obtiene multiplicando ese valor por un mismo número.

Material para el alumno (4° bimestre, página 28)

d) Esta tabla relaciona la cantidad de pan comprado con el precio a pagar. ¿Cuál sería el precio para cada una de las siguientes cantidades de pan? (Se trata siempre del mismo tipo de pan y no hay ninguna oferta por cantidad.)

kg de pan	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	2	
$	1,40							3,50

El precio de $\frac{1}{2}$ kg podrá ser calculado a partir de la mitad del precio de un kilo: 1,40 : 2.

A partir de pensar 1,40 como 1 + 0,40, es posible pensar la división como

1 : 2 + 0,40 : 2 = 0,50 + 0,20 = 0,70

Esta será una oportunidad para recordar o reconocer la equivalencia entre dividir por 2 y multiplicar por 0,5 o por $\frac{1}{2}$.

Material para el alumno (4° bimestre, página 28)

3) Anteriormente, habíamos trabajado sobre problemas de proporcionalidad. Revisá en tu material qué características tienen esta clase de problemas.

¿Cuáles de los problemas que resolviste en 1) y 2) son de ese tipo y cuáles no? ¿Por qué?

Actividad 2

OTRA VUELTA CON PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Material para el alumno (4° bimestre, página 29)

Resolvé los siguientes problemas. Si te sirve, podés construir tablas de proporcionalidad para buscar los valores que te piden y otros que te resulten útiles para hallar aquéllos.

1) Somos 5 personas para almorzar y cada uno come $\frac{3}{4}$ kg de asado. ¿Cuánta carne debo comprar? ¿Y si fuésemos 3? ¿Y para 7?

2) En un juego de la computadora, un muñequito avanza dando pasos de a $\frac{7}{5}$ cm. ¿Qué distancia recorre después de dar 9 pasos? ¿Y después de dar 11? ¿Y después de 13?

3) En el mismo juego de computadora, otro muñequito avanza dando pasos todos de la misma longitud. Cada tres pasos avanza $\frac{6}{5}$ cm. ¿Cuántos centímetros avanza después de dar 4 pasos? ¿Y después de dar 9 pasos? ¿Cuántos pasos dio el muñequito si avanzó 2 cm?

4) Al organizar su cumpleaños, Marina calculó que debe comprar $\frac{1}{2}$ litro de bebidas cada 3 personas. ¿Qué cantidades serán necesarias si se invitan a 8; 4; 10; 6, y 2 personas?

El propósito del conjunto de problemas de la Actividad 2 consiste en identificar que, en los problemas de proporcionalidad directa, en algunos casos, es conveniente buscar el valor correspondiente a 1 (procedimiento de pasar por la unidad). Notemos que en el problema 3 no está dado el valor correspondiente al 1 y eso lo hace un poco más complejo que los dos primeros.

Después de que los alumnos hayan intentado resolverlos –solos o de a dos–, podrá organizarse un análisis colectivo que permita identificar o recordar el procedimiento de "pasar por la unidad" y contrastarlo con otros posibles que los alumnos ya han tratado. En particular, el último problema, por ejemplo, puede pensarse así: para 6 personas, se calcula 1 litro; para 2 personas, la tercera parte de un litro ($\frac{1}{3}$ litro); para 4 personas, $\frac{2}{3}$ litro (el doble que para 2 personas); para 8 personas, $\frac{4}{3}$ litro y para calcular la bebida para 10 personas se puede sumar la bebida para 8 y para 2 personas ($\frac{4}{3} + \frac{1}{3}$). Sin embargo, también podría pensarse "pasando por la unidad".

Como conclusión de la discusión, debe quedar claro que en los problemas de proporcionalidad directa se pueden utilizar diversos procedimientos y que siempre es posible apelar a multiplicar por la constante de proporcionalidad. Podría ser interesante que el docente invite a los alumnos a revisar las consideraciones realizadas a propósito de la proporcionalidad directa en el cuadernillo del tercer bimestre.

Actividad 3 PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Estos problemas intentan una primera aproximación a la multiplicación de fracciones basada en las relaciones de proporcionalidad directa analizadas e identificadas. La multiplicación de fracciones se retomará en el contexto del cálculo de áreas.

Material para el alumno (4° bimestre, página 30)

1) Completá la siguiente tabla que relaciona los kilómetros recorridos por un auto y los litros de combustible que consume, sabiendo que el auto tiene siempre el mismo consumo por cada kilómetro que recorre.

km que se recorren	1	2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
litros de nafta que se utilizan	$\frac{1}{10}$				

A partir de las relaciones de proporcionalidad conocidas por los alumnos, es posible completar los diferentes casilleros de esta tabla. Por un lado, queda identificado que la constante de proporcionalidad es $\frac{1}{10}$ de litro por kilómetro. Esto significa que, para obtener el correspondiente de una cierta cantidad de kilómetros, "basta" multiplicar esa cantidad por la constante de proporcionalidad. Ahora bien, los alumnos no podrían en principio utilizar este procedimiento para hallar el correspondiente de $\frac{3}{2}$ porque no han aprendido aún a multiplicar fracciones (para hallar el correspondiente de $\frac{3}{2}$ tendrían que multiplicar $\frac{3}{2}$ x $\frac{1}{10}$). Sin embargo, están en condiciones de establecer el correspondiente de $\frac{3}{2}$: el correspondiente de $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{20}$, por lo tanto el correspondiente de $\frac{3}{2}$ es $\frac{3}{20}$. De estas consideraciones se deduce que $\frac{3}{2}$ por $\frac{1}{10}$ *tiene que dar* $\frac{3}{20}$. Será este un buen momento para proponer otros valores de modo que los alumnos enfrenten distintas multiplicaciones de fracciones. Podrían, por ejemplo, hallar la cantidad de nafta necesaria para recorrer $\frac{3}{5}$ km, $\frac{4}{3}$ km, etcétera.

Para que este problema sea posible los alumnos tienen que poder acceder al cálculo de la mitad, tercera parte, cuarta parte, etcétera, de una fracción. Si no fuera el caso será conveniente que el docente revise esto con ellos antes de abordar estos problemas.

A través de toda la actividad se apunta a identificar un procedimiento general para multiplicar fracciones, aunque este procedimiento quedará sin duda ligado por ahora al contexto de la proporcionalidad directa.

Material para el alumno (4° bimestre, página 30)

2) Para realizar una receta, por cada $\frac{1}{2}$ kg de fruta, hace falta $\frac{1}{8}$ kg de azúcar.

Completá la siguiente tabla para poder saber qué cantidad de cada ingrediente es necesaria, según el caso.

Cantidad de fruta (en kilos)		$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{9}{4}$	
Cantidad de azúcar (en kilos)	$\frac{1}{16}$			$\frac{1}{8}$					

Nuevamente, se pone en juego el recurso de completar la tabla apelando a diferentes procedimientos, para identificar luego las multiplicaciones por $\frac{1}{4}$ (constante de proporcionalidad) que surgen del análisis de la tabla. Es así como se puede calcular la cantidad de azúcar necesaria para 1 kg de fruta duplicando la necesaria para $\frac{1}{2}$ kg de fruta: $\frac{2}{8}$ ó $\frac{1}{4}$ que es el doble de $\frac{1}{8}$. Para $\frac{1}{4}$ kg de fruta se puede recurrir a la mitad de la cantidad de fruta necesaria para $\frac{1}{2}$ kg, o sea, a la mitad de $\frac{1}{8}$: $\frac{1}{16}$. Para conocer la cantidad de azúcar necesaria para $\frac{3}{4}$ kg de fruta bastará multiplicar por 3 la cantidad necesaria para $\frac{1}{4}$ kg, o sea, $3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$, etcétera.

Una vez completada la tabla, se puede analizar con los alumnos las diferentes multiplicaciones que surgen de multiplicar cada elemento por la constante de proporcionalidad:

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$\frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$\frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

$2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{9}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{16}$

Material para el alumno (4º bimestre, página 30)

3) Las siguientes son las instrucciones de un polvo para preparar jugo: “Para conseguir el sabor exacto, mezcle $\frac{1}{2}$ paquete de granulado por cada $\frac{3}{4}$ litro de agua.

¿Qué cantidad de agua es necesaria para 1 sobre de granulado?

¿Qué cantidad de agua será necesaria para $\frac{1}{4}$ de sobre?

¿Qué cantidad de agua debe utilizarse para $\frac{3}{4}$ de un sobre?

¿Cuánto polvo se necesita si se usó $\frac{1}{2}$ litro de agua?

¿Y si se usó 1 litro de agua?

En todos los casos debe obtenerse siempre el mismo sabor, como lo detallan las instrucciones.

Si te ayuda, podés construir una tabla de proporcionalidad como la siguiente con valores que te sirvan para averiguar los que te pide el problema.

Cantidad de sobres del polvo concentrado	$\frac{1}{2}$								
Cantidad de agua (en litros)	$\frac{3}{4}$								

Este problema presenta una complejidad mayor que los anteriores, porque la constante de proporcionalidad ($\frac{3}{2}$ litro de agua por cada sobre de polvo concentrado) no es, como en aquéllos, una fracción de numerador 1. Los alumnos enfrentan entonces nuevas multiplicaciones de fracciones.

Para ello, podrán apoyarse en la multiplicación por fracciones de numerador 1.
Por ejemplo, $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$ puede pensarse como

$\frac{3}{4} \times 3 \times \frac{1}{2}$, y esto a la vez puede pensarse como $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 3$.

A partir de todas las multiplicaciones que surgen de este problema se podrá empezar a reconocer la regla: el producto de dos fracciones es la fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores de los factores y como denominador el producto de los denominadores.

Material para el alumno (4° bimestre, página 31)

4)
a) Una maestra propuso el siguiente juego a sus alumnos: “Pienso un número. Cualquier número que ustedes me digan lo multiplico por ese número y les doy el resultado. Tienen que adivinar cuál es el número en el que pensé.”

La siguiente tabla representa números que les fue diciendo la maestra a sus alumnos y los resultados que les daba.. Descubran cuál es el número que pensó la maestra y completen la tabla.

El número ...	3	14	8	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$
se transforma en ...	$\frac{3}{7}$	2	$\frac{11}{7}$						

Un análisis de la tabla debe llevar a identificar que el número pensado por la maestra es $\frac{1}{7}$. Existen diversas maneras de arribar a esa conclusión:

- Se trata de buscar el número que, multiplicado por 3, dé $\frac{3}{7}$: 3 x .... = $\frac{3}{7}$, o sea, 3 x $\frac{1}{7}$ = $\frac{3}{7}$; el correspondiente de 1 es la tercera parte del valor correspondiente a 3, es decir, $\frac{3}{7}$: 3 = $\frac{1}{7}$.

Material para el alumno (4° bimestre, página 31)

b) Siguieron jugando al mismo juego. La maestra pensó otro número y estos son los números que se dijeron. ¿En qué número pensó? Completá el resto de la tabla.

El número ...	3	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{5}$
se transforma en ...	$\frac{3}{5}$	1						

c) ¿Y en este caso?

El número ...	3	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{5}$
se transforma en ...	1	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{6}$					

Las tablas b y c son una oportunidad para revisar una noción que ha sido tratada desde diversos puntos de vista: n x $\frac{1}{n}$ = 1.

5)
a) Completá la siguiente tabla usando los procedimientos que prefieras sabiendo que expresa una relación de proporcionalidad directa entre A y B.

A	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1		2	$5\frac{1}{2}$	
B				$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$			$\frac{17}{10}$

b) Para ubicar algunos de los números de esta tabla se pueden utilizar las siguientes cuentas. Encuentren para qué números fueron utilizadas estas cuentas.

$\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{5}$ =

$\frac{5}{10}$ x $\frac{1}{5}$ =

1 x $\frac{1}{5}$ =

2 x $\frac{1}{5}$ =

$\frac{1}{5}$ x $\frac{1}{5}$ =

$\frac{11}{2}$ x $\frac{1}{5}$ =

En esta tabla, es posible identificar que se pasa de A a B multiplicando por 1/5 y, recíprocamente, de B a A multiplicando por 5. Es posible también apelar a las diferentes relaciones vinculadas con la proporcionalidad ya conocidas: calcular el correspondiente a 2, haciendo el doble del correspondiente a 1; el correspondiente a 10 haciendo la décima parte del correspondiente a 1; para $\frac{1}{5}$, el doble del anterior, etcétera. Es decir, los números elegidos permiten a los alumnos "controlar" sus resoluciones apelando a diferentes cálculos.

La intención de incluir un mismo número, como por ejemplo $\frac{1}{2}$, tanto en el conjunto de partida como en el de llegada, permite dar cabida a una idea bastante resistida por los alumnos: si se trabaja con fracciones siempre se puede pasar de un número a otro a través de una multiplicación.

Cuando se concluye la actividad 3, se espera que los alumnos reconozcan lo siguiente: multiplicar un número por $\frac{1}{n}$ es equivalente a dividirlo por n, siendo n un número natural.

Por lo tanto,

$3 \text{ x } \frac{1}{5} = 3 : 5 = \frac{3}{5}$ porque cada entero se divide en 5 y son 3 enteros.

$2 \text{ x } \frac{1}{9} = 2 : 9 = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{3} = \frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{4} \text{ x } \frac{1}{5} = \frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{20}$ porque si cada cuarto se divide en 5, se obtienen veinteavos.

$\frac{2}{3} \text{ x } \frac{1}{4} = \frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

A través de estos análisis, perseguimos dar fundamentos para que los alumnos comprendan las razones del funcionamiento del algoritmo de la multiplicación de fracciones y puedan utilizarlo en diversos problemas.

Actividad **4**

PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Los problemas que siguen apuntan a generar condiciones de modo de reconocer estrategias para multiplicar números decimales. El proceso que se pone en juego es el mismo que el utilizado en la actividad anterior: basados en las propiedades de la proporcionalidad directa, los alumnos completan tablas. De esta forma pueden reconocer multiplicaciones de números decimales, aun antes de conocer los procedimientos para obtenerlas. En otros términos, reconstruyen el mecanismo de la multiplicación de números decimales una vez que tienen su resultado a partir de un contexto particular como el de la proporcionalidad.

Material para el alumno (4° bimestre, página 33)

1) Completá la siguiente tabla que relaciona diferentes medidas expresadas en centímetros y en metros.

Centímetros			0,2	0,5	1	10	1,2	1,5	2		
Metros	5	12								0,03	0,001

Para pasar de centímetros a metros hay que multiplicar por 0,01. Estos cálculos ya han sido tratados y la actividad apunta a revisarlos. El conocimiento del contexto ayuda en este caso a completar la tabla. Luego pueden identificarse las siguientes multiplicaciones:

500 x 0,01 = 5

1200 x 0,01 = 12

0,2 x 0,01 = 0,002

0,5 x 0,01 = 0,005, etcétera.

Material para el alumno (4° bimestre, página 33)

2) Un imprentero apila las hojas que utilizará para hacer diferentes impresiones. Ubica en una pila hojas del mismo tipo. Si bien es difícil “medir” el espesor de una sola hoja, sí es posible conocer la altura que alcanza una cantidad importante de hojas apiladas. Completá la siguiente tabla que vincula la cantidad de hojas apiladas y la altura de la pila.

Cantidad de hojas apiladas	1		10	25	30		100	300
Altura de la pila (en cm)		0,05				0,5		3

Actividad **5**

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Material para el alumno (4° bimestre, página 33)

1) En una panadería se hornean 240 medialunas en el turno de la mañana. El dueño está pensando cómo ubicar la producción en bandejas en el mostrador. Completen la siguiente tabla:

Cantidad de medialunas por bandeja	1	2	3	4	6	8	10
Cantidad de bandejas			80				

A través de este problema los alumnos entran en contacto de manera formal con la proporcionalidad inversa. Será necesario identificar que el producto de las cantidades que se corresponden es constante (240 en este caso). Esta relación permite hallar el correspondiente de un valor, haciendo 240 dividido ese valor.

Al ser constante el producto de las cantidades que se corresponden, cuando se duplica una cierta cantidad en el conjunto de partida, su correspondiente en el conjunto de llegada se reduce a la mitad *(a doble cantidad de medialunas por bandeja, son necesarias la mitad de bandejas; al triple, la tercera parte, etcétera).* Al tratarse de una relación de proporcionalidad inversa entre números naturales, se restringen los números que intervienen: la cantidad posible de medialunas por bandeja va de 1 a 240 pero a la vez no todos los valores intermedios son posibles.

Material para el alumno (4° bimestre, página 34)

2) En una fábrica van a fraccionar barriles de 60 litros de aceite en envases con las capacidades que se indican en la tabla presentada a continuación. Para cada barril, van a utilizar envases de la misma capacidad. Completá la tabla indicando cuántos envases se necesitan en cada caso. Recordá que se distribuyen 60 litros para cada tipo de envase.

Capacidad de cada envase (en litros)	1	2	3	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	5	10
Cantidad de envases	60									

En este problema la cantidad de envases posibles es un número natural pero el contenido de cada envase puede ser un número fraccionario. El producto de cantidades que se corresponden es siempre igual a 60.

Las relaciones de proporcionalidad inversa permiten completar la tabla: el correspondiente de $\frac{1}{2}$ (mitad de 1) será 120 (doble de 60). Como se sabe que el correspondiente de un valor se obtiene haciendo 60 dividido ese valor, se puede sacar como conclusión que 60 dividido $\frac{1}{2}$ es 120. Esto también puede pensarse así: caben 120 de $\frac{1}{2}$ en 60.

De la misma manera podrá analizarse que 60 dividido $\frac{1}{3}$ es 180; 60 dividido $\frac{1}{4}$ es 240, etcétera.

Como $\frac{3}{4}$ es el triple de $\frac{1}{4}$, la cantidad de envases de $\frac{3}{4}$ litros necesarios para envasar 60 litros, será la tercera parte de los que se necesitan si los envases tienen $\frac{1}{4}$ litro, es decir, 80 envases.

Será interesante contrastar las relaciones de proporcionalidad inversa con las de proporcionalidad directa, analizando que en las primeras el producto de las cantidades que se corresponde es constante en tanto que, en las segundas, la constante es el cociente de las cantidades que se corresponden.

Material para el alumno (4° bimestre, página 34)

3) Un circuito de automovilismo tiene 240 km. de largo. El tiempo que tarda un auto en recorrerlo depende de la velocidad. Si, por ejemplo, el auto marcha a una velocidad constante de 80 km/h[3], tarda 3 horas en transitarlo. Completá la tabla indicando a qué velocidad debería ir un auto para recorrer ese circuito en los tiempos indicados. (En cada caso, la velocidad es constante.) Aunque no resulten muy reales, tal vez pueda ser útil usar cálculos intermedios. Por ejemplo, se puede pensar a qué velocidad debería ir para recorrer el circuito en $\frac{1}{2}$ hora y usar esa información para responder a qué velocidad debería ir para recorrerlo en $1\frac{1}{2}$ hora.

Tiempo que se tarda (en horas)	3	1	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	2,5	4	6	8	10
Velocidad a la que se debe viajar en km por hora	80									

Este problema de proporcionalidad inversa tiene la misma constante que el problema 1): 240. Sin embargo, a diferencia de aquél, este contexto que involucra tiempos y velocidades, posibilita la intervención de números racionales para ambas magnitudes. Si bien, por el contexto, resulta poco verosímil referirse a cualquier valor para el tiempo de reco-

3 Quizá sea necesario aclarar a los alumnos esta notación.

rrido o la velocidad, tiene sentido matemático hacerlo. Es decir, es posible calcular la velocidad en la cual se debería recorrer el circuito para completarlo en $\frac{1}{10}$ de hora; o calcular cuántas horas se tardaría en recorrerlo a 1 km/h. Por otra parte, aún en el intervalo verosímil desde el sentido real, hay infinitos valores posibles para ambas magnitudes.

Material para el alumno (4° bimestre, página 35)

4)
a) Comparen los dos problemas anteriores: ¿qué tienen de igual y qué de distinto?

A partir de los análisis precedentes y de la lectura y el comentario del siguiente apartado, se busca sistematizar las ideas concernientes a la proporcionalidad inversa. Muchas de las cuestiones que se proponen a continuación ya han sido tratadas en clase y ahora se retoman.

Material para el alumno (4° bimestre, página 35)

Analicemos lo que sucede en la siguiente tabla. Expresa cuántas botellas de cada una de estas capacidades se necesitan para fraccionar 20 litros de gaseosa, siempre con el mismo tipo de botella.

: 2 **: 4**

Capacidad de la botella (en litros)	$2\frac{1}{2}$	2	1	$\frac{1}{2}$	0,4	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$
Cantidad de botellas	8	10	20	40	50	80	200

x 2 **x 4**

Como podés observar en la tabla, en esta situación, si el envase tiene el doble de capacidad, se necesitan la mitad de envases para fraccionar los 20 litros de gaseosa.

En nuestro ejemplo, nos encontramos con dos cantidades relacionadas de manera tal que, al dividir por un número un valor de una de ellas, su correspondiente se multiplica por el mismo número y, al multiplicar por un número un valor de una de ellas, su correspondiente se divide por el mismo número. En estos casos, hay una relación de proporcionalidad inversa entre las cantidades.

En las situaciones de proporcionalidad inversa, el producto de las cantidades que se corresponden es constante. Por ejemplo, en la tabla anterior si se multiplica 20 x 1 se obtiene el mismo resultado que si se multiplicara 80 x $\frac{1}{4}$; 200 x $\frac{1}{10}$; 50 x 0,4; etcétera. Es decir, cada capacidad de botellas, multiplicado por su correspondiente pareja de cantidad de botellas, da el mismo número (20), la cantidad de litros a distribuir.

Cuestión
Inventen una tabla en la que el producto de cada par de valores dé por resultado $\frac{1}{2}$.

Actividad **6**

PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

Los siguientes problemas apuntan a que los alumnos deban decidir si se trata de relaciones de proporcionalidad directa o inversa. Se busca que apelen a las propiedades de estas relaciones para fundamentar sus decisiones.

Material para el alumno (4° bimestre, página 36)

Los siguientes problemas son de proporcionalidad. Leelos y resolvelos. Para cada uno, indicá si se trata de una relación de proporcionalidad directa o inversa. Además, buscá argumentos que permitan asegurarse de que tus decisiones son correctas. Si te ayuda, podés construir tablas y buscar pares de valores para cada relación.

1) Se dispone de 20 litros de gaseosa para envasar en botellas de $\frac{1}{4}$ litro. ¿cuántas botellas pueden llenarse? ¿Y si se envasan en botellas de $\frac{1}{2}$ litro? ¿Y en botellas de $\frac{3}{4}$ litro?

2) En un campamento hay 150 alumnos y alimentos para 4 días. Si hubieran ido sólo 50 alumnos, ¿para cuántos días habría alcanzado la misma cantidad de alimentos? ¿Y si hubieran ido 100?

3) Un reloj atrasa 3 segundos cada 4 horas. ¿Cuántos segundos atrasará en dos días?

4) Un fabricante envasa cierta cantidad de caramelos. Si los coloca en cajas de 50 caramelos cada una, necesita 33 cajas. Si envasa la misma cantidad en cajas de 150 caramelos cada una, ¿cuántas cajas necesita?

5) Para el viaje de egresados, una empresa de turismo ofrece alojamiento a $ 216 para 6 personas ¿Cuánto pagará un grupo de 30 personas? Si se pagó $ 2.160 en total, ¿cuántas personas se alojaron?

Este último problema presenta algunas complejidades. Involucra dos relaciones –ambas de proporcionalidad directa–: por un lado, entre la cantidad de personas que viajan y la cantidad de paquetes de la oferta que es necesario contratar; por otro, entre la cantidad de paquetes de la oferta contratados y el precio a pagar.

Además, involucra un uso de la división que no es el más habitual: es necesario dividir 30 por 6 para averiguar cuántos paquetes de la oferta se precisan contratar, es decir, cuántos grupos de 6 personas viajan. El número así obtenido se multiplica entonces por el precio que se ofrece para 6 personas. Para averiguar la cantidad de personas hay que analizar cuántas veces está incluido 216 en 2.160, lo cual indica la cantidad de grupos de 6 personas que hay. Luego ese resultado debe multiplicarse por 6.

Con el análisis de este conjunto de problemas y los argumentos enunciados para justificar las decisiones, se apunta a sintetizar las relaciones que definen a cada una de estas clases de problemas de proporcionalidad.

Se trata de una relación de proporcionalidad directa entre las dos cantidades cuando:

- al multiplicar una cantidad por un número, la otra se multiplica por el mismo número
- al dividir una cantidad por un número, la otra se divide por el mismo número;
- al sumar dos valores de una cantidad, se suman los valores de la otra cantidad;
- si a un valor de una cantidad se resta otro, se restan de la misma manera los valores de la otra cantidad;
- se puede hallar el correspondiente a cada valor de la primera cantidad multiplicándolo por la constante de proporcionalidad, que es el valor correspondiente a 1;
- el cociente entre cantidades que se corresponden es siempre la constante de proporcionalidad.

Se trata de una relación de proporcionalidad inversa cuando:

- al multiplicar una cantidad por un número, la otra se divide por el mismo número;
- al dividir una cantidad por un número, la otra se multiplica por el mismo número;
- el producto de dos valores que se corresponden es constante.

Actividad 7 PORCENTAJES

A continuación se presenta una secuencia relativamente extensa de problemas dirigidos a trabajar diferentes aspectos de la noción de porcentaje, sobre todo a partir de su vinculación con las relaciones de proporcionalidad y la noción de fracción. Por su parte, el capítulo de Cálculo mental para este mismo bimestre se inicia con algunas actividades sobre porcentaje que deberán ser tratadas con posterioridad a las elaboraciones propuestas en esta actividad. El docente entonces deberá tener en cuenta la necesidad de articular en su planificación este trabajo con el que se propone en el espacio específicamente destinado a Cálculo mental.

Material para el alumno (4° bimestre, página 37)

Si en un examen aprueba la $\frac{1}{2}$ de 40 alumnos, aprobaron 20 alumnos y se dice que aprobó el 50 % de los alumnos.
Si aprobó $\frac{1}{4}$ de los alumnos, aprobaron 10 alumnos y se dice que los aprobados fueron el 25 % de los alumnos. ¿Qué significa esto?

50 % significa 50 de cada cien ó 50/100: si hubieran sido 100 alumnos, habrían aprobado 50; si hubieran sido 200 alumnos, habrían aprobado 100, etcétera.
Fijate que 50 de cada 100 ó 50/100 es precisamente $\frac{1}{2}$.

25 % significa 25 por cada 100 ó $\frac{25}{100}$: si hubieran sido 100 alumnos, habrían aprobado 25; si hubieran sido 200 alumnos, habrían aprobado 50, etcétera.

25 de cada 100 ó $\frac{25}{100}$ equivale a $\frac{1}{4}$.

En general, el porcentaje es un modo de expresar la fracción de una cantidad. Ya sabés que una cierta fracción de una cantidad se puede expresar de muchas maneras usando fracciones equivalentes.

Por ejemplo, la mitad de una cantidad se puede expresar como $\frac{1}{2}$ ó 2/4 ó 9/18 ó 25/50 ó 50/100.

De todas las fracciones posibles para indicar la fracción de una cantidad, cuando se busca el porcentaje se usa la fracción con denominador 100.

Así, si queremos referirnos en términos de porcentaje a la mitad de una población, hablaremos del 50 % de la población.

Cuestión
Lucía dice que gastó el 50 % de su sueldo y que gastó $ 300.
Marisa dice que también gastó el 50 % de su sueldo pero que ella gastó $ 400.
¿Puede ser que las dos tengan razón? ¿Por qué?

1)
a) Completá y analizá la siguiente tabla que expresa cuántos alumnos hubieran aprobado si se dice que aprobó el 25 % y el total fuera el indicado en la primera fila:

Si la cantidad de alumnos fuera	100	200	80	20	400				120
habrían aprobado						10	30	6	

¿Qué relaciones podés identificar en esta tabla?

A partir de este primer problema, se busca introducir la idea de porcentaje vinculándola con las relaciones de proporcionalidad directa que los alumnos vienen trabajando y con la de fracción de una cantidad. Se trata de identificar las diferentes maneras en que se puede completar la tabla y también cuál es la constante de proporcionalidad que permite hallar la cantidad correspondiente a cada total de alumnos: multiplicar por $\frac{25}{100}$ (ó 0,25) o por $\frac{100}{25}$, cuando se trata de averiguar el total de alumnos, conociendo la cantidad correspondiente al 25 %.

Material para el alumno (4° bimestre, página 39)

b) ¿Cuál es el porcentaje que indica que fueron aprobados $\frac{3}{4}$ de los alumnos?

c) ¿Y $\frac{1}{5}$ de los alumnos? ¿Y $\frac{1}{10}$ de los alumnos?

Es importante que se ponga en juego la noción de porcentaje usando tanto la proporcionalidad directa como la idea de fracciones equivalentes. El ítem b), por ejemplo, se puede analizar de diferentes maneras:

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$, por lo tanto, $\frac{3}{4}$ de los aprobados, equivale al 75 % de los aprobados

Que aprobaron $\frac{3}{4}$ de los alumnos significa que, si la cantidad de alumnos total fuera 4, los aprobados serían 3. Para hallar el porcentaje, hay que averiguar entonces, manteniendo esa proporción de aprobados, la cantidad de aprobados si el total de alumnos fuera 100:

X 25

Si la cantidad total de alumnos fuera	4	100
la cantidad de aprobados sería	3	75

X 25

Decir que de 75 aprobaron 100, es lo mismo que decir que aprobó el 75 %. Es importante que los alumnos comprendan que se trata de una proporción y no de una cantidad efectiva de alumnos. En otros términos, si se dice que aprobó el 75 %, no se está diciendo que en la clase hay 100 alumnos de los cuales aprobaron 75, sino que se está dando una relación que se puede aplicar cualquiera sea el total de alumnos. Los alumnos deberán comprender que el mismo análisis realizado permite establecer que el 75 % de 4 es 3.

Material para el alumno (4° bimestre, página 39)

2) Por pagar en efectivo, en un supermercado hacen un descuento del 10 %. Completen las siguientes tablas donde se indica la cantidad de dinero que gastaron 5 clientes:

Cantidad de dinero gastado	Cantidad de dinero descontado	Cantidad de dinero pagado efectivamente
Cliente 1: $ 140	$	$
Cliente 2: $ 287	$	$
Cliente 3: $ 105	$	$
Cliente 4: $ 135,50	$	$
Cliente 5: $ 201,50	$	$

Se tratará de identificar que el 10 % significa 10 de cada 100 o 1 de cada 10. Hablar del 10 % es hablar de una relación de proporcionalidad directa cuya constante es $\frac{1}{10}$ ó 0,1. Esto explica que para hallar el 10 % de una cierta cantidad se deba multiplicar por 0,1.

Ya se sabe que los alumnos suelen generalizar de manera abusiva. El hecho de que el 10 % de una cantidad equivalga a $\frac{1}{10}$ de esa cantidad, los puede llevar a extender de manera errónea esta coincidencia. Será necesario explicitar, por ejemplo, que el 20 % de una cantidad no es lo mismo que $\frac{1}{20}$ de esa cantidad. Decir 20 de cada 100 es lo mismo que decir 2 de cada 10 o 1 de cada 5. El hecho de hacer explícitas estas relaciones no implica que los alumnos puedan incorporarlas de manera inmediata. El tema es complejo, por eso será interesante dedicarle, en la medida de lo posible, un tiempo importante.

Material para el alumno (4° bimestre, página 39)

3) Por envío a domicilio, un supermercado recarga el 1 %. ¿Qué recargo se pagará por una compra de $ 40? ¿Y de $ 50? ¿Y de 120?

El problema se puede extender a un análisis más general del significado del cálculo del 1 % como una relación de proporcionalidad directa cuya constante es 0,01. Establecer comparaciones entre el cálculo del 10 % y del 1 % profundiza la comprensión de esta noción.

Material para el alumno (4° bimestre, página 39)

4) Una escuela tiene una matrícula de 360 alumnos. Si 180 de esos alumnos están en primer ciclo, ¿qué porcentaje del alumnado está en ese primer ciclo?

Este problema introduce una novedad ya que ahora se trata de establecer qué porcentaje del total representa una cierta cantidad. Nuevamente el recurso para analizarlo es la proporcionalidad directa. Se hace necesario explicitar algo que ha quedado implícito y que probablemente los alumnos no hayan identificado: el total de la población corresponde al 100% ó a la fracción $\frac{100}{100}$ que equivale a 1. Habiendo identificado esta cuestión se puede analizar que si 360 alumnos corresponde al 100 %, 180 corresponde al 50 %.

Será éste un buen momento de profundizar en este aspecto de la noción de porcentaje, preguntando, por ejemplo, a qué porcentaje del alumnado corresponden otras cantidades, como por ejemplo, 90, 36, 18, 54 alumnos.

Los alumnos deben comprender que calcular el porcentaje en este caso es calcular la fracción del total que representa una cierta cantidad de alumnos, pero, como se ha explicado, hay que usar la fracción con denominador 100.

¿Qué fracción del alumnado representan 180 alumnos?

180 alumnos de 360 son $\frac{180}{360}$ del total. Ahora bien, $\frac{180}{360}$ es lo mismo que ½ y esto es lo mismo que $\frac{50}{100}$. Por lo tanto, 180 alumnos constituyen el 50 % de la población escolar.

¿Qué fracción del alumnado representan 90 alumnos?

90 alumnos de 360 son $\frac{90}{360}$ del total. Ahora bien, $\frac{90}{360}$ es lo mismo que ¼ y esto es lo mismo que $\frac{24}{100}$. Por lo tanto 90 alumnos constituyen el 25 % de la población escolar.

¿Qué fracción del alumnado representan 54 alumnos?

54 alumnos de 360 son $\frac{54}{360}$ del total. Esta fracción es más difícil de simplificar, habrá que dedicar un poco más de tiempo para encontrar una cadena de equivalencias que "lleven" a la fracción equivalente con denominador 100:

$$\frac{54}{360} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100}$$

Resulta entonces que 54 alumnos representan el 15 % del alumnado.

¿Cómo resumir las relaciones anteriores en una tabla de proporcionalidad? Veamos:

Cantidad de alumnos considerada	360	180	90	36	18	54	1
Porcentaje que representa sobre un total de 360 alumnos	100	50	25	10	5	15	$\frac{100}{360}$

Como se puede ver en la última columna, la constante de proporcionalidad en este caso es el porcentaje que representa 1 alumno sobre el total de 360. Se trata de una relación compleja y el docente decidirá si la introduce o si sólo se centra en la estrategia anterior. Si decidiera trabajarla con los alumnos, deberá hacer notar que al tener identificada la constante, para hallar qué porcentaje representa una cierta cantidad de alumnos, bastará multiplicarla por la fracción $\frac{100}{360}$. Ahora bien, esta multiplicación dará un número entero sólo en algunos casos. Se introduce entonces una nueva dificultad que es la de comprender el significado del porcentaje expresado a través de un número decimal. Para que estas ideas se consoliden un poco más se puede proponer a los alumnos que las pongan a prueba con otros números planteando tanto otras cantidades de alumnos sobre el mismo total o modificando el total de alumnos.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Material para el alumno (4° bimestre, página 40)

1) Martín dice que gastó la mitad de sus ahorros en el último fin de semana de la siguiente manera: un 25 % en su nueva bicicleta y $\frac{1}{3}$ en un par de zapatillas. Su hermano dice que eso no es posible. ¿Por qué?

Este problema vuelve a poner en relación porcentajes y fracciones. Se busca establecer que, como 25 % equivale a $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, Martín gastó más de la mitad de sus ahorros. Es usual que los niños frente a problemas de este tipo demanden cuál era el total de los ahorros, para calcular efectivamente el 25 % y la tercera parte. Es difícil para ellos razonar en términos de proporciones y no de totales efectivos. Un modo de trabajar esta cuestión será realizar el problema para diferentes totales hipotéticos para finalmente concluir que la respuesta no depende de dichos totales.

Material para el alumno (4° bimestre, página 40)

2) Un comerciante modificó la etiqueta de los precios haciendo una rebaja del 15 %.
¿Son correctos los nuevos precios?

Precio anterior	$ 80	$ 100	$ 240	$ 76
Precio con la rebaja del 15 %	$ 65	$ 85	$ 204	$ 64

3) Un producto que se vende a $ 80 baja un 10 % en el mes de marzo porque está en oferta. Al mes siguiente aumenta el 10 % del precio ya rebajado. ¿Es cierto que vuelve a estar al mismo precio que antes?

Seguramente los alumnos calcularán “paso a paso” y concluirán que no se llega al precio original, contrariamente a lo que intuitivamente podrían pensar. Se trata de observar aquí que las totalidades sobre las cuales se aplica el 10 % son diferentes: el precio original primero y el precio rebajado luego. En términos generales, es preciso señalar que un mismo porcentaje (10 % en este caso) puede corresponder a cantidades diferentes, dependiendo de la totalidad considerada.

Material para el alumno (4° bimestre, página 40)

4) De 32 chicos que se presentaron a rendir el examen de inglés, sólo lo aprobaron 12. ¿Qué porcentaje de aprobación hubo en ese curso?

5) Marcela dice que gastó el 40 % de sus ahorros en el regalo para el Día de la Madre. Mónica dice que gastó el 10 % de sus ahorros en el regalo del Día de la Madre. ¿Es posible que Mónica haya gastado más que Marcela?

Este problema retoma una reflexión sobre el carácter relativo de un porcentaje en función de la totalidad de referencia.

Material para el alumno (4° bimestre, página 41)

6) A partir de una encuesta se sabe que el 58 % de los chicos de una escuela está de acuerdo con tener más horas de deportes. ¿Es posible decir que más de la mitad de los chicos de esa escuela está a favor de tener más deporte aunque no se sepa cuántos chicos hay en la escuela?

7) En una escuela, los alumnos de 6°/7° hicieron una encuesta para saber qué deportes practican los chicos de todos los grados. Los resultados fueron los siguientes:

Deportes	Cantidad de votos	Porcentaje de votos
Fútbol	30	
Vóleibol	24	
Karate	20	
Patín	8	
Boxeo	15	
Ping pong	15	
Total de votantes	112	100%

MEDIDAS. UNA INTRODUCCIÓN A LAS NOCIONES DE PERÍMETRO Y ÁREA

Contenidos

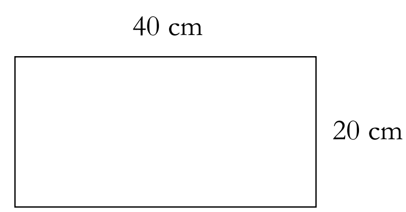
- Introducción a las nociones de área y perímetro.
- Independencia entre el área y el perímetro de un rectángulo.
- Unidades de área.
- Unidades convencionales de área: cm^2, m^2 y km^2.

Actividad **1**

DECORACIÓN DE UNA MESA

Material para el alumno (4° bimestre, página 58)

1) Daniel está diseñando una mesa rectangular que tiene las siguientes medidas:



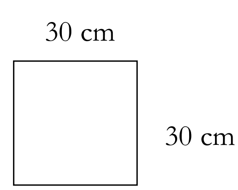
La va a decorar pegando a lo largo del borde una varilla que se vende por centímetro. También va a cubrir la parte de arriba de la tabla de la mesa con unos mosaicos cuadrados de 5 cm de lado.

¿Qué cantidad de varilla debe comprar?

¿Qué cantidad de mosaicos?

> Cuando un cuadrado tiene, por ejemplo, 5 cm de lado, se suele decir que es un cuadrado de 5 cm x 5 cm.
>
> Si las medidas de los lados de un rectángulo son de 20 cm y de 40 cm se suele decir que es un rectángulo de 20 cm x 40 cm.

2) ¿Y si la mesa fuera cuadrada y tuviera estas medidas? ¿Qué cantidad de varilla y de mosaicos debería comprar?



3) Daniel se arrepintió y modificó las dimensiones de su mesa pero prestó atención para lograr usar exactamente la misma cantidad de varilla. Una vez que terminó de colocar la varilla, se dispuso a pegar los mosaicos, suponiendo que usaría la misma cantidad prevista para el diseño original. Para su sorpresa, esto no fue así.

Él razonó de este modo: *Si la mesa se bordea con la misma cantidad de varilla, entonces se cubre con la misma cantidad de mosaicos*. La experiencia le mostró a Daniel que estaba equivocado.

Explorá esta situación buscando medidas posibles para los lados de la mesa, de modo tal que se necesite la misma cantidad de varilla y diferente cantidad de mosaicos que en el diseño original.

4) Emilia le dijo a Daniel: *Si en lugar de calcular la cantidad de varilla te hubieras asegurado de usar la misma cantidad de mosaicos, las varillas te hubieran alcanzado justo*.

¿Tiene razón Emilia?

Explorá esta situación buscando ejemplos, como en el problema anterior.

La longitud del contorno de una figura se llama **perímetro** de esa figura.

Fijate que algunos de los rectángulos que se usaron para las mesas requieren la misma cantidad de varilla para bordearlos. Se dice entonces que esos rectángulos tienen el mismo **perímetro**.

La cantidad de mosaicos necesaria para cubrir la mesa se relaciona con la extensión de su superficie. La extensión de una superficie se llama **área**. El área es una magnitud necesaria cuando se quiere calcular, por ejemplo, la cantidad de pintura para cubrir una pared, la cantidad de papel para forrar una caja, la cantidad de tela para alfombrar un piso, la cantidad de césped para cubrir un suelo, etcétera.

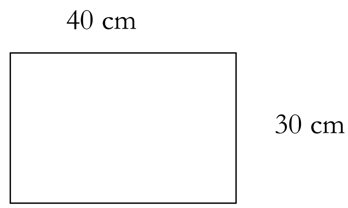
Retomando los ejemplos: si los rectángulos que forman las mesas requieren la misma cantidad de mosaicos para ser cubiertos, tienen la misma **área**.

Como se aprecia en el texto, se apela a una idea intuitiva de área (extensión de una superficie) y la noción no se formalizará mucho más allá de esta primera aproximación.

Esta actividad introduce de manera simultánea las nociones de perímetro y de área. Se ha hecho esta opción porque se pretende instalar de entrada la independencia de estas magnitudes que los niños intuitivamente relacionan. Efectivamente, los alumnos suelen pensar que comparando los perímetros (o las áreas) de dos rectángulos se puede establecer de forma directa la comparación entre sus áreas (o perímetros). La actividad apunta a comenzar a desactivar esta creencia, por un lado, enfrentando a los alumnos con ejemplos que la contradicen y, por otro lado, proponiendo que ellos realicen exploraciones, buscando diferentes rectángulos y analizando las variaciones de área y perímetro.

Material para el alumno (4° bimestre, página 61)

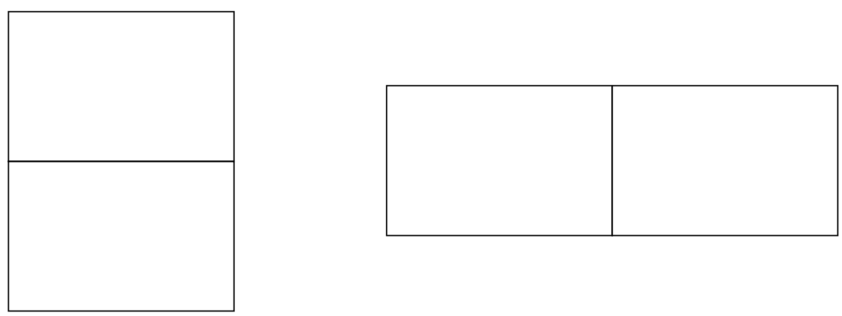
5) Daniel quiere ahora armar una mesa pegando dos mesas iguales a ésta y decorarla del mismo modo que la primera.



Como son dos mesas iguales, está seguro de que:
- para bordearla, va a necesitar el doble de varilla que para una;
- para revestirla, va a necesitar el doble de mosaicos.

a) ¿Es cierto lo que piensa? Si es así, ¿cómo es posible estar seguro? Si no, ¿cómo se lo explicarías?

b) Las cantidades de varilla y de mosaicos necesarias para decorarla, ¿son las mismas cualquiera sea la manera en que se unan las mesas?



Se propone este problema como punto de apoyo para plantear una discusión más general: si dos rectángulos se yuxtaponen, sin superposiciones, sus áreas se suman porque "todas sus partes" pasan a formar la nueva superficie. Sin embargo, no sucede lo mismo con el perímetro, ya que el nuevo perímetro depende de la manera en que se "junten" los rectángulos.

Material para el alumno (4° bimestre, página 62)

6) A partir de los problemas que estuviste resolviendo, estás en condiciones de pronunciarte acerca de las siguientes afirmaciones. Para cada una de ellas, decidí si es verdadera o falsa y explicá por qué:

a) Si dos rectángulos tienen el mismo perímetro, entonces tienen la misma área.

b) Si dos rectángulos tienen la misma área, entonces tienen el mismo perímetro.

c) Si dos rectángulos tienen diferente perímetro, entonces tienen diferente área.

d) Si dos rectángulos tienen diferente área, entonces tienen diferente perímetro.

e) Si un rectángulo se arma juntando otros dos, sin superponerlos y sin dejar "agujeros", su área es igual a la suma de las áreas de los rectángulos originales.

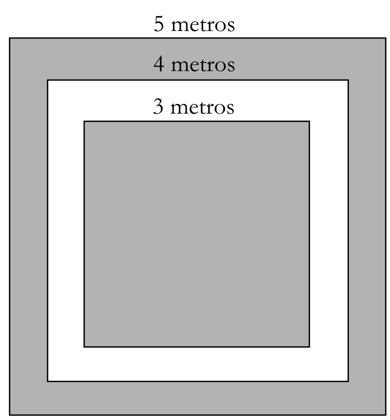
f) Si un rectángulo se arma juntando otros dos, sin superponerlos y sin dejar "agujeros", su perímetro es igual a la suma de los perímetros de los rectángulos originales.

La actividad apunta a que los alumnos produzcan argumentos sobre la base de las relaciones movilizadas en las actividades anteriores. La producción de argumentos dota a las relaciones de un carácter más general que el que se pone en juego en la resolución de problemas específicos.

Material para el alumno (4° bimestre, página 63)

Un problema para revisar lo que hicimos

Dos hermanos debían cortar el césped del jardín. Alejandro cortaría la parte del centro y Fernando el sector que bordea el jardín.



Alejandro se enojó porque decía que a él le tocaba cortar mucho más que a su hermano. ¿Qué pensás? ¿Tenía razón? ¿Por qué?

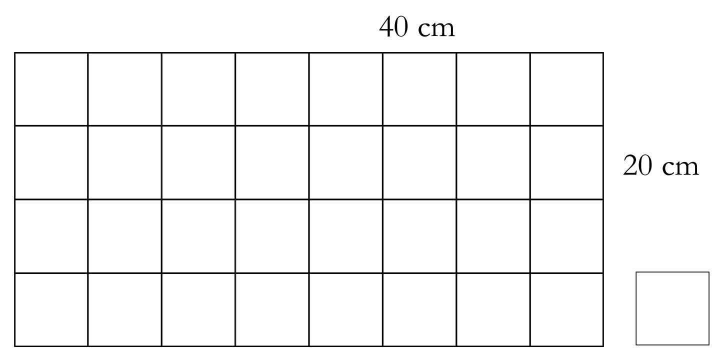
Aunque todavía no están disponibles las fórmulas para calcular áreas ni se ha trabajado el concepto de unidad de área, la idea es que los alumnos apelen al recurso de "cubrir" con alguna superficie que funcionará implícitamente como unidad.

Justamente a partir de la actividad se puede introducir la noción de unidad de área. En este problema es cómodo considerar como unidad el área de un cuadrado de 1 m de lado. De todos modos, es necesario establecer que se podría hacer la comparación usando otras unidades, teniendo el cuidado de usar, cada vez, la misma unidad para "medir" las dos áreas en cuestión.

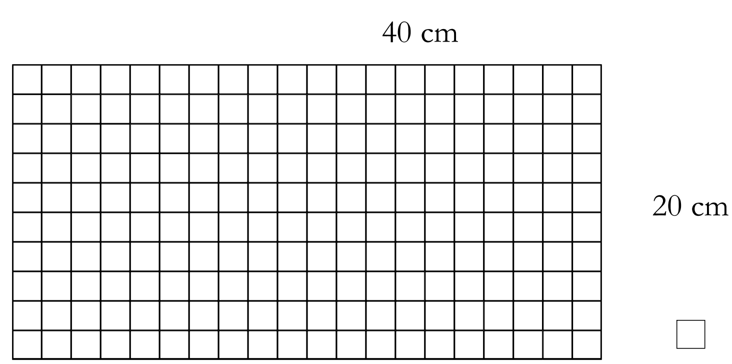
Material para el alumno (4° bimestre, página 64)

Medir una superficie es comparar su extensión con la medida de alguna superficie que se toma como referencia. Esta superficie de referencia es la unidad de área.

Por ejemplo, retomemos el problema 1. Si la unidad de área es el mosaico usado para decorar, diremos que la mesa originalmente diseñada por Daniel mide 32 mosaicos.



Si la unidad de área fuera un mosaiquito de 2 cm x 2 cm, la misma de Daniel mediría 200 mosaiquitos. Es claro que la extensión de la mesa es siempre la misma. El número que expresa su área cambia, porque cambia la unidad de área utilizada.



Actividad **2**

Rectángulos sobre papel cuadriculado

Este conjunto de problemas continúa con la idea de medida de área a partir del cubrimiento de una superficie apelando a la noción de unidad de área.

Material para el alumno (4° bimestre, página 65)

Usando papel cuadriculado para explorar lo que se propone, resolvé los siguientes problemas:

1) Considerá como unidad de área un cuadradito del papel cuadriculado y como unidad de longitud, la longitud del lado de ese cuadradito. Proponé las medidas de los lados de diferentes rectángulos que tengan todos 6 cuadraditos de área.

Seguramente los alumnos propondrán rectángulos de 2 x 3 y de 6 x 1. Es el momento de "contraofertar" otras posibilidades: por ejemplo, un rectángulo de 12 x $\frac{1}{2}$. Acá surge algo importante para discutir con los alumnos: para usar una unidad de área, no es necesario que la unidad entre "entera" en el rectángulo a medir, se puede "partir". Esto ya se vio para el caso de longitudes y ahora se reutiliza la misma idea. Ofrecida esta primera posibilidad que rompe con las creencias de los alumnos, será interesante invitarlos a buscar otros rectángulos cuya área es de 6 cuadraditos y en los cuales las longitudes de los lados (medidos en la unidad seleccionada) no se expresan con números enteros. Podrán quedar identificados algunos rectángulos: 24 x $\frac{1}{4}$; 4 x 1,5; etcétera.

Material para el alumno (4° bimestre, página 65)

2) Usando como referencia las mismas unidades que en el problema anterior, proponé diferentes medidas para los lados de rectángulos de 12 cuadraditos de área.

Actividad **3**

Unidades convencionales para medidas de área

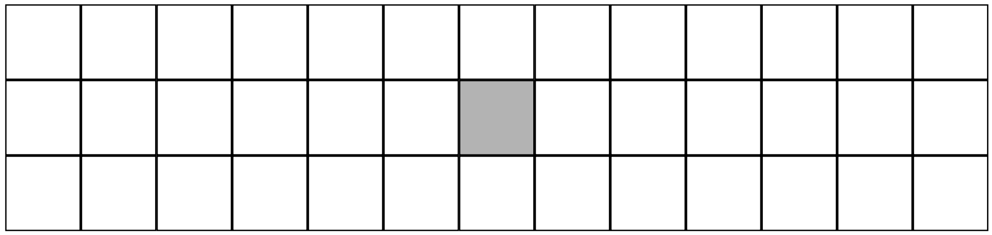
Material para el alumno (4° bimestre, página 65)

Para calcular el área de rectángulos podemos elegir distintas unidades de medida. Por ejemplo, estuvimos usando

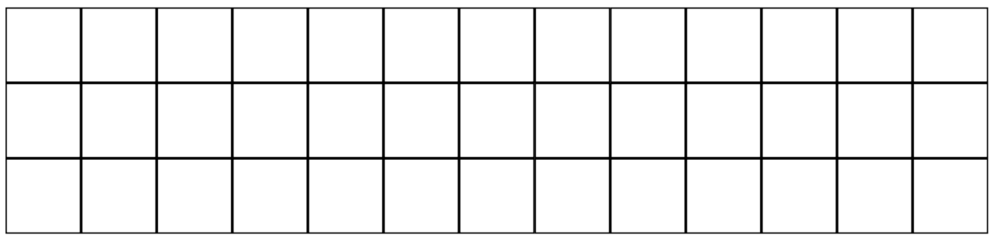
- mosaicos en el problema 1; y
- cuadraditos del papel cuadriculado en el problema 2.

Vimos entonces que el área de esas superficies la expresábamos como la cantidad de mosaicos o cuadraditos.

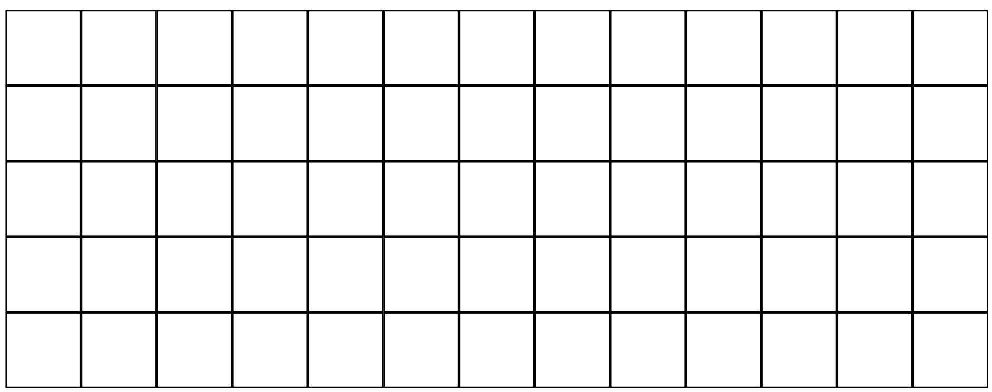
Para que podamos entendernos más fácilmente, hay unidades de medida cuyo significado todos podemos comprender. Una unidad de área muy comúnmente usada es el **centímetro cuadrado**: es el área de un cuadrado de 1 cm de lado. El centímetro cuadrado se abrevia así: cm^2



1) Dibujá diferentes figuras que tengan 1 cm^2 de área.



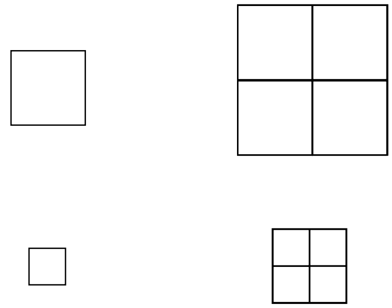
2) Dibujá diferentes figuras cuya área sea de 5 cm^2.



3) Usando como unidad el cm^2, ¿cuál es el área de un cuadrado de 2 cm de lado?

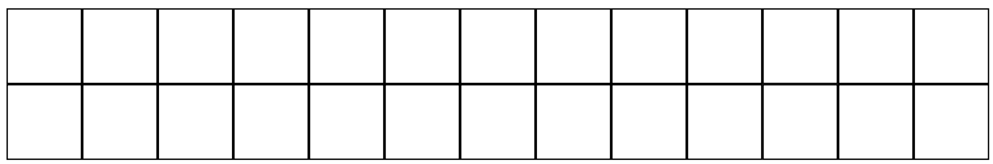
¿Y el área de un cuadrado de $\frac{1}{2}$ cm de lado?

Para los alumnos, es grande la tentación de decir que el área de un cuadrado de 2 cm de lado es 2 cm^2 y el área de un cuadrado de $\frac{1}{2}$ cm de lado es de $\frac{1}{2}$ cm^2 extendiendo erróneamente el hecho de que el cuadrado de 1 cm de lado tiene un área de 1 cm^2. Es el momento de discutir estas cuestiones para llegar a establecer que el área de un cuadrado de 2 cm es de 4 cm^2 y el área de un cuadrado de $\frac{1}{2}$ cm de lado es de $\frac{1}{4}$ cm^2. Se puede apelar a representaciones gráficas que apoyen los argumentos que se expresen:



Material para el alumno (4° bimestre, página 67)

4) Dibujá diferentes figuras de $\frac{1}{2}$ cm^2 (ó 0,5 cm^2).



5)

Para medir la superficie de una casa, por ejemplo, se usa una unidad mayor: el **metro cuadrado**. El metro cuadrado es el área de un cuadrado de un metro de lado y se abrevia **m^2** .

a) ¿Cuántos cm^2 hay en un m^2?

Para pensarlo, te proponemos que consideres lo siguiente:

1 m^2 es el área de un cuadrado de 1 m de lado.
¿Cuánto mide la longitud del lado de ese mismo cuadrado expresada en centímetros en lugar de metros? ¿Cuál es entonces la medida del área del mismo cuadrado expresada en cm^2?

b) A partir de lo que averiguaste, ¿qué parte del m^2 es el cm^2?

6)

Para medir superficies mayores, como por ejemplo las de ciudades, provincias o países, se usa una unidad mayor que el metro cuadrado, el **kilómetro cuadrado**. Es el área de un cuadrado de 1 kilómetro de lado y se abrevia **km^2**.

a) ¿A cuántos m^2 equivale 1 km^2?

Para pensarlo, nuevamente, te proponemos que consideres lo siguiente:

1 km^2 es el área de un cuadrado de 1 km de lado. Entonces, ¿cuántos mide el lado de ese cuadrado expresado en metros? ¿Cuál es entonces el área de ese mismo cuadrado expresada en m^2?

b) ¿Qué parte del km^2 es el m^2?

Es claro que hemos hecho una selección del tema que apunta a que los alumnos elaboren una primera aproximación a la noción de área. El tiempo disponible para un proyecto ambicioso, como es el de la formación matemática de niños que han tenido que recorrer muchos contenidos en dos años de trabajo, nos ha obligado a esta opción. Confiamos en que los elementos brindados constituirán una base para interpretar situaciones que involucren área y, también, para el momento en que los alumnos deban enfrentar estudios que comprometan este concepto.