GRADO DE ACELERACIÓN

6° / 7°

Matemática

Primer tomo:
Números y operaciones, parte I

Material para el docente
Proyecto Conformación de Grados de Aceleración

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

Programa de Reorganización de las Trayectorias Escolares de los Alumnos con Sobreedad
en el Nivel Primario de la Ciudad de Buenos Aires

Proyecto Conformación de Grados de Aceleración

Grado de Aceleración 6º | 7º

Primer tomo: Números y operaciones, parte I

Matemática

Material para el docente

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

ISBN: 978-987-549-231-8

Dirección General de Estrategias de Educabilidad
Gerencia Operativa de Inclusión Educativa
Av. Paseo Colón 275, 14º piso
C1063ACC - Buenos Aires
Teléfono/Fax: 4340-8030
Correo electrónico: curricula@bue.edu.ar

Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dir. Gral. Planeamiento. Grados de aceleración 6º-7º : material para el docente : matemática, 1º bimestre / coordinado Alejandra Rossano y María Elena Cuter - 1a ed. 2a reimp. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación - Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2014.
112 p. ; 28x21 cm.

ISBN 978-987-549-231-8

1. Educación. 2. Programas de Estudio. I. Alejandra Rossano, coord. II. María Elena Cuter, coord.
CDD 370.112

Jefe de Gobierno
Mauricio Macri

Ministro de Educación
Esteban Bullrich

Subsecretaria de Gestión Educativa y Coordinación Pedagógica
Ana María Ravaglia

Subsecretario de Gestión Económica Financiera y Administración de Recursos
Carlos Javier Regazzoni

Subsecretario de Políticas Educativas y Carrera Docente
Alejandro Oscar Finocchiaro

Subsecretaria de Equidad Educativa
María Soledad Acuña

Dirección General de Estrategias para la Educabilidad
Andrea Bruzos Bouchet

Gerencia Operativa de Inclusión Educativa
Paula Colombo

Ministerio de Educación Buenos Aires Ciudad

Directora General de Planeamiento

Lic. Florencia Finnegan

Directora de Currícula

Lic. Cecilia Parra

Coordinadoras del Programa

María Elena Cuter ▪ María Alejandra Rossano

Equipo técnico del Programa

Antonio Carabajal ▪ Mercedes Etchemendy ▪ Marcela Fridman ▪ Ianina Gueler ▪ Mariela Helman
Guillermo Micó ▪ Egle Pitón ▪ Matías Scheinig ▪ Paola Tarasow ▪ Violeta Wolinsky

Dirección de Currícula

Coordinación General

Susana Wolman

Matemática

Coordinación del área y supervisión del trabajo

Patricia Sadovsky

Elaboración de este material curricular

Héctor Ponce ▪ María Emilia Quaranta

Coordinación del equipo de edición: Octavio Kulesz.

Corrección: Teresita Vernino.

Diseño gráfico y diagramación: María Victoria Bardini, Verónica Feinmann, Gabriela Middonno.

Ilustraciones: Eugenia Nobati.

Material revisado en 2014 por el equipo de Edición de la Gerencia Operativa de Currículum (dependiente de DGPLINED).

Í N D I C E

MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN GENERAL

La propuesta para el área de Matemática para 6º/7° grado retoma el enfoque y las intenciones explicitadas para 4º/5° grado. Se trata de contribuir a que nuestros alumnos puedan tener y sostener un proyecto de aprendizaje basado en la comprensión. Es, sin duda, un desafío para la enseñanza, ambicioso y difícil. Lograr que los niños se atrevan a abordar los problemas aún cuando las formas de resolverlos no les resulten evidentes, a ensayar diferentes caminos, a guardar cierto control de los pasos que van dando y de las informaciones que van obteniendo, a comunicar de algún modo un procedimiento, una opinión, una explicación, a no aceptar respuestas o reglas "a ciegas", a formular preguntas acerca de lo que no entienden... será el resultado de un trabajo de largo plazo, en el que la discusión y el intercambio entre los alumnos y con el docente a raíz de las cuestiones matemáticas que se tratan forman parte de la práctica cotidiana.

Volver sobre sus propias producciones, comparar los procedimientos empleados antes y después del estudio de un tema, tomar nota de los errores más frecuentes, pensar por qué razón un problema que resultaba muy difícil en una cierta etapa se aborda luego con más comodidad, son trabajos sobre el trabajo matemático de los niños, que ayudan a constituir el posicionamiento de dominio que esperamos que alcancen.

Los docentes van a encontrar en estos materiales tanto propuestas nuevas para los alumnos como otras que tienen por objetivo revisar, profundizar y ampliar contenidos ya trabajados. Para que los alumnos puedan ir "tejiendo" una trama matemática que sostenga su aprendizaje, será necesario que el docente ayude a poner en relación de modo explícito las actividades que van a resolverse con otras que ya se han resuelto.

En algunos casos hemos propuesto que los niños consulten materiales utilizados durante el año anterior. Somos conscientes de que esto encierra una particular dificultad para la gestión del docente, ya que es posible que los alumnos no dispongan de esos cuadernillos o de sus anteriores cuadernos de clase. Sin embargo, pensamos que el esfuerzo vale lo que cuesta, ya que revisar lo realizado tiempo atrás es un modo de orientar el estudio de los niños, asunto que –entendemos–, forma parte de las responsabilidades de la enseñanza.

La experiencia desplegada hasta el momento en los grados de aceleración nos indica que tratar cada tema en profundidad requiere mucho tiempo. Para contribuir a una mejor organización del tiempo y evitar que algunos temas se omitan simplemente porque el tiempo se acabó, hemos introducido un cambio en la organización del material del docente. Efectivamente, los cuadernillos se han organizado por temas: habrá dos cuadernillos referidos a los contenidos numéricos, uno de geometría y uno de cálculo mental. De esta manera los docentes podrán organizar sus semanas incluyendo clases de geometría, clases de aritmética y clases de cálculo mental. Está claro que este último asunto es parte de las cuestiones de aritmética que los niños deben aprender, pero en la medida en que el cálculo mental es una práctica que contribuye de manera esencial a la formación del sentido de lo numérico, hemos preparado un material aparte que facilite al docente la organización de momentos de trabajo "en paralelo" con clases en las que se trabajan otro tipo de problemas aritméticos.

Los cuadernillos del alumno acompañan esta modificación: en cada cuadernillo se incluyen tres partes: una de números, una de cálculo mental y otra de geometría, para realizar a lo largo del bimestre. El docente elegirá la secuencia de trabajo que considere conveniente, tratando de avanzar con las tres partes a la vez.

A diferencia de la propuesta para 4º/5º, el libro del alumno contiene información de síntesis y algunas lecturas que el niño podrá realizar, las plantee o no el docente en clase. Se espera que los alumnos puedan estudiar del libro y recurrir al mismo como referencia para abordar las tareas.

NÚMEROS Y OPERACIONES

PARTE I

Acerca del cuadernillo 1

En el material que se presenta a continuación para el área de Matemática, las actividades están organizadas alrededor de los siguientes contenidos:

- Sistema de numeración
- Propiedades de la multiplicación y la división
- Números decimales
- Medidas de longitud
- Medidas de peso
- Relaciones de proporcionalidad directa

El material comienza proponiendo actividades para organizar un repaso sobre los temas abordados a lo largo del ciclo lectivo precedente. Para que este trabajo sea posible, los alumnos deberán realizar gran parte del mismo fuera del momento de la clase.

El trabajo sobre sistema de numeración retoma las relaciones desplegadas en 4°/5° grado y profundiza en las relaciones entre división entera por potencias de 10 y organización decimal del sistema de numeración. El cálculo mental se propone como soporte para el análisis de las propiedades de las operaciones; a la vez estas últimas constituyen el medio para justificar las operaciones de cálculo mental. Se propone sistematizar las propiedades de las operaciones.

El trabajo sobre números decimales se apoya tanto en los conocimientos elaborados hasta el momento sobre fracciones como en el contexto del dinero, que se utiliza como referencia para pensar muchas de las relaciones aritméticas que subyacen a las escrituras decimales. Se proponen numerosas actividades para establecer la relación entre la notación decimal de los números racionales y la multiplicación y división por potencias de diez.

Se aborda en profundidad la comparación de números decimales, se propone como síntesis que los alumnos expliciten leyes para comparar números decimales y que las comparen con las utilizadas para comparar números naturales.

Si bien el contexto del dinero se utiliza como soporte de muchas de las relaciones establecidas, se apunta claramente a descontextualizar dichas relaciones y darles un carácter más general.

El tratamiento sobre medidas de longitud y de peso supone cuestiones específicas sobre el tema de la medición: elección de unidades de medida, relaciones entre unidades de medida, estimaciones, error en la medición, análisis de las escrituras que representan medidas. A su vez, se retoman, a propósito del análisis de las escrituras que expresan medidas, muchas de las relaciones construidas en el trabajo sobre números decimales.

El tema de *proporcionalidad directa* viene siendo trabajado desde el inicio de este proyecto, ya que se trata de uno de los contextos de funcionamiento de la multiplicación y así ha sido presentado. Se trata ahora de empezar a tomar las relaciones de proporcionalidad como "objeto", de proponer una reflexión sobre las condiciones en las cuales es pertinente su uso, de realizar un análisis de situaciones que no son de proporcionalidad directa pero que, para quien está aprendiendo, parecerían serlo, de explicitar las propiedades e identificar cómo las mismas se reflejan en las estrategias de resolución. Se trata de una primera aproximación al tema, que se retomará.

Hasta el momento los alumnos han tratado fundamentalmente con situaciones de proporcionalidad directa con números naturales. Se introducen ahora fracciones y números decimales, planteando un doble juego en el que "proporcionalidad directa", por un lado, y "fracciones y números decimales", por otro, se nutran mutuamente. Efectivamente, las situaciones que involucran fracciones o números decimales amplían el sentido de la proporcionalidad directa pero, al mismo tiempo, al extender la proporcionalidad a los decimales o las fracciones, se interpreta el funcionamiento de las operaciones en este conjunto. Se propone además un trabajo de comparación entre situaciones de proporcionalidad que se refieren a un mismo contexto.

Por último, quisiéramos resaltar el papel primordial que tienen las explicadiones del docente en la clase a partir de las resoluciones de los alumnos. En efecto, aún en los casos en que los niños resuelven de manera correcta, no necesariamente las relaciones implícitas en sus resoluciones están estructuradas en un discurso organizado. Éste es, justamente, uno de los atributos que la enseñanza no puede delegar en quien está aprendiendo. Remarcar las propiedades que aparecieron, reorganizar las ideas que circularon para que tomen una forma coherente y sistematizada, identificar un procedimiento y analizarlo o explicar una propiedad, son prácticas que forman parte del quehacer del maestro y que no pueden quedar libradas al desarrollo espontáneo de los momentos de discusión colectiva. Como sabemos, la enseñanza es un acto complejo que también incluye explicitar sistemática y organizadamente los conocimientos que "viven" en la clase, en un discurso coherente y articulado.

INTRODUCCIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNO

El libro para los alumnos contiene una introducción dirigida a los niños cuyo objetivo es presentar el material y, sobre todo, el tipo de trabajo que se espera por parte de ellos. Recomendamos la lectura conjunta y el comentario de esas líneas con toda la clase, enfatizando el esfuerzo requerido en la tarea, la valoración de las búsquedas, los intentos, los intercambios con los compañeros, los errores cometidos y las reflexiones que, a partir de éstos, surgen para toda la clase, el acompañamiento del docente en este camino...

Material para el alumno (Cuadernillo del 1° bimestre, página 9)

INTRODUCCIÓN[1]

Bienvenido al recorrido de trabajo en matemática, experiencia que podrás compartir con tus compañeros y con tu maestro o tu maestra.

En la serie de libros para este año hallarás actividades que te ayudarán a descubrir cosas nuevas y a reflexionar sobre otras que ya conocías o usabas. Para ello, encontrarás diferentes problemas, recuadros con informaciones y cuestiones que –esperamos– resulten un desafío para vos y tus compañeros.

A la vez, estaremos recuperando el modo de trabajar en matemática al que te habías acercado en 4°/5°. Es decir, queremos que te animes a:

- intentar buscar una solución a los problemas, si no sale por un camino, probar por otro, y así...,
- anotar lo que vas haciendo o pensando,
- compartir lo que pensaste acerca de los problemas con tus compañeros,
- y discutir si te parece correcto o no lo que vos u otros hacen o dicen, e intentar explicar por qué te parece que algo está bien o está mal, cómo te parece que estaría mejor.

Los problemas están pensados justamente para que aprendas cosas nuevas. Por eso, no se espera que ya sepas resolverlos o que te resulten "re" fáciles. Ya sabés, por el trabajo del año pasado, que se espera que te "metas" a probar y a buscar y que, con el tiempo, aquellos problemas que parecían difíciles resulten, cada vez, un poco más fáciles.

Sabemos que esta tarea exigirá esfuerzo de tu parte, pero estamos seguros de que podés hacerlo. Nos gustaría que, al terminar el año, te queden ganas de seguir pensando y aprendiendo más cosas acerca de la matemática.

[1] Los pasajes que corresponden al *Material para el alumno* aparecen distinguidos en el *Material para el docente* con una letra de menor tamaño.

NÚMEROS Y OPERACIONES

ACTIVIDADES DE RECAPITULACIÓN

1 ELABORACIÓN DE UN ÍNDICE

Una actividad de repaso consistirá en pedir a los niños que revisen los materiales del año anterior, libros y cuadernos, y hagan un listado de los temas trabajados, las fechas y las páginas del libro en las cuales pueden encontrarse dichos temas para tenerlos disponibles cada vez que sea necesario volver sobre ellos. Se dará un tiempo y se establecerá una fecha para la cual cada alumno entregará el índice que habrá elaborado individualmente. En clase, se organizará un intercambio entre las diferentes producciones: se discutirán colectivamente las dudas que planteen unos respecto de las formulaciones de otros, se analizarán distintas maneras de expresar lo mismo, se evocarán situaciones vinculadas a un contenido si los alumnos dicen no recordarlo, etc. Finalmente, se acordará un índice colectivo.

Material para el alumno (1° bimestre, página 10)

Una buena manera de empezar el año es pasar en limpio lo trabajado durante el año anterior. Para eso, les proponemos que revisen los cuadernos y los libros del año pasado y armen un índice en las carpetas con los temas vistos. Anoten también en qué página del libro se encuentra el tema y en qué fecha fue trabajado en la carpeta. De esta manera, podrán encontrarlo rápidamente cuando lo necesiten para retomar las cuestiones de este año. Pueden hacer una tabla como ésta:

Temas	Páginas y fechas

2 Selección de problemas para alumnos de cuarto grado

El objetivo de la actividad es que los alumnos analicen un conjunto de problemas que involucran las operaciones aritméticas. Se propone que los niños, a partir de una lista dada, seleccionen problemas que serán resueltos por alumnos de cuarto grado e interactúen con estos niños en calidad de "tutores"; es decir, orienten la resolución, por parte de los compañeros "más chicos", de los problemas seleccionados.

Esta actividad tiene dos grandes propósitos. Por un lado, adoptar el punto de vista de otro, que será el que resolverá, implica pensar cuestiones que no se tienen en cuenta si uno es quien debe resolver; por ejemplo, por qué es fácil o difícil, si es necesario ofrecer aclaraciones o "ayudas" antes de que deban resolverlos, analizar semejanzas y diferencias entre los problemas, etc. Por otro lado, ofrecer a los niños la posibilidad de ser ellos quienes controlan la actividad matemática de otros alumnos contribuye a que valoricen y tomen conciencia de sus propios conocimientos. Esto, a la vez, remite al sentido de lograr esa posición de dominio con respecto al conocimiento, que mencionamos en la Introducción.

Esta actividad requiere que los alumnos le dediquen tiempo fuera de la clase. Este aspecto es fundamental para que la actividad sea compatible con los tiempos disponibles. Para ello, proponemos:

1. Comunicar a los alumnos que, en sus materiales, tienen un listado de problemas que ellos aprendieron a resolver el año anterior, entre los cuales deberán seleccionar algunos para presentar a los alumnos de 4º grado. Se les dirá también que ellos controlarán las resoluciones que realicen sus compañeros de cuarto; o, de otro modo, que para estos problemas los alumnos de 6º/7º serán los maestros de los chicos de cuarto. Se les dará un tiempo (una semana, por ejemplo) para que puedan analizarlos y decidir cuáles les parecen más fáciles para proponer ahora, a comienzo del año, a niños de 4º grado; y cuáles les parecen más difíciles y aún no se los propondrían. El maestro podrá recordar que, para advertir cuáles resultan más fáciles o más difíciles, deberán resolverlos e ir anotando sus apreciaciones: si los propondrían o no, por qué, dónde les parece que podría estar la dificultad, qué consejo darían para su resolución, qué tendrían que aprender los chicos

de cuarto para llegar a resolver los más difíciles, si podrían hacer algunas modificaciones a los enunciados más difíciles para que puedan resolverlos, etcétera.
2. Durante la semana, se establecerá una clase para consultas. Por ello, se indicará a los alumnos que, para ese día, deberán haber avanzado sobre el trabajo. En esa fecha, se explicarán al conjunto de la clase las dudas que se presenten.
3. El día prefijado para trabajar finalmente sobre los problemas en clase, de a dos, seleccionarán, de acuerdo con el análisis que hayan realizado, cuatro problemas para enviar a los alumnos de 4° grado. Se sugiere organizar una instancia en la cual cada par de alumnos explique al conjunto de la clase las decisiones tomadas.
4. Cada alumno de 6°/7° grado será "tutor" de uno o dos alumnos de cuarto (esto depende también de la cantidad de niños en uno y otro grado). Los problemas seleccionados se entregarán a los alumnos de 4° grado en dos tandas. En la primera, se enviarán para que resuelvan dos de dichos problemas. Al cabo de un tiempo –una semana, por ejemplo– los entregarán en hoja aparte a sus tutores de 6°/7°, quienes los corregirán y organizarán un encuentro de devolución en el cual deberán explicar a sus compañeros de 4° grado las correcciones y dudas que surgieron a partir de sus resoluciones. Para ello, previamente, corregirán en sus casas, con una hora en clase para la organización de la devolución: consultar dudas, comunicar a sus compañeros las correcciones realizadas, recibir sugerencias, etc. Tras el encuentro de devolución, se entregarán los otros dos problemas seleccionados y se reiterará el procedimiento.

Somos conscientes de que la tarea propuesta es compleja tanto desde el punto de vista organizativo como de las exigencias para los alumnos. Estimamos, sin embargo, que "vale lo que cuesta" porque en la interacción con otros niños (primero supuesta y luego efectiva) los alumnos se ubicarán en una posición de "analistas de problemas" desde la cual se identifican cuestiones que no son accesibles cuando la tarea es resolver problemas. Esto constituye una manera de retomar conocimientos ya abordados con mayor nivel de profundización y generalización.

Aparece a continuación un listado de problemas para realizar la selección.

Material para el alumno (1° bimestre, página 11)

Ustedes ya tienen un recorrido matemático bastante importante y están en condiciones de ayudar a chicos que recién empiezan con los problemas de multiplicación. Les proponemos que analicen los problemas de la siguiente lista y seleccionen cuáles propondrían a los chicos de cuarto grado para un repaso inicial. A partir de esta selección, se organizará una actividad con los chicos de cuarto grado, en la que ustedes les propondrán problemas y los ayudarán a revisarlos una vez que ellos los hayan resuelto. A continuación, aparece la lista de problemas entre los cuales tendrán que elegir.

Para saber cuáles son más fáciles o más difíciles, es necesario que resuelvas los problemas.

1) Te canjean un vaso por 8 tapitas de botellas de gaseosa. Completá cuántas tapitas se necesitan para obtener las siguientes cantidades de vasos.

Cantidad de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12		15	
Cantidad de tapitas												112		160

2) Una mujer carga en el carrito del supermercado 8 cajas con 6 huevos cada una. ¿Cuántas docenas está llevando?

3) El garaje "Bolívar" tiene 3 pisos. En el primero, hay 5 filas con 20 lugares en cada una. En el segundo y en el tercero, 4 filas con 15 lugares en cada una. ¿Cuántos automóviles entran cuando el garaje está completo?

4) A los cinco meses, un bebé debe duplicar el peso que tuvo al nacer. Cuando nació pesaba 3.325 g. A los 5 meses, 7.540 g. ¿Pesa más o menos de lo que debería pesar? ¿Cuánto más, o cuánto menos?

5) Un quiosquero fue a buscar cambio al banco. Cambió 3 billetes de $ 20 y le dieron 10 billetes de $ 2. Le entregaron el resto en billetes de $ 5. ¿Cuántos billetes de $ 5 recibió?

6) En una biblioteca hay 15 estantes con 42 libros en cada uno. Para pintar la biblioteca, se retirarán los libros y los colocarán en cajas. Caben 24 libros en cada caja. ¿Cuántas cajas necesitarán?

7) La familia de Joaquín está organizando un paseo a Mar del Plata, a aproximadamente 400 km de Buenos Aires. Van a ir en automóvil. Calculá el presupuesto de nafta, sabiendo que se consumen 10 litros de nafta cada 100 km y que el litro de nafta cuesta $ 2,5.

Y si el automóvil tuviera tubo de gas, ¿cuánto ahorrarían? Con una carga de gas de aproximadamente $ 4 se recorren 100 km.

SISTEMA DE NUMERACIÓN

A continuación, se presenta una secuencia de actividades relativas al sistema de numeración que apunta a retomar y avanzar sobre las relaciones entre los números escritos y las operaciones aditivas y multiplicativas que los organizan.

Contenidos

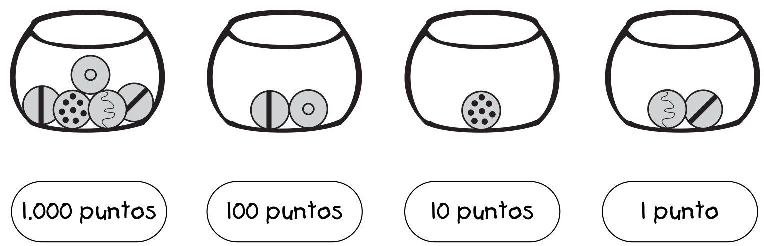
- Análisis de las relaciones aditivas y multiplicativas de las escrituras numéricas.
- Interpretación de la información contenida en la escritura de los números.
- Multiplicación y división por 10, 100, 1.000.

1 EN LA KERMÉS. PROBLEMAS Y PUNTAJES

Material para el alumno (1° bimestre, página 13)

En la escuela de Martín organizaron una kermés. En uno de los juegos hay que embocar unas pelotitas en latas que están a cierta distancia. Cada lata permite obtener un puntaje diferente para cada pelotita embocada: 1, 10, 100 y 1.000 puntos, respectivamente.

Martín tiró las 10 pelotitas y obtuvo 5.212 puntos porque embocó 5 en la lata de 1.000 puntos, 2 en la de 100 puntos, 1 en la de 10 puntos y 2 en la de 1 punto.



a) Juan, el compañero de Martín, también tiró las 10 pelotitas y embocó todas. Cuatro cayeron en la lata de 1.000 puntos, 3 en la de 100 puntos, 1 en la de 10 puntos y 2 en la de 1 punto. ¿Qué puntaje obtuvo en total?
b) Florencia embocó las 10 pelotitas y dice que obtuvo 1.000 puntos. ¿Es eso posible? ¿Cómo?
c) Daniela tiró las 10 pelotitas y también embocó todas. Obtuvo 1.432 puntos. ¿Es posible saber cuántas pelotitas embocó en cada lata?
d) Laura tiró las 10 pelotitas y obtuvo 5.302 puntos. ¿Es posible saber cuántas pelotitas embocó en cada lata? ¿Las embocó todas? ¿Cómo puede saberse?
e) Lucas tiró las 10 pelotitas y obtuvo 5.010 puntos. Si sabemos que calculó bien su puntaje y que no acertó todos los tiros, ¿cuántas pelotitas embocó en cada lata? ¿Hay una única posibilidad?
f) ¿Sería posible en este juego embocar todas las pelotitas y obtener 10 puntos? ¿Y 100? ¿Cuál es el mayor puntaje que puedes obtener embocando todas las pelotitas?
g) La siguiente lista muestra algunos de los puntajes obtenidos en el juego. Sabemos que algunos de ellos no son posibles. ¿Cuáles son? Explicá cómo hiciste para darte cuenta.

Nombre	Puntaje total
Florencia	5.324
Marcelo	6.004
Lucas	1.999
Laura	3.041
Juan	1.000

h) En otra ronda del juego Juan embocó 4 pelotitas y Martín una sola. Sin embargo, Martín obtuvo un puntaje mayor que Juan. ¿Qué pudo haber ocurrido en esa ronda? ¿Hay una única respuesta posible?

Cuestión
Hay chicos que dicen que mirando las pelotitas de cada lata se puede saber rápido el puntaje. ¿Cómo lo habrán pensado?

Los problemas que siguen permiten incorporar un aspecto del sistema de numeración que no estuvo presente en los propuestos hasta aquí. En efecto, al introducir la opción de jugar con 20 pelotitas –en lugar de diez–, aparece en escena la posibilidad de los agrupamientos. Esta misma diferencia fue inicialmente abordada en 4°/5° grado en las actividades del primer bimestre al proponer actividades con dados y con un mazo de quince cartas.[2]

2 EN LA KERMÉS. JUGANDO CON 20 PELOTITAS

Material para el alumno (1° bimestre, página 16)

Para obtener puntajes más altos, los chicos decidieron jugar con 20 pelotitas en lugar de con 10.

[2] Ver G.C.B.A., Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, *Grado de aceleración 4°/5°, Material para el docente, Primer bimestre, Matemática*, 2004, página 36.

a) Si los puntos que permite obtener cada lata siguen siendo los mismos, ¿cuál puede ser ahora el mayor puntaje que un jugador conseguiría alcanzar si embocara todas las pelotitas?

b) Martín embocó todas las pelotitas y obtuvo 1.802 puntos. ¿Podrías decir en qué latas embocó y cuántas pelotitas en cada una de ellas?

c) Daniela dice que embocó todas las pelotitas pero ninguna en la lata de los 10 puntos. Sin embargo, obtuvo en total 1.217 puntos. ¿Cómo puede explicarse este resultado?

d) Si un jugador emboca todas las pelotitas, pero ninguna cae en la lata de los 100 puntos, ¿cuáles de los siguientes puntajes no pueden ser posibles? ¿Por qué?

8.093	17.030	7.571	6.284	200	1.190

e) Lucas y Florencia empataron. Lucas embocó todas las pelotitas y Florencia sólo 11. Ambos obtuvieron 1.370 puntos. Sabemos que calcularon bien su puntaje. ¿Cómo puede explicarse que hayan alcanzado el mismo resultado si no embocaron la misma cantidad de pelotitas?

f) Si sabemos que Gastón embocó pelotitas en la lata de 10 puntos, ¿es posible que en el lugar de las decenas del puntaje final aparezca un cero?

En el análisis colectivo, el docente podrá retomar la cuestión planteada para los problemas acerca del juego con 10 pelotitas para revisar cómo es posible averiguar cuántas pelotitas fueron embocadas en cada lata a partir del análisis de la escritura numérica del puntaje.

PARA TENER EN CUENTA

Al abordar estos problemas, es importante analizar con los alumnos que:

- Aun cuando no se emboquen pelotitas en una lata –por ejemplo, en la de valor 10–, en la escritura del número que indica el puntaje obtenido puede aparecer una cifra que no es cero en la posición de las decenas. (Éste es el caso de los 1.217 puntos del problema c) de la actividad 2: En la kermés. Jugando con 20 pelotitas.)
- Esto es posible cuando caen 10 o más pelotitas en la misma lata. Ésta es una diferencia respecto de los problemas de la lista anterior: cuando se jugaba sólo con 10 pelotitas, un 1 en cualquier posición de la escritura de un puntaje indicaba que una pelotita se había embocado en la lata correspondiente a ese valor. Bajo aquella modalidad del juego –con 10 pelotitas–,

excepto cuando se embocan todas en una misma lata, para todas las demás posibilidades, la cifra indica directamente cuántas pelotitas se embocaron en cada lata.

- Mientras que, como acabamos de mencionar, en los problemas anteriores había una única posibilidad de alcanzar determinado puntaje para casi todos los casos, en estos últimos, en cambio, una misma puntuación puede componerse a partir de más de una opción. (Como sucede en el problema e) a propósito de 1.370.)
- En los problemas anteriores era posible saber la cantidad de pelotitas embocadas si se sumaban las cifras de un número. Por ejemplo, si se obtenía 5.302 se habían embocado 10 pelotitas. En cambio, en estos últimos problemas –con 20 pelotitas–, no siempre la suma de las cifras coincide con el total de pelotitas embocadas.
- Como en este juego hay 20 pelotitas, si por ejemplo en la lata del 100 no cae ninguna, en la escritura del número que indica el puntaje obtenido sólo es posible que aparezca un 0, un 1 o un 2 en el lugar de las centenas. (Éste es el caso del 8.093, 1.190 y 200, respectivamente, en el problema (d).

3 EN LA KERMÉS. PARA CALCULAR MÁS RÁPIDO LOS PUNTAJES

Material para el alumno (1° bimestre, página 17)

Laura dice que con sólo mirar las latas se da cuenta del puntaje obtenido.

Por ejemplo, si son **4** pelotitas en la lata de 1.000, **2** en la lata de 100, **1** en la de 10 y **3** en la de 1 punto, en total son 4.213 puntos, porque

$4 \times 1.000 + 2 \times 100 + 1 \times 10 + 3 = 4.213$ [3]

¿Podés calcular los puntajes como lo hace Laura? Completá el siguiente cuadro teniendo en cuenta que éstos son los resultados de los tiros de algunos chicos:

[3] Aquí el docente podrá recordar rápidamente a qué refiere esta escritura o la equivalencia entre 4 de 1.000 ó 4 veces 1.000 y 4 por 1.000, etcétera. Si fuera necesario, también podrá recordar la relación entre estas multiplicaciones y las sumas reiteradas que eventualmente hayan realizado, recalcando cómo la multiplicación, que en estos casos (por 10, por 100 y por 1.000) es muy fácil, permite dar de inmediato el resultado.

Nombre	Pelotitas embocadas	Puntaje total
Juan	3 pelotitas en la lata de 1.000 puntos, 2 en la de 100 y 3 en la de 1 punto.	
Lucas	2 pelotitas en la lata de 1.000 puntos, 2 en la de 10 y 4 en la de 1 punto.	
Laura	5 pelotitas en la lata de 10 puntos y 5 en la de 1000.	
Martín	6 pelotitas en la lata de 10 puntos, 3 en la de 100 y 1 en la de 1.000.	
Florencia	4 pelotitas en la lata de 1 punto, 3 en la de 10, 2 en la de 1.000 y 1 en la de 100.	

En este análisis, se buscará que, además de explicitar los procedimientos de cálculos seguidos para averiguar rápidamente el puntaje total, los alumnos puedan vincularlos con las escrituras multiplicativas:

$3 \times 1.000 + 6 \times 100 + 1 \times 10 + 6$
$12 \times 1.000 + 9 \times 100 + 15 \times 10 + 3$

Se podrían proponer descomposiciones multiplicativas para que den rápidamente el puntaje total.

Las situaciones que se presentaron retoman el trabajo realizado con los niños sobre el sistema de numeración en el transcurso del ciclo lectivo precedente. El objetivo aquí es poder volver sobre ciertos contenidos, no para hacer más veces lo mismo, sino para favorecer la aparición de un tipo de práctica que les permita volver atrás pero con otros propósitos: para tomar conciencia de aquello que han aprendido, para reconocer que lo que saben puede ser un punto de apoyo para empezar a resolver un nuevo problema o para generalizar respecto de nuevos contextos una estrategia empleada en situaciones ya visitadas.

Actividad 4

EN LA KERMÉS. JUGANDO CON MÁS PELOTITAS

El objetivo de este ítem de la secuencia es generalizar las relaciones establecidas en los análisis precedentes.

Material para el alumno (1° bimestre, página 18)

1) Imaginemos que los chicos participaron del mismo juego, pero ahora con 30 pelotitas. ¿Cómo obtuvieron los siguientes puntajes? Para cada uno de ellos, ¿hay una única posibilidad? Si hubiese más de una posibilidad, anotá todas las que encuentres. (Recordá que no siempre se embocan todas.)

3.170
11.549
9.877

2) ¿Y si fuesen 40 pelotitas?

5.012
49.999

3) ¿Con cuántas pelotitas como mínimo habría que jugar para que el siguiente puntaje fuera posible (embocando en latas de 10.000, 1.000, 100, 10 y 1)?

89.999

Cuestión
Un chico jugaba a embocar pelotitas, usando sólo 10 pelotitas pero otras latas, además de las que describimos aquí. Si embocó las 10 pelotitas en una misma lata y obtuvo 100.000 puntos, ¿en qué lata las embocó?

Llegados a este punto, será interesante retomar y extender las conclusiones extraídas a partir de los análisis realizados alrededor de la Actividad 2: En la kermés. Jugando con 20 pelotitas y en la Actividad 3: Para calcular más rápido los puntajes.

Jugando con 30 o más pelotitas, se reitera la posibilidad de obtener como puntaje un número en el que la cifra de un determinado orden (decena, centena) no es cero, aunque no se hayan embocado pelotitas en la lata correspondiente a ese orden. (Por ejemplo, puede obtenerse 273 embocando 27 pelotitas en la lata de 10 puntos y 3 en la lata de 1 punto.) Vemos entonces que los puntajes pueden obtenerse de diferentes maneras: un 3 en el lugar de las centenas en la escritura del puntaje puede obtenerse embocando 3 pelotitas en la lata de 100 puntos o 30 en la de 10 puntos.

Una vez realizado este análisis se puede proponer el siguiente problema: *Unos chicos juegan con 30 pelotitas, ¿cuáles son las cifras que pueden aparecer en el lugar de las centenas del número que indica el puntaje total, si se sabe que no se embocó ninguna pelotita en la lata de 100?* El análisis se puede extender a juegos hipotéticos con 40 ó 50 pelotitas.

Actividad **5**

CÁLCULOS A PARTIR DE LO QUE APRENDIMOS

Material para el alumno (1° bimestre, página 19)

1) Anotá el número que se forma para cada uno de los siguientes cálculos:

a) $5 \times 1.000 + 13 \times 100 + 8 + 10 + 12 =$
b) $10 \times 1.000 + 2 \times 100 + 15 \times 10 + 7 =$
c) $15 \times 10.000 + 8 \times 1.000 + 6 \times 100 + 59 =$
d) $4 \times 100.000 + 7 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 8 \times 100 =$
e) $10 \times 100.000 + 12 \times 10.000 + 2 \times 1.000 + 15 \times 100 + 8 \times 10 + 1 =$

2) Completá los siguientes cálculos:

a) 8.639 = ... x 1.000 + 6 × .... + ... × 10 + ...
b) 3.457 = 2 × 1.000 + ... × 100 + 4 × 10 + ...
c) 1.405 = 12 × 100 + ... × 10 + 5
d) 522 = 50 × .... + 22
e) 248.000 = 24 × .... + ... × 100
f) 1.200.450 = 1 × .... + 2 × .... + ... × 10

PARA TENER EN CUENTA

Si estos cálculos, que retoman de manera descontextualizada aquellos realizados para el cálculo de puntajes en los juegos planteados, opusieran alguna dificultad para los alumnos, el docente podrá interpretarlos con ellos en términos de la situación de las pelotitas, para luego intentar descontextualizarlos nuevamente.

6

RESOLVIENDO CUENTAS QUE TIENEN CEROS

Material para el alumno (1° bimestre, página 21)

Resolvé mentalmente las siguientes cuentas:

a) 8.050 × 10 = ...
b) 104 × 100 = ...
c) .... × 100 = 7.500
d) 3.004 × 10 = ...
e) .... : 100 = 59
f) 5.060 : 10 = ...
g) 10 × 1.000 = ...
h) .... : 100 = 100

i) 15 × 100 + 250 × 10 = ...
j) 50 × 10 + 350 × 10 = ...
k) 25 × 100 + 5 × 1.000 = ...
l) 75 × 100 + 25 × 100 = ...
m) 10 × 100 + 100 × 100 = ...

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN Y LA DIVISIÓN POR 10,100,1.000, ETCÉTERA

Contenido

- Interpretación y utilización de la información contenida en la escritura decimal para desarrollar métodos de cálculo, redondeo, aproximación, encuadramiento y para resolver problemas.

Actividad **1**

COCIENTE Y RESTO EN UNA DIVISIÓN POR 10

Material para el alumno (1° bimestre, página 22)

1)
a) Si se reparten 178 lápices en partes iguales entre 10 chicos, ¿cuántos le tocan a cada uno?
b) ¿Cuántos lápices le tocarían a cada uno de esos 10 chicos y cuántos sobrarían si fueran 356?
c) ¿Y si fueran 807?
d) ¿Y si fueran 590?
e) ¿Y si fueran 5.679?

Recordá
En una división se relacionan cuatro números: dividendo, divisor, cociente y resto. Por ejemplo:

dividendo →	97	8	←	divisor
resto →	1	12	←	cociente

97 = 12 x 8 + 1
97 = 96 + 1

Dividendo = divisor × cociente + resto

Los problemas apuntan a establecer relaciones entre la organización decimal del sistema de numeración y la división entera por 10. La idea es que los alumnos puedan establecer que si, por ejemplo, 178 es $17 \times 10 + 8$, esta misma expresión "informa" que el resultado de repartir 178 entre 10 da 17 y "sobran" 8. Se les solicitará que expliquen las regularidades observadas a raíz de la división por 10: el cociente se forma "quitando" la cifra de las unidades; esta última es el resto.

Cualquiera sea el nivel de formulación logrado por los alumnos, el docente puede anotar en el pizarrón y analizar con ellos la siguiente secuencia de cálculos:

$178 = 100 + 70 + 8 = 10 \times 10 + 7 \times 10 + 8 = 17 \times 10 + 8$. Dicho de otro modo, si se dan 17 lápices a cada uno de los 10 chicos, se "gastan" 17×10 lápices, o sea, 170, y los 8 restantes no alcanzan para dar un lápiz más a cada chico.

Tal vez sea necesario que el docente analice con los alumnos un ejemplo similar, con un número de 4 cifras:

$5.679 = 5 \times 1.000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 9 = 50 \times 100 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 9 = 56 \times 100 + 7 \times 10 + 9 = 560 \times 10 + 7 \times 10 + 9 = 567 \times 10 + 9$. De aquí se sigue que si se dan 567 lápices a cada chico, se "gastan" 5.670 lápices y "sobran" 9.

Otro modo de pensar este cálculo, a partir de los anteriores, es el siguiente:

Ya sabemos que si se reparten 679 entre 10, hay 67 para cada uno y sobran 9. Por otro lado, 5.000 repartido entre 10 es 500, porque 500×10 es 5.000. De aquí se concluye que si se reparten 5.679 entre 10, el resultado es 567 y sobran 9.

Es importante resaltar acá el papel primordial que tienen las explicaciones del docente, a partir de las resoluciones de los alumnos. Aunque los niños resuelvan en forma correcta, no necesariamente las relaciones implícitas en sus resoluciones están estructuradas en un discurso organizado como el que mostramos recién. Esa organización es necesaria para que los alumnos establezcan conexiones entre sistema de numeración y operaciones, y tengan cada vez mayor dominio de lo numérico.

A continuación, se intentará hacer funcionar la regla en relación con diferentes cálculos. Por ejemplo:

Material para el alumno (1° bimestre, página 23)

2) Se reparte una cierta cantidad de lápices, siempre entre 10 personas. Completá la tabla indicando cuántos lápices recibe cada persona y cuántos sobran, según la cantidad inicial de lápices que haya.

Lápices a repartir	¿Cuántos para cada persona?	¿Cuántos sobran?
870		
2.308		
3.009		

Luego, se buscará extender la regla a otros divisores que son potencias de 10. Por ejemplo:

Actividad **2**

COCIENTE Y RESTO EN UNA DIVISIÓN POR 100

Material para el alumno (1° bimestre, página 24)

a) ¿Es posible saber igual de rápido cuántos lápices van a tocarle a cada niño y cuántos van a sobrar si se reparten, por ejemplo, 3.478 entre 100 chicos?

b) ¿Y 2.786 entre 100?
c) ¿Y 4.780 entre 100?

En primer lugar el docente pedirá la formulación de una regla para dividir por 100 e intentará que los alumnos produzcan explicaciones para justificarla.

Luego podrá desplegar un discurso similar al que propusimos para la división por 10, ahora para la división por 100. Por ejemplo:

$2.786 = 2 \times 1.000 + 7 \times 100 + 86 = 20 \times 100 + 7 \times 100 + 86 = 27 \times 100 + 86$. De modo que si se reparten 2.786 lápices entre 100 niños habrá 27 para cada uno, con lo cual se usaron 2.700 lápices y sobraron 86.

PARA TENER EN CUENTA

En este punto será interesante que el maestro intente que los niños extiendan la regla a un divisor igual a mil (por ejemplo, 3.758 entre 1.000) y que la discusión gire en torno a la posibilidad de formular la regla de modo general. Por ejemplo, en palabras de los niños: "Siempre lo que sobra te lo dicen los números, te fijás cuántos ceros tiene el número de chicos y eso es lo que sobra", "si hay tres ceros, lo que sobra son las tres últimas cifras del número", etcétera.

La comprensión de las regularidades encontradas pasa también por analizar con los alumnos sus límites. Es el propósito de la siguiente actividad.

Actividad 3 La división por 10 y por 100, comparada con otras divisiones

Material para el alumno (1° bimestre, página 25)

1)
a) Si queremos repartir 135 lápices entre 9 chicos, ¿se puede saber cuántos lápices le toca a cada uno y cuántos sobran con sólo mirar el número?
b) ¿Y si fueran 682 lápices entre 4 chicos?
c) ¿Y 783 lápices entre 3 chicos?

2) Explicá por qué es tan fácil saber rápidamente el cociente y el resto al dividir un número por 10 o por 100 mientras que no sucede lo mismo para dividir por otros números.

Un número de tres cifras puede expresarse como las dos primeras cifras por 10 más la última. Por ejemplo:

$586 = 58 \times 10 + 6$;
$705 = 70 \times 10 + 5$;
$430 = 43 \times 10$;
$300 = 30 \times 10$.

¿Cómo se transforma la regla anterior si el número tiene más de tres cifras? ¿Y si es de dos cifras?

3) Expresá los siguientes números como el producto de un número multiplicado por 10, más la cifra de las unidades. Escribí luego el cociente y el resto de dividir esos mismos números por 10.

a) 408
b) 1.547
c) 8.056
d) 9.306
e) 5.007
f) 6.000
g) 23.489
h) 54.001

4) Escribí una regla para dividir un número por 100 y una regla para dividir un número por 1.000.

UN NÚMERO DE CUATRO CIFRAS PUEDE EXPRESARSE COMO:

- Las tres primeras cifras por 10 más la última.
  Por ejemplo, 5.462 = 546 × 10 + 2.
- Las dos primeras cifras por 100 más las dos últimas.
  Por ejemplo, 5.462 = 54 × 100 + 62.
- La primera cifra por 1.000 más las tres últimas.
  Por ejemplo, 5.462 = 5 × 1.000 + 462.
- O, también, la primera por 1.000, la segunda por 100, la tercera por 10 más la última: 5.462 = 5 × 1.000 + 4 × 100 + 6 × 10 + 2.

Cuestión
¿Qué sucede con los números de una o dos cifras al dividirlos por 100 o por 1.000?
¿Y con los de tres cifras al dividirlos por 1.000?

Esta cuestión busca extender las relaciones recién establecidas analizando que en los casos en que el dividendo es menor que el divisor, el cociente es cero y el resto coincide con el dividendo. El maestro podrá entonces escribir estas divisiones apelando a descomposiciones multiplicativas como las anteriores. Por ejemplo: 32 = 0 × 100 + 32.

Como ha sido analizado, este conjunto de actividades permite profundizar la organización decimal del sistema de numeración, establecer las relaciones de valor entre posiciones contiguas y no contiguas, y vincular la idea de agrupamientos recursivos de a diez, con la división por las potencias de diez.

Actividad **4**

ALGO MÁS SOBRE NUESTRO SISTEMA DE NUMERACIÓN

El *Material para el alumno* incluye los siguientes apartados destinados a brindar o sintetizar informaciones acerca de la organización de nuestro sistema de numeración escrita. Se incluye una lectura en la cual se compara nuestro sistema posicional con el sistema egipcio, que es aditivo. En un principio, la lectura es para los alumnos y el docente decidirá si la trata o no en clase, en función de los tiempos de su programación.

Material para el alumno (1° bimestre, página 28)

Las potencias de diez
10 × 10 = 100
100 × 10 = 10 × 10 × 10 = 1.000
1.000 × 10 = 100 × 10 × 10 = 10 × 10 × 10 × 10 = 10.000

En lugar de escribir 10 × 10, se puede escribir 10^2, que se lee "diez al cuadrado" y se llama potencia segunda de 10.

En lugar de escribir 10 × 10 × 10, se puede escribir 10^3, que se lee "diez al cubo" y se llama potencia tercera de 10.

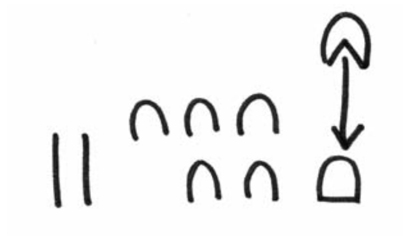
En lugar de escribir 10 × 10 × 10 × 10, se puede escribir 10^4, que se lee "diez a la cuarta" y se llama potencia cuarta de 10.

Si queremos escribir el número mil cincuenta y dos, ponemos: 1.052. Un romano, más de dos mil años atrás, hubiera escrito MLII. Aparentemente se trata de una misma cosa escrita en dos lenguajes diferentes, como si se designara el mismo objeto en dos idiomas distintos. Algo de eso hay, pero si intentamos hacer las operaciones elementales utilizando los números romanos, veremos las profundas diferencias que hay entre uno y otro sistema.

Nuestro sistema de numeración, llamado sistema indoarábigo de numeración, tiene dos características fundamentales. Por un lado, podemos escribir cualquier número utilizando todos o sólo algunos de los diez símbolos o cifras siguientes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Además, es muy distinto 42 de 24. Esto se debe a que damos un valor diferente a las cifras según la posición que ocupan en el número. Así, 42 es 4 × 10 + 2; en cambio, 24 es 2 × 10 + 4. En realidad, cada cifra representa esa cifra multiplicada por 10, si la cifra está en la segunda posición; por 100 si está en la tercera; por 1.000 si está en la cuarta, etc. Por el hecho de que el valor de las cifras depende de la posición que ocupan, nuestro sistema de numeración es posicional. Por el hecho de que el valor de cada cifra se obtiene multiplicando esa cifra por una potencia de 10, nuestro sistema de numeración es decimal. El cero es un elemento insustituible en un sistema posicional: permite "cubrir" las posiciones "vacías". Así, en nuestro ejemplo inicial, en 1.052 el cero ocupa el lugar de las centenas y nos permite interpretar la posición de las demás cifras. Si no dispusiéramos del cero, no tendríamos manera de darnos cuenta de que el uno corresponde a las unidades de mil y no a las centenas.

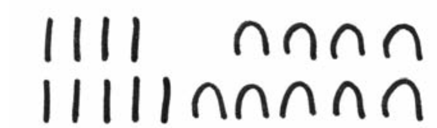
Para entender mejor el funcionamiento de un sistema posicional, comparémoslo con un sistema de numeración no posicional. Veamos algo del sistema que usaron los egipcios unos tres mil años antes de Cristo. Los egipcios usaban símbolos solamente para representar las potencias de diez: el uno, el diez, el cien, el mil, etc. Para la escritura de un número, cada símbolo se podía repetir a lo sumo diez veces.

Volvamos a nuestro ejemplo del mil cincuenta y dos, ahora escrito en sistema egipcio:



Es decir, hay un símbolo de mil, 5 símbolos de diez y 2 símbolos del uno.

Vemos entonces que para interpretar un número es necesario sumar los valores de los símbolos que se usan para representarlo. Un sistema de este tipo, en el que se suman los valores de las "cifras" para conocer cuál es el número representado, se denomina aditivo. En un sistema aditivo no es necesario el cero, ya que la posición que ocupan las cifras no interviene en la interpretación del número. Tampoco son válidas en un sistema aditivo ciertas reglas de nuestro sistema de numeración que nos parecen "naturales". Por ejemplo, todos sabemos que en nuestro sistema de numeración cuantas más cifras se utilizan para anotar un número, mayor es el número. Esto no es válido en un sistema aditivo como el egipcio en el que, por ejemplo, se utilizan 18 cifras para escribir el noventa y nueve (nueve dieces y nueve unos) y una sola para anotar el cien.



Reparemos finalmente en que con sólo diez cifras (del 0 al 9) podemos representar cualquier número en nuestro sistema de numeración. Nos damos cuenta si una cierta cifra representa "cientos" o "miles" por la posición que ocupa. Esto hace posible que con pocos símbolos (diez) se puedan representar infinitos números: basta cambiarlos de posición para que cambien de significado. En cambio, en un sistema aditivo como el egipcio, la cantidad de símbolos necesarios para anotar cualquier número no es finita: si se dispone de símbolos para el uno, diez, cien, mil, diez mil, cien mil y un millón, se puede escribir cualquier número hasta nueve millones novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve, y precisaremos un nuevo símbolo para anotar el número siguiente: diez millones.

Actividad **5**

EL CÁLCULO MENTAL Y LAS PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN Y DE LA DIVISIÓN[4]

Material para el alumno (1° bimestre, página 32)

1) Resolvé mentalmente estos cálculos y anotá qué tuviste en cuenta para hacerlos:

a) $23 \times 99 =$
b) $310 \times 60 =$
c) $45 \times 990 =$
d) $40 \times 79 =$
e) $202 \times 15 =$

Es probable que hayas "desarmado" de alguna manera los números para hacer los cálculos. Por ejemplo, "aprovechando" que el 99 está cerca de 100 y que multiplicar por 100 es fácil, el cálculo 23×99 puede pensarse así:

$23 \times 99 = 23 \times (100 - 1) = 23 \times 100 – 23 = 2.300 – 23 = 2.277$

Explicá cada paso del cálculo anterior.

En una instancia de análisis colectivo, se procederá a anotar las diferentes descomposiciones que los alumnos hayan realizado para resolver las multiplicaciones. Se analizará con ellos la estrategia de descomponer el 99 en 100 – 1, para el primer cálculo, recuperando la interpretación que hayan hecho del desarrollo planteado en el *Material para el alumno.* Se explicitará que, al hacer de ese modo 23×99, se está apelando a la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta.

Para 310×60, una descomposición posible sería: $31 \times 10 \times 6 \times 10$.

Este cálculo, gracias a la propiedad conmutativa, puede escribirse así: $31 \times 6 \times 10 \times 10$.

Debido a la propiedad asociativa, el cálculo anterior da el mismo resultado que $31 \times 6 \times 100$.

$31 \times 6 \times 100 = 186 \times 100 = 18.600$.

[4] Extraído de Fuenlabrada, Dávila y Espinosa, *Sistemas de numeración*, México; y Varios autores, *Matemática 7*, Buenos Aires, Estrada.

A continuación, se presenta un recuadro de información con las definiciones de las propiedades trabajadas. El docente podrá organizar una lectura de ellas con todo el grupo, explicarlas y pedirles que identifiquen las propiedades utilizadas en 1).

Material para el alumno (1° bimestre, página 33)

Las propiedades de las operaciones

La **propiedad distributiva** de la multiplicación podría expresarse de la siguiente manera:
- Respecto de la suma: si se multiplica una suma por un número natural,[5] se puede multiplicar cada uno de los términos de la suma por ese número y luego sumar los resultados.
- Respecto de la resta: si se multiplica una resta por un número natural, se puede multiplicar el minuendo y el sustraendo por ese número y restar el segundo resultado al primero.

La **propiedad conmutativa** de la multiplicación podría expresarse de la siguiente manera:
- En una multiplicación, el resultado no cambia si se cambia el orden de los factores.

La **propiedad asociativa** de la multiplicación podría expresarse así:
- Al multiplicar tres números naturales, se pueden multiplicar los dos primeros y al resultado multiplicarlo por el tercero, o multiplicar el primero por el resultado de multiplicar el segundo por el tercero.

2) Imaginate que tuvieras una calculadora en la que sólo se pudieran introducir números de hasta dos cifras. Es claro que no podrías usarla para hacer muchas multiplicaciones. Por ejemplo, no podrías hacer 3.251 × 64 porque no podrías introducir el 3.251. Sin embargo, se la podría aprovechar de todas maneras, si se deja que la calculadora haga la parte más ardua de la cuenta. Supongamos que hubiera que hacer

3.251 × 64 =

a) Un chico dijo que podría aprovechar la calculadora en la que sólo se pueden introducir números de dos cifras, porque él sabía un truco que consiste en "cortar" el número de una manera conveniente. Así, él hace en la calculadora las multiplicaciones que aparecen a continuación y luego sigue el cálculo con lápiz y papel:

[5] Aquí será necesario que el docente introduzca información que distinga estos números de otros por ellos conocidos, como las fracciones y los decimales.

$32 \times 64 = 2.048$
$51 \times 64 = 3.264$

¿De dónde provienen esos números?

Utilizando esos cálculos, averigüen el producto de la multiplicación. Verifiquen con la calculadora.

b) Con este "truco", resolvé las siguientes multiplicaciones:

$748 \times 98 =$
$9.215 \times 7 =$

Antes de iniciar el trabajo del punto b), se organizará una instancia de reflexión colectiva.

Se trata de que los alumnos analicen la descomposición realizada y discutan que las cifras del 3.251 pueden tratarse independizándolas momentáneamente de su valor posicional. Esta discusión pone de relieve precisamente cuál es el valor de posición, ya que se deberá analizar la cantidad de ceros que habrá que agregar a la multiplicación y que –por la economía de los cálculos– resulta práctico no considerar al operar.

Otro aspecto importante a trabajar con los alumnos es que, usando la misma idea, existen diversos "cortes" posibles. La misma multiplicación podría haberse resuelto con otras descomposiciones, por ejemplo:

$3.251 \times 64 =$

$3 \times 64 = 192$
$25 \times 64 = 1.600$
$1 \times 64 = 64$

Para después hacer:

$192.000 + 16.000 + 64$

Independientemente de cuál haya sido el "corte", en todos los casos es necesario detenerse a analizar cómo se "acoplan" los resultados parciales que se van obteniendo para averiguar el producto final. Lo que debe quedar claro desde el comienzo es que no corresponde sumar los productos parciales sin analizar la cantidad de ceros que es necesario agregar en cada caso.

Se identificará, con toda la clase, que se está haciendo, de manera abreviada, la siguiente descomposición:

G.C.B.A. / MINISTERIO DE EDUCACIÓN

3.251 × 64 =
3.200 × 64 + 51 × 64 =
32 × 64 × 100 + 51 × 64 =

Finalmente, también puede analizarse con los niños la posibilidad de descomponer el otro factor, en ese caso 64, tratándolo como 6 × 10 + 4. Esto ofrece la posibilidad de multiplicar por 6 y luego agregar un cero. Este procedimiento está involucrado en el algoritmo convencional de la multiplicación.

Hemos propuesto un par de multiplicaciones donde utilicen estas descomposiciones. Nuestra intención es que, una vez analizada la estrategia, pueda comenzar a generalizarse controlando el resultado a través de las propiedades que se usan. Es el objetivo del punto c).

Material para el alumno (1° bimestre, página 35)

c) Resuelvan con la calculadora usando el método de los "cortes":

8.765 + 5.695 =
2.478 + 17.589 =
8.474 – 1789 =
83.500 × 82 =
9.783 × 48 =

El docente deberá tener en cuenta que existen diferentes descomposiciones –"cortes"– posibles y será una oportunidad para analizar, en una instancia colectiva, las equivalencias entre los diferentes cálculos. Por ejemplo, 9.783 × 48 puede descomponerse, entre otras, de las siguientes maneras:

97 × 48
83 × 48

ó

9 × 48
7 × 48
8 × 48
3 × 48

ó

9 × 48
78 × 48
3 × 48

etcétera.

Se deberá identificar que, al restituirse los ceros obviados, por ejemplo para la primera cifra (ya sea para 97 × 48 × 100 o para 9 × 48 × 1.000) el 9 se transforma nuevamente en 9.000 × 48.

A continuación, se pide a los alumnos que identifiquen las descomposiciones realizadas y busquen una escritura para ellas.

Material para el alumno (1° bimestre, página 35)

d) Para resolver la multiplicación del primer ejemplo de manera abreviada, sugerimos la siguiente descomposición:

3.251 × 64 =
3.200 × 64 + 51 × 64 =
32 × 64 × 100 + 51 × 64 =

Intentá explicitar, para los cálculos que hiciste en el ítem c), cuáles son las descomposiciones que dieron lugar a los "cortes" que elegiste.

e) Revisá las propiedades que vimos en el problema 1. ¿Podrías decir cómo se usaron algunas de esas propiedades en este procedimiento?

3) Ustedes aprendieron que conocer algunas multiplicaciones permite saber otras: por ejemplo, cuando usábamos 3 × 6 para calcular 30 × 600, etcétera. ¿Podrías decir ahora en qué propiedades se basan estos cálculos?

4)Ustedes ya conocen el mecanismo para multiplicar. Tal vez lo hagan automáticamente, sin pensar que funciona "gracias" a las propiedades de la multiplicación y de la suma. Expliquen cuáles son las propiedades que justifican esta manera de hacer la cuenta. Háganlo a raíz de esta cuenta en particular:

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ \underline{25} \\ 215 \\ \underline{86} \\ 1.075 \end{array}$$

En una discusión colectiva, se retomará la descomposición de 43 × 25 en 43 × 20 + 43 × 5. El docente podrá remarcar también que, al multiplicar por 20, se procede como si se estuviera multiplicando por 2. Allí se está usando la equivalencia entre multiplicar por 20 o multiplicar por 2 y por 10. Algo similar ocurre cuando, en la primera línea, hacemos 5 × 4 para calcular 5 × 40.

5) Sin hacer los cálculos, indicá $<$, $>$ ó $=$, según corresponda, y explicá qué tuviste en cuenta en cada caso:

$45 \times (12 - 5)$	$\square$	$45 \times 12 + 45 \times 5$
$180 \times (12 + 10)$	$\square$	$180 \times 10 + 180 \times 12$
$25 \times 5 + 5 \times 12$	$\square$	$(25 + 12) \times 6$
$12 \times 8 - 12 \times 3$	$\square$	$12 \times 4 + 12 \times 1$
120×10	$\square$	119×11

6) Sabiendo que $356 \times 30 = 10.680$, calculá, sin hacer las cuentas, los resultados de:

$366 \times 30 =$
$456 \times 30 =$
$346 \times 30 =$

Para cada caso, explicá cómo lo pensaste.

7) Ana no recuerda la tabla del 7. Dice que sólo recuerda hasta 4×7:

$1 \times 7 = 7$
$2 \times 7 = 14$
$3 \times 7 = 21$
$4 \times 7 = 28$

Su amigo Martín le dice que, con lo que sabe, puede averiguar el resto de la tabla. Por ejemplo, para 5×7 puede usar $3 \times 7 + 2 \times 7$.

¿Es correcto lo que dice Martín? ¿Por qué? ¿Está usando alguna propiedad de la multiplicación? ¿Cómo podría Ana completar la tabla?

8) Si en la calculadora no funcionara la tecla del 2, ¿cómo podrían resolver 135×42? Anotá los cálculos que harías. ¿Cómo podés estar seguro de que esos cálculos te permitirán obtener el resultado buscado? Luego de anotarlo, verificalo en la calculadora.

9) Daniel dice que para calcular el cociente y el resto de 1.534 : 3, hace:

1.500 : 3 = 500
33 : 3 = 11
Cociente: 511
Resto: 1

a) Tratá de explicar su procedimiento. ¿Es correcto? ¿Por qué?

Es importante que, retomando las explicaciones de los alumnos, el docente los ayude a identificar allí un procedimiento, es decir, un camino de resolución que es independiente de los números particulares que aparecen en este problema. La posibilidad de aplicar la misma estrategia para otros casos no es evidente para los alumnos. La riqueza del problema consiste justamente en que los chicos construyan esa generalización: siempre es posible descomponer el dividendo en una suma cuyos términos "dan justo" cuando se los divide por el divisor más un cierto resto, realizar divisiones parciales con esos sumandos para finalmente sumar los cocientes parciales y reconocer el resto. En este caso, se hizo:

1.534 = 1.500 + 33 + 1

Se divide por 3 cada una de esas "partes" del número. El 1 queda como resto:

1.500 : 3 = 500

33 : 3 = 11

Sumando los cocientes parciales se obtiene el cociente final, 511, y el resto, 1.

Deberá observarse que el número se descompuso de manera tal que cada "parte" se dividiera por 3 sin que sobrara nada. Siguiendo este criterio podrían haberse realizado otras descomposiciones. Es importante que los alumnos tomen contacto con esta posibilidad, por eso se propone la siguiente tarea:

b) ¿Es posible desarmar el dividendo haciendo 900 + 600 + 15 + 18 + 1?

El docente podrá proponer que utilicen este procedimiento con otras divisiones. Por ejemplo:

728 : 9 =

3.684 : 6 =

2.525 : 4 =

4.650 : 15 =

Para contribuir a que los alumnos identifiquen la estrategia que se está usando, se proponen las siguientes consignas:

c) Este procedimiento, ¿sirve para cualquier división?

d) ¿Es posible "desarmar" el dividendo de otra manera?

10)
a) Si quisiéramos hacer 150 : 15, ¿podríamos hacer 150 : 10 y luego 15 : 5?

Es común que los alumnos intenten resolver la división haciendo descomposiciones aditivas del divisor. Estas descomposiciones no son válidas, asunto que habrá que tratar explícitamente con los niños. Al hacer 150 dividido 10 y luego dividir el resultado por 5, en realidad se está dividiendo 150 por 50. Efectivamente, al hacer 150: 10, el 150 queda "partido" en 10 números iguales tales que, sumados, dan como resultado 150. Si uno de esos números se "parte" en 5, se obtiene un resultado tal que 50 veces ese número dará el 150.

El problema b) que se plantea a continuación apunta a que se explicite que sí es válido realizar una descomposición multiplicativa del divisor.

b) Para hacer 1.530 : 15, Daniel dice que se puede hacer:

1530 : 3 = 510
510 : 5 = 102

¿Es correcto lo que hace?

Después de que los alumnos –individualmente– se hayan detenido un tiempo sobre el problema y hayan llegado a unas primeras explicaciones, se organizará un análisis colectivo tendiente a profundizar acerca de las razones del funcionamiento de esta propiedad.

La descomposición multiplicativa del divisor para realizar una división se basa en la relación entre la división y la multiplicación y la propiedad asociativa de esta última. Supongamos por ejemplo que se quiere realizar 24 : 8.

Sabemos que $3 \times 8 = 24$

De aquí se desprende:

$3 \times 2 \times 4 = 24$
$24 : 4 = 3 \times 2$
$(24 : 4) : 2 = 3$

Entonces, dividir por 8 es lo mismo que dividir por 4 y luego dividir por 2 (dos divisiones consecutivas equivalen a dividir por el producto de los divisores).

Veamos otro ejemplo. Supongamos que se trata de dividir 231 : 21.

Sabemos que $11 \times 21 = 231$

De aquí se desprende:

$11 \times 3 \times 7 = 231$

$231 : 7 = 11 \times 3$

$(231 : 7) : 3 = 11$

O sea, dividir por 21 es lo mismo que dividir por 7 y luego dividir por 3.

Somos conscientes de que estas descomposiciones son difíciles para los alumnos y para poder abordarlas deben estar familiarizados con el tratamiento de cálculos que se dejan expresados sin resumir en las operaciones. Se trata en este momento de una primera aproximación que se retomará a lo largo del año.

c) Conocer el cociente de 300 : 5 sirve para averiguar el cociente de 300 : 50, ¿podés ahora decir por qué sirve?

d) ¿Qué relación tiene con lo que te propusimos analizar en b)?

e) Anotá divisiones que sirvan para averiguar otras, de manera similar a las que se proponen en c).

11) Juntate con un compañero y enuncien las reglas que usaron para hacer los cálculos involucrados en los problemas 9 y 10.

Podemos decir que:

La división cumple la propiedad distributiva a derecha con respecto a la suma y a la resta.

- ¿Qué quiere decir “distributiva a derecha”?
- ¿Cómo puede ejemplificarse lo que enuncia esta propiedad con los cálculos que analizamos u otros similares?
- ¿Qué sucede con las propiedades conmutativa y asociativa en el caso de la división?

NÚMEROS DECIMALES

Los números decimales constituyen un sistema de representación de los números racionales. Por eso, es necesario que su estudio quede ligado a las fracciones, en particular a las fracciones decimales. Para iniciar este recorrido proponemos en primer lugar una revisión sobre el trabajo realizado el año anterior con fracciones. Una visita al índice que han elaborado y a los lugares correspondientes en libros y carpetas, podrá ser el punto inicial de un repaso que el docente coordinará. Como cierre de dicho trabajo, deberán entrar en la escena las siguientes relaciones ya trabajadas en 4°/5° grado:

• $\frac{1}{n}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que *n* veces esa cantidad equivale a la unidad: $\frac{1}{n} \times n = 1$ (ver nota al pie nº 6).
- La mitad de $\frac{1}{n}$ es $\frac{1}{2n}$ porque, al partir por la mitad cada una de las n. partecitas que se necesitan para reconstruir la unidad, “quedan” 2n partecitas.
• El resultado de repartir *a* objetos (que admiten fraccionamiento) entre *b* personas es la fracción $\frac{a}{b}$. Este reparto puede pensarse de la siguiente manera: cada objeto se parte en *b* partes (porque son b personas) de lo cual resulta la fracción $\frac{1}{b}$. Como hay *a* objetos, resultará que habrá *a* veces $\frac{1}{b}$ para cada persona y esto es la fracción $\frac{a}{b}$.

1 UN REPASO DE FRACCIONES

Material para el alumno (2° bimestre, página 9)

Vamos a retomar el estudio de fracciones y números con coma que iniciaste el año pasado. Como ya hace tiempo que no trabajás con este tema, seguramente necesitarás repasarlo. Es lo que ocurre siempre que dejamos un tema por mucho tiempo y es lo que te proponemos a continuación.

6 La notación con letra es sólo para “economizar” la comunicación con el docente. De ningún modo se piensa en este nivel de formulación para los alumnos, con quienes se irán tratando estas relaciones a partir de ejemplos específicos.

a) Reunite con un compañero, revisen el índice que prepararon a principio de año y ubiquen en qué momentos trabajaron con fracciones el año pasado. Busquen en los cuadernos o libros del año pasado el tema fracciones y repásenlo, tratando de hacer una síntesis de las ideas principales sobre el tema. Te damos algunas pistas.

Recordá:

$\frac{1}{2}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que dos veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{2} \times 2 = 1$)

$\frac{1}{3}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que tres veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{3} \times 3 = 1$)

$\frac{1}{4}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que cuatro veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{4} \times 4 = 1$)

$\frac{1}{5}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que cinco veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{5} \times 5 = 1$)

Algunas preguntas para ayudarte con el repaso.

¿Cómo explicás el significado de $\frac{1}{9}$? ¿Y de $\frac{1}{10}$?
¿Qué es mayor, $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{5}$? ¿Por qué?
¿Cuántos $\frac{1}{5}$ se necesitan para formar 2?
¿Cuánto es la mitad de $\frac{1}{5}$?
¿Cuánto es el doble de $\frac{1}{10}$?

Realizá con tu compañero un intercambio en el que cada uno pregunte al otro por mitades y dobles de fracciones, anoten las preguntas y las respuestas y después revísenlas.

Anoten cálculos con fracciones que pueden resolver, por ejemplo:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$	$3 \times \frac{1}{5} =$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$	$4 \times \frac{2}{3} =$
$2 - \frac{1}{2} =$	$3 : 4 =$
$1 - \frac{1}{4} =$	$\frac{1}{3} : 3 =$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$	

1 : 6 =
1 : 10 =
1 : 100 =

Para cada cálculo, expliquen cómo lo resolvieron.

Hacé una lista de cinco cálculos con fracciones que podés resolver. Aparte, anotá cada uno de sus resultados. Juntate con un compañero y desafíense con los cálculos propuestos. Se gana un punto por cada cálculo bien resuelto.

Actividad **2** **REPARTIENDO DINERO**

El docente propondrá, a los alumnos, resolver el siguiente problema. Podrá dejar unos instantes para que lo piensen individualmente y luego retomarlo con todo el grupo.

Material para el alumno (2° bimestre, página 11)

1) Si se reparte $ 1 entre 10 chicos, ¿cuánto le toca a cada uno?
¿Cómo se escribe en pesos lo que le toca a cada chico?
¿Cómo se escribe lo que le toca a cada chico usando fracciones?

Si se hace el cálculo (1 : 10) en la calculadora, ¿qué resultado aparecerá? (Anotalo antes de hacerlo, después verificalo en la calculadora.)

En una instancia de análisis colectivo, será necesario detenerse en que a cada chico le toca $\frac{1}{10}$ de peso, qué significa esta fracción, cuántas partes de ésas se necesitan para rearmar el peso. Luego se explicitará su relación con la escritura $ 0,10 o con el resultado de la división en la calculadora 1 : 10 = 0,1 (ver nota al pie n° 7). Aquí el docente introducirá que ese primer lugar después de la coma indica los décimos de unidad.

De este análisis surgirá un conjunto de notaciones.

Atando cabos

Repartir $ 1 entre 10 chicos se corresponde con la "cuenta" 1 : 10. Esto da como resultado un décimo de peso. Al hacer la cuenta en la calculadora, obtenemos 0,1, lo cual nos permite interpretar que 0,1 es lo mismo que un décimo. También podemos saber que 0,1 × 10 es 1, así como $\frac{1}{10} \times 10$ también es 1. Escribimos, todas juntas, las relaciones anteriores:

$$1 : 10 = 0{,}1$$

[7] El docente indicará que el punto en la calculadora representa la coma decimal. En el *Material para el alumno,* los estudiantes encontrarán ambas representaciones, mediante una coma y también mediante un punto.

$$0{,}1 \times 10 = 1$$

$$\frac{1}{10} \times 10 = 1$$

$$\frac{1}{10} = 0{,}1$$

2)
- Si se quiere repartir $ 2 entre 10 chicos, ¿con qué cuenta se puede expresar ese reparto? ¿Cuánto le toca a cada uno? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

- Si se quiere repartir $ 3 entre 10 chicos, ¿con qué cuenta se puede expresar ese reparto? ¿Cuánto le toca a cada uno? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

- Si se quiere repartir $ 5 entre 10 chicos, ¿cuánto le corresponde a cada uno? ¿Con qué cuenta se puede expresar ese reparto? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

- Si se quiere repartir $ 8 entre 10 chicos, ¿con qué cuenta se puede expresar ese reparto? ¿Cuánto le toca a cada uno? Expresá el resultado usando fracciones y números con coma.

3) Resuelvan las siguientes cuentas. Escriban el resultado con fracciones y con números con coma.

1 : 10 =
2 : 10 =
3 : 10 =
4 : 10 =
5 : 10 =
6 : 10 =
7 : 10 =
8 : 10 =
9 : 10 =

4) De cada una de las divisiones que realizaste en la actividad anterior se puede deducir el resultado de una multiplicación por 10. Por ejemplo: $0{,}2 \times 10 = 2$. Escribí las multiplicaciones (y sus resultados) que surgen de cada una de las divisiones.

Para que los alumnos puedan controlar su propio trabajo, se los alentará a revisar cada una de las afirmaciones que se explicitan en Atando cabos, pero ahora a propósito de las actividades 3 y 4. Por ejemplo, para 2 : 10 = 0,2 ó $\frac{2}{10}$, es necesario detenerse a reflexionar que se trata de dos veces 1: 10. Lo mismo para $0{,}2 \times 10$, se trata de dos veces $0{,}1 \times 10$, etcétera.

Una vez discutidos los resultados de la tabla anterior, se analizará la división por 10 para números de dos cifras. Por ejemplo, 15 dividido 10 puede pensarse como 10 : 10 + 5 : 10 o sea que el resultado es 1,5. El docente puede apelar al contexto del dinero pero será necesario que pueda identificar los resultados de los cálculos independizándolos de dicho contexto.

5)
a) Completá la siguiente tabla y explicá cómo obtenés cada uno de los resultados:

:10

12	25	33	46	55	56	57	80	89	90	100	102	105	107	110	112

b) Explicá en qué casos al dividir un número de dos cifras por 10 da un número natural y en qué casos da un número con coma. Proponé tres ejemplos de números de dos cifras que al ser divididos por 10 den como resultado un número con coma y tres ejemplos de números de dos cifras que al ser divididos por 10 den como resultado un número sin coma.

c) Explicá en qué casos al dividir un número de tres cifras por 10 da un número natural y en qué casos da un número con coma. Proponé tres ejemplos de números de tres cifras que al ser divididos por 10 den como resultado un número con coma y tres ejemplos de números de tres cifras que al ser divididos por 10 den como resultado un número sin coma.

d) Al leer la tabla anterior desde la fila de abajo hacia la de arriba, surgen resultados de multiplicar números por 10.
Por ejemplo, 1,2 × 10 = 12. Anotá todas las multiplicaciones por 10 que surgen de la tabla anterior.

El trabajo realizado se extenderá para tratar las relaciones entre la unidad y el centésimo y entre décimos y centésimos. Este análisis también concluirá con una serie de notaciones para las relaciones establecidas

e) ¿Qué sucede si se reparten 10 centavos entre 10 chicos?

f) ¿Cómo podría anotarse en pesos la parte que le corresponde a cada uno?

g) ¿Y si se reparte $ 1 entre 100 chicos?

h) De la misma manera que hicimos para la división 1 : 10, apoyados en lo que sabemos del dinero, podemos establecer las siguientes relaciones:

$$1 : 100 = 0{,}01$$

$$0{,}1 : 10 = 0{,}01$$

$$0{,}01 \times 10 = 0{,}1$$

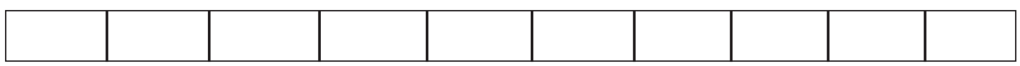
$$0{,}01 \times 100 = 1$$

$$0{,}01 = \frac{1}{100}$$

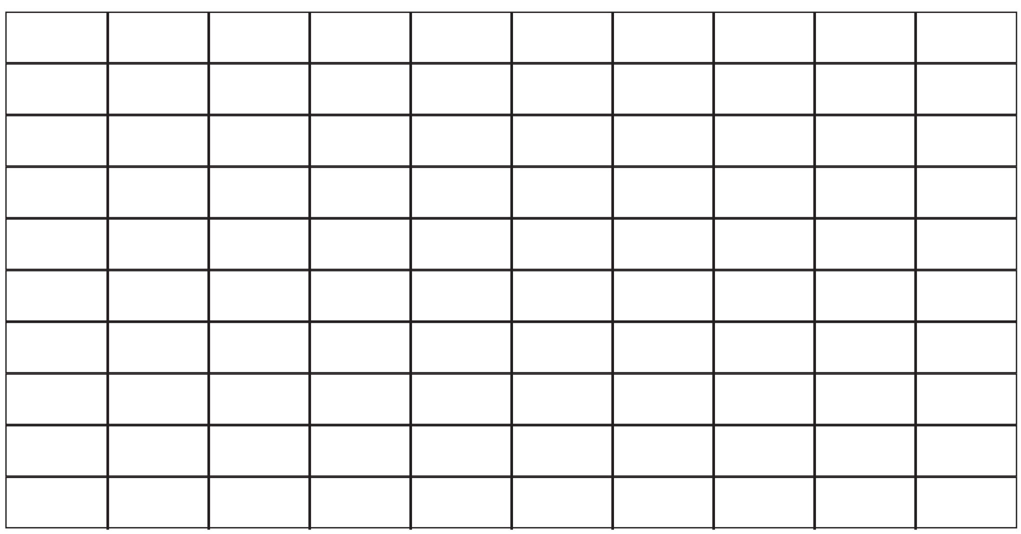
Explicá cada una de las relaciones del cuadro anterior usando como referencia lo que sabés sobre el dinero.

El docente retomará las explicaciones elaboradas por los alumnos a propósito del cuadro anterior para darles un mayor nivel de generalidad. Podrá recurrir para ello a representaciones gráficas. Por ejemplo, para explicar la equivalencia entre 1: 10 y 10 : 100, podrá representar 1 unidad dividida en 10 partes iguales y 10 unidades, divididas cada una en 10 partes iguales.

A continuación se representa 1 unidad dividida en décimos:



El siguiente gráfico representa 10 unidades cada una dividida en 10 décimos. La representación "muestra" entonces 100 décimos. Se puede analizar entonces que al dividir 10 unidades en 100 se obtiene 1 décimo, o sea, la misma cantidad que se obtiene al dividir 1 en 10.



Si se considera que todas las filas forman la unidad, el mismo gráfico puede ser aprovechado para analizar que 1 décimo dividido 10 es 1 centésimo. Esto puede relacionarse con lo analizado en el contexto del dinero: al dividir 10 centavos entre 10 se obtiene 1 centavo.

A partir de estos análisis puede considerarse la equivalencia entre una fracción con denominador 10, 100, 1.000, 10.000, etcétera y la que resulta de agregar uno o más ceros al numerador y al denominador de dicha fracción. Por ejemplo:

$$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1.000}$$

Un modo de pensar la relación anterior es el siguiente: si cada décimo se parte en 10, se obtienen centésimos. Por cada décimo se obtendrán 10 centésimos, por lo tanto los 7 décimos equivaldrán a 70 centésimos.

3 LA DIVISIÓN POR 10, 100, 1.000 Y LOS NÚMEROS DECIMALES

Material para el alumno (2° bimestre, página 15)

1) Completá la siguiente tabla y explicá cómo pensaste cada uno de los resultados:

:100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	36

El trabajo de análisis con los alumnos sobre esta actividad debe apuntar a que se explicite que la relación 1:100 = 0,01 ó $\frac{1}{100}$ debe servir como punto de apoyo para las cuentas propuestas. Por ejemplo:

2 : 100 es dos veces 1: 100;

12 : 100 podrá establecerse a partir de 10 : 100 y 2 : 100

20 : 100, a partir de hacer 2 veces 10: 100.

Se podrá también analizar que $\frac{20}{100}$ ó 0,20 equivale a un quinto. Y, efectivamente, el doble de $\frac{1}{10}$ es $\frac{1}{5}$.

Para 50 : 100, será interesante también analizar por qué corresponde a la mitad.

¿Cómo pensar el resultado de 36 : 100?

36 : 100 = 30 : 100 + 6 : 100
? ?
0,3 + 0,06 = 0,36

Es importante que en las discusiones colectivas el docente vaya señalando los diferentes recursos que se van utilizando para pensar cada uno de los cálculos: apelar al contexto del dinero, usar las representaciones gráficas, la calculadora.

El docente podrá proponer ahora a los alumnos que planteen ellos divisiones por 100 (anoten en otra hoja los resultados) e intercambien los cálculos propuestos con sus compañeros.

También será interesante discutir con los alumnos que un número de dos cifras dividido 100 siempre da un número con coma, y analizar en qué casos un número de tres cifras dividido 100 da natural y en qué casos da un número con coma.

A continuación, se busca reutilizar las relaciones establecidas sobre una nueva tabla:

Material para el alumno (2° bimestre, página 15)

2)
a) Completá la siguiente tabla que relaciona una serie de números con los resultados que se obtienen al dividir dichos números por 100:

:100					13			25	40	55	60	79				
	0,01	1	0,1	2		0,15	1,5						0,04	0,25	0,47	3,5

b) Escribí el resultado de los siguientes cálculos y explicá cómo los pensaste.

345 : 100 =
128 : 100 =
126 : 10 =
347 : 10 =
204 : 100 =
1.001 : 100 =
276 : 100 =
905 : 100=

3) Completá la siguiente tabla que relaciona una serie de números con los resultados al dividir a cada uno de ellos por 10. Para cada uno de los casilleros, explicá cómo pensaste el cálculo correspondiente.

:10	1	8	10	18	0,1	0,4	0,5	1,5	2,3	18,3	14,5	3,8						
													3	0,2	0,7	0,01	0,05	0,17

4)

a) Marcos y Marcelo de 6º/7º tienen que repartir \$ 12 entre 10 chicos. Para saber cuánto le toca a cada uno hacen la cuenta 12 : 10.
Para resolverla pensaron lo siguiente:

$$12 : 10 =$$

$$\underbrace{10 : 10}_{1} + \underbrace{2 : 10}_{0,2} =$$

La cuenta 2 : 10 surge del análisis de la tabla del ejercicio anterior y también la resolvieron en la Actividad 2, problema 3). La cuenta es fácil. El resultado de 12 : 10 = 1,2.

Realicen las siguientes cuentas utilizando el mismo procedimiento:

36 : 10 =	605 : 10 =
45 : 10 =	610 : 10 =
21 : 10 =	618 : 10 =
79 : 10 =	700 : 10 =
102 : 10 =	730 : 10 =
500 : 10 =	703 : 10 =
508 : 10 =	1.000 : 10 =
580 : 10 =	1.600 : 10 =
588 : 10 =	1.610 : 10 =
600 : 10 =	1.618 : 10 =

b) Laura también es alumna de 6º/7º. Como no entendía nada de la explicación de Marcos y Marcelo para hacer 12 : 10, buscó otra manera de explicarlo y lo escribió así:

12 : 10 = 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 + 1 : 10 = 12 × 0,1.

Sabemos que el procedimiento es correcto. ¿Cómo podrían explicarlo?

Este procedimiento está apelando a una relación ya trabajada, por ejemplo para calcular 2 : 10 a partir de pensarlo como 2 veces 1 : 10 ó 2 × 0,1.

c) Pero entonces Laura se dio cuenta de que hacer 12 dividido 10 es lo mismo que multiplicar 12 por 0,1. En ese momento se preguntó si eso “valdría siempre”. Es decir, ella se preguntó si es cierto que dividir por 10 es siempre lo mismo que multiplicar por 0,1. Para ello exploró con diferentes cuentas de dividir por 10 y las analizó de la misma manera que la cuenta anterior. ¿Cuál será la conclusión de Laura?

Este problema avanza sobre una nueva relación que aún no ha sido explorada: la equivalencia entre dividir por 10 y multiplicar por 0,1. La idea es que un número *n* dividido 10 puede pensarse como *n* veces 1 dividido 10 o sea, *n* veces 0,1.

Las relaciones elaboradas hasta el momento permiten también establecer que
- multiplicar por 0,5 es hacer la mitad,
- multiplicar por 0,1 es hacer la décima parte.

Los problemas que siguen extienden estas construcciones a decimales con tres o más lugares después de la coma.

Material para el alumno (2° bimestre, página 17)

5)

1: 10 es $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$ se escribe también 0,1
1: 100 es $\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$ se escribe también 0,01
1: 1000 es $\frac{1}{1.000}$	$\frac{1}{1.000}$ se escribe también 0,001
1: 10.000 es $\frac{1}{10.000}$	$\frac{1}{10.000}$ se escribe también 0,0001

y así sucesivamente.

Apoyándote en estas relaciones y en lo que sabés de fracciones y de números con coma pensá los siguientes cálculos.

0,1 : 10 =
0,1 : 100 =
0,1 : 1.000 =
0,01 : 10 =
0,01 : 100 =
0,001 × 10 =
0,001 × 100 =
0,001 × 1.000 =
0,01 × 10 =
0,01 × 100 =
0,01 × 1.000 =

4 Análisis de las escrituras decimales

A esta altura de tu estudio ya estás en condiciones de entender que los números decimales forman un sistema en el que la primera posición después de la coma representa los décimos; la segunda, los centésimos; la tercera, los milésimos; la cuarta, los diezmilésimos, etcétera.

$0{,}1 = \frac{1}{10}$ $\quad$ $0{,}5 = \frac{5}{10}$ $\quad$ $0{,}01 = \frac{1}{100}$ $\quad$ $0{,}51 = \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$

$3{,}51 = 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$ $\quad$ $23{,}51 = 2 \times 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$

$523{,}51 = 5 \times 100 + 2 \times 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$

También estamos en condiciones de "pasar" de una fracción con denominador 10, o 100 o 1.000 a un número decimal. Veamos algunos ejemplos:

$$\frac{75}{10} = \frac{70}{10} + \frac{5}{10} = 7 + 0,5 = 7,5$$

$$\frac{75}{100} = \frac{70}{100} + \frac{5}{100} = \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = 0,7 + 0,05 = 0,75$$

El docente analizará con los alumnos el texto de información anterior señalando que los números decimales suponen una extensión del sistema de numeración para números naturales. También será importante reconocer las relaciones de valor entre posiciones contiguas:

10 veces 0,1 es 1
10 veces 0,01 es 0,1
10 veces 0,001 es 0,01,
etcétera.

Se comentará que si bien decena y décimo "suenan parecido" como también centena y centésimo, ocurre que 10 veces una decena es una centena pero en cambio diez veces un centésimo es un décimo.

Material para el alumno (2° bimestre, página 19)

1) Buscá una manera rápida de saber el resultado de los siguientes cálculos y explicala:

4 + 0,3 + 0,07 + 0,001 =

17 + 0,03 + 0,8 =

0,006 + 0,1 + 214 + 0,05 =

200 + 90 + 7 + 0,9 + 0,02 + 0,005 =

En una revisión conjunta de la actividad, se señalará el significado de cada posición en las escrituras decimales, en un "ida y vuelta" entre la posición de cada cifra en los resultados y cada número de la suma. El docente podrá pedir a los alumnos que propongan cálculos similares y los intercambien con un compañero para que los resuelva.

2) ¿A qué número decimal corresponden entonces las siguientes fracciones?

$\frac{1}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{15}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{2}{100}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{105}{100}$ $\frac{1}{1.000}$

$\frac{8}{1.000}$ $\frac{10}{1.000}$ $\frac{18}{1.000}$ $\frac{100}{1.000}$ $\frac{200}{1.000}$ $\frac{218}{1.000}$ $\frac{1.500}{1.000}$

3) Anotá una fracción equivalente a cada uno de estos números:

0,09
0,004
0,8
0,0002

Con respecto a este último problema será importante analizar que es posible hallar diferentes fracciones para la misma escritura. Por ejemplo, 0,09 se puede anotar como $\frac{9}{100}$ ó $\frac{90}{1.000}$; etc. Si aparecieran diferentes escrituras propuestas, será interesante detenerse a analizar su equivalencia. Si no aparecieran, el docente podrá proponerlas para someterlas a la discusión del grupo.

4) Anotá el resultado de estos cálculos en forma decimal:

$2 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100} =$

$13 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100} =$

$8 + \frac{4}{100} + \frac{6}{10} + \frac{1}{1.000} =$

$273 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1.000} =$

Proponé otros similares e intercámbienlos con un compañero.

5) Descomponé los siguientes números de la misma manera:

4,508 =

34,005 =

2,507 =

3,1035 =

6) Escribí un número formado por:

a) 4 décimos, 3 milésimos, 5 centésimos
b) 4 enteros, 8 décimos, 1 milésimo
c) 1 entero, 1 milésimo
d) 8 décimos, cuatro milésimos
e) 2 décimos, 4 centésimos, 2 milésimos

El problema anterior será una oportunidad de discutir la necesidad del cero para indicar la ausencia de unidades correspondientes a un cierto valor posicional. Se analizará que el criterio de organización de los números decimales es una extensión del sistema decimal para anotar los números naturales.

7) Escribí qué número decimal se forma en cada caso:

a) $\frac{1}{10} + \frac{3}{100} =$ **b)** $2 + \frac{1}{100} + \frac{3}{100} =$ **c)** $2 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} =$

d) $\frac{4}{10} + \frac{3}{100} =$ **e)** $\frac{28}{10} + \frac{14}{100} =$

El último caso de la actividad anterior requiere "ver" el $\frac{28}{10}$ como $\frac{20}{10} + \frac{8}{10}$, o sea, como 2+ 0,8 = 2,8 y el $\frac{14}{100}$ como $\frac{10}{100} + \frac{4}{100}$ o sea, 0,1 + 0,04 = 0,14. En total el número decimal es 2,94.
Los dos problemas que se proponen a continuación requieren pensar la escritura de números decimales cuando se los nombra en términos de un cierto valor posicional (décimos, centésimos, etc.) utilizando un número de más de una cifra.

8) ¿Qué número decimal se forma a partir de cada uno de los siguientes cálculos?

a) $3 + \frac{15}{10} + \frac{8}{100} =$ **b)** $2 + \frac{7}{10} + \frac{38}{100} + \frac{12}{100} =$

c) 328 + 0,1 + 0,35 + 0,016 = **d)** $147 + 0,3 + \frac{56}{100} + 0,019 =$

e) $44 + 0,2 + \frac{4}{100} + \frac{18}{10.000} =$

9) Escribí un número formado por:

a) 12 décimos, 24 centésimos
b) 34 centésimos, 12 décimos, 25 milésimos
c) 35 centésimos, 35 milésimos

Actividad **5**

RETOMANDO LAS RELACIONES ENTRE LA DIVISIÓN POR 10, 100 Y 1000 Y LOS NÚMEROS DECIMALES

Material para el alumno (2° bimestre, página 22)

1) Revisen los ejercicios de división y de multiplicación por 10, 100, 1.000, realizados hasta el momento.
a) Escriban una regla para dividir cualquier número natural por 10, 100, 1.000, etcétera.
b) Escriban una regla para multiplicar cualquier número natural por 10, 100, 1.000, etcétera.

Los enunciados elaborados por los alumnos se retomarán apuntando a que se expliciten las razones por las cuales pueden garantizar que las reglas propuestas funcionan. Así, por ejemplo, para la división de un natural por 10, se espera que quede claro que las unidades se convierten en décimos apoyándose en lo que saben respecto de la división de números de una cifra por 10 (1 : 10; 2 : 10; etc.). Del mismo modo, las decenas se convierten en unidades, etc. Algo análogo se espera para los divisores 100; 1.000, etcétera.

2) Escriban una regla para dividir cualquier número decimal por 10, 100, 1.000, etcétera.

El docente podrá proponer que recuerden qué sucede cuando se hacen las siguientes divisiones:

0,1 : 10 =
0,01 : 10 =
0,001 : 10 =
0,1 : 100 =
etcétera.

En la búsqueda de justificación de la regla se buscará que los alumnos vuelvan sobre las reglas de formación de las escrituras decimales: 10 de un orden equivalen a uno del orden inmediato superior o, lo que es lo mismo, uno de un orden es la décima parte de uno del orden inmediato superior: 10 x 0,01 = 0,1; de aquí sabemos que 0,1 : 10 = 0,01. Se analizará entonces cómo se pueden aplicar las relaciones anteriores a otras divisiones. Veamos algunos ejemplos:

a) 0,2 : 10 da como resultado 0,02 porque es dos veces 0,1 : 10;

b) 1,42 : 10, puede pensarse como:
(1 + 0,4 + 0,02) : 10 = 1 : 10 + 0, 4 : 10 + 0,02 : 10

0,1 0,04 0,002

0,142

Material para el alumno (2° bimestre, página 23)

3)
a) En las cuentas de dividir un número natural por 10, 100, 1.000 que hicieron, a veces el resultado da un número con coma y otras veces da un número sin coma. ¿Es posible anticipar mirando el número si al dividir por 10, por 100 o por 1.000 el resultado va a dar un número con o sin coma?

b) Utilicen la regla que pensaron en el ejercicio anterior para decidir cuáles de las siguientes divisiones van a dar por resultado un número con coma. Comprueben con la calculadora.

321 : 10 =	170 : 100 =
305 : 100 =	17 : 10 =
408 : 100 =	300 : 10 =
210 : 10 =	308 : 100 =
50 : 100 =	478 : 10 =

4) En cada uno de los siguientes casos, luego de dividir por 10 se obtuvieron los siguientes resultados:

a) 2,3 **b)** 34,5 **c)** 121,9 **d)** 0,12 **e)** 4,05

Averigüen para cada caso cuál era el número que se dividió por 10.

6 Relación de orden entre números decimales

Material para el alumno (2° bimestre, página 24)

1)
a) ¿Cuál es mayor: 0,09 ó 0,1?

Se alentará a los alumnos a que establezcan la comparación entre estos decimales y elaboren argumentos que garanticen la validez de sus afirmaciones.
Luego, retomando sus propuestas se apuntará a dejar claro que, como ya se ha establecido, $\frac{1}{10}$ es equivalente a $\frac{10}{100}$, por lo tanto, es mayor que $\frac{9}{100}$. También podrá establecerse que si a 0,09 se le agrega 0,01 da como resultado 0,1. Efectivamente, $\frac{9}{100}$ más $\frac{1}{100}$ es $\frac{10}{100}$, que equivale a $\frac{1}{10}$. Este último razonamiento pone en juego la recursividad implícita en la organización decimal de los números decimales.

Este análisis se reinvertirá en el problema 2 a propósito de la relación entre centésimos y milésimos.

b) ¿Cuál es mayor: 0,009 ó 0,01?
c) ¿Cuál es mayor: 0,1 ó 0,099?

Para establecer la comparación en el problema c) puede pensarse que $\frac{1}{10}$ equivale a $\frac{100}{1.000}$ y este último número es mayor que $\frac{99}{1.000}$. También puede ponerse en juego la idea de agrupamiento recursivo si se analiza que, añadiendo $\frac{1}{1.000}$ a $\frac{9}{1.000}$ se obtiene $\frac{10}{1.000}$, que equivale a $\frac{1}{100}$ y que si este último se suma a $\frac{9}{100}$ se obtiene $\frac{10}{100}$ equivalente a $\frac{1}{10}$.

El intercambio de argumentos para establecer las comparaciones supone la profundización de relaciones que contribuyen a una mejor comprensión de las escrituras decimales tanto para quienes hicieron de entrada comparaciones correctas como para quienes sostuvieron relaciones incorrectas.

d) ¿Cuál es mayor: 0,2 ó 0,02?

Aquí será necesario detenerse a explicitar el valor del 2 en función de la posición que ocupa: 2 centésimos es menor que 2 décimos. Acá será interesante señalar el papel del cero después de la coma en el segundo número y aprovechar para ver que en este caso, aunque el cero está después de la coma, sí "vale":

e) ¿Cuál es mayor: 0,5 ó 0,50?

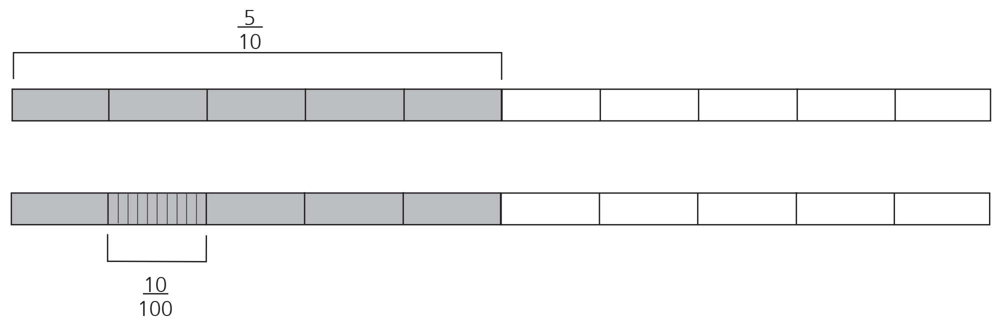
Este problema se detiene en un error muy frecuente en los alumnos que consiste en suponer que 0,5 es menor que 0,50 porque 5 es menor que 50. Este argumento supone la utilización, para interpretar números decimales, de conocimientos que han sido construidos –y allí son válidos– a partir de sus interacciones con los números naturales. Los alumnos se suelen centrar en las partes decimales y las piensan como si fueran números naturales. Como es cierto que 5 es menor que 50, no se advierte la equivalencia entre ambas expresiones 0,5 y 0,50. Esta extensión de reglas válidas en el conjunto de los números naturales a las fracciones y decimales es constitutiva del proceso de aprendizaje de los números racionales. Lejos de tratar de evitar que estos errores "aparezcan", se trata de proponer situaciones que los pongan de relieve para permitir su análisis. El rechazo explícito de los errores que provienen de extender a un nuevo conjunto numérico relaciones válidas en el conjunto con el que se venía trabajando forma parte de la construcción del sentido del nuevo concepto. En otros términos, las diferenciaciones que se establezcan entre números naturales y números racionales contribuyen al sentido de ambos conjuntos numéricos. De todos modos, no estamos esperando que estas concepciones construidas sobre los números naturales y sobregeneralizadas hacia los números racionales se superen con sólo un par de problemas que se ocupen de ellas. Se trata de un proceso largo donde en diferentes ocasiones se volverá sobre los conocimientos que son válidos para los números naturales y que dejan de serlo para las fracciones y los decimales.

A propósito de este problema en particular, se podrá apelar a diferentes razones:

Por un lado, se puede establecer la equivalencia entre $\frac{5}{10}$ y $\frac{50}{100}$. También se puede apelar al contexto del dinero y analizar que 5 monedas de 10 centavos es la misma cantidad de dinero que 50 monedas de 1 centavo. La movilización del recurso gráfico puede contribuir también a establecer la equivalencia entre ambas expresiones.

- Si cada décimo se divide en 10 partes, se obtienen centésimos. En un décimo hay diez centésimos. En cinco décimos, hay cincuenta centésimos.

- En este caso particular, los alumnos pueden establecer, además, que tanto $\frac{5}{10}$ como $\frac{50}{100}$ son equivalentes a $\frac{1}{2}$.



Será interesante analizar que otra vez –ya se había tratado esta relación en la secuencia anterior– los alumnos encuentran que, si se agrega un cero al numerador y al denominador de una fracción, se obtiene una fracción equivalente.

Para contribuir a que los alumnos se familiaricen con estas relaciones habrá que considerarlas a raíz de comparaciones similares: 0,30 y 0,3; 0,2 y 0,200; 0,15 y 0,150, etcétera.

f) ¿Cuál es mayor: 0,1 ó 0,039?

Esta comparación vuelve a tratar de poner en escena algunas relaciones ya establecidas. Aunque 39 es mayor que 1, $\frac{1}{10}$ es mayor que $\frac{39}{1.000}$. Este análisis puede realizarse:

- En términos de equivalencias:

$0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{100}{1.000}$
$0{,}039 = \frac{39}{1.000}$
Por lo tanto 0,1 > 0,039.

- En términos de un análisis recursivo de la escritura: 9 milésimos más un milésimo es 10 milésimos que equivale a 1 centésimo; 3 centésimos más 1 centésimo es cuatro centésimos que es menor que un décimo. O sea que 0,039 es menor que 0,04 y este último es menor que 0,1.

2) En los problemas a) a f) comparamos números decimales en situaciones que podían ser "engañosas". Tratá de decir cuáles son las "cosas" que, al comparar números decimales, pueden llevar a confusión, anotate consejos que les darías a chicos de 5° para comparar números decimales y explicales por qué esos consejos "funcionan".

A partir de esta actividad de síntesis se tratará de discutir los criterios de comparación que hayan surgido del listado de consejos elaborado por los alumnos. En la puesta en común, se tratará de que los alumnos expliciten las razones que hacen al funcionamiento de las reglas enunciadas. Se podrá armar un listado colectivo de criterios de comparación de números decimales que se completará o ajustará si, a lo largo del trabajo, surgen otros nuevos o la necesidad de corregir alguno.

Material para el alumno (2° bimestre, página 24)

3) Completá con <, > o = según corresponda y explicá cómo lo pensaste en cada caso:

a) 1,5	1,50	**d)** $\frac{10}{1.000}$	0,1
b) 0, 299	0,3	**e)** $\frac{3}{100}$	0,03
c) $\frac{2}{10}$	0,04	**f)** $\frac{40}{10}$	0,40

En el transcurso de este trabajo será importante volver sobre una vieja ley que utilizan los niños para comparar números naturales: "el que manda es el de adelante". Efectivamente, los chicos de primer ciclo, cuando quieren comparar números de la misma cantidad de cifras, "saben" que es suficiente comparar las primeras cifras. Para el caso de decimales con parte entera cero, "el que manda es el número que está en el primer lugar después de la coma"; si las cifras que están en esa posición fueran iguales, "manda" la posición de los centésimos, etc. Reglas de este tipo deben establecerse colectivamente y registrarse en algún lugar "público" de la clase.

Por otra parte, también será necesario poner en cuestión otras leyes que rigen la comparación de números naturales en nuestro sistema de numeración. Así, por ejemplo, ya no es cierto el criterio de la cantidad de cifras de un número, según el cual "de dos números, es mayor el que más cifras tiene" (0,7 > 0,345, por ejemplo). Será también productivo volver a realizar una comparación entre las relaciones entre posiciones contiguas para los números naturales y para los decimales: diez decenas equivalen a una centena, pero diez centésimos equivalen a un décimo, etcétera.

Las reglas establecidas deberán examinarse para números cuya parte entera no es cero. Después de este trabajo podrá revisarse la lista de criterios elaborada a partir del problema 2.

Material para el alumno (2° bimestre, página 25)

4) Escribí tres números entre:
a) 1,5 y 1,6
b) 2,03 y 2,04
c) 5,17 y 5,2
d) 11,9 y 12
e) 0,2 y 0,21

Acá los alumnos deberán atreverse –el maestro deberá alentarlos– a usar varias cifras después de la coma. Esto tiene sentido con los números descontextualizados y no es muy razonable en contextos como el del dinero o el de las longitudes. Como resultado de esta actividad, quedará habilitada la posibilidad de escribir cualquier cantidad de cifras después de la coma. Obviamente, esta habilitación no significará que los alumnos harán uso de ella de manera inmediata, y será necesario volver una y otra vez sobre esta cuestión.

5) Escribí tres números decimales menores que 0,01.

Para este problema, el "asunto" será intercalar ceros entre la coma y el uno. Nuevamente habrá que autorizar estas posibilidades, que los alumnos irán asumiendo a medida que enfrenten nuevas actividades. En este caso, la calculadora puede ser un buen recurso; por ejemplo, buscar el número que resulta de dividir 0,01 por 2, ó por 10, ó por 5.

6) ¿Cuál de todos estos números está más cerca de 1,3?

1,28 1,40 1,33

La idea es que se reinviertan acá las leyes que se fueron elaborando para comparar números decimales.

7) Escribí el número decimal con una sola cifra después de la coma que esté más cerca de cada uno de los siguientes números:

a) 6,28
b) 0,49
c) 7,99
d) 17,04
e) 48,24
f) 0,06
g) 1,005

8) Ordená de menor a mayor los siguientes números:

3,12 3,119 3,120 3,122 3,099 3,201

9) ¿Cuánto es la mitad de ...?

1
0,1
0,01
0,001
0,10
0,11
0,100
0,101
0,111
0,9
0,43
3,017

Esta actividad puede constituirse en un punto de apoyo para que el docente explique que, cuando se calculan mitades, un 1 en una determinada posición se transforma en 5 de la posición inmediata anterior: es decir, la mitad de 10 es 5; la mitad de 1 es 0,5; la mitad de 0,1 es 0,05; etc. Si 0,1 equivale a 0,10, la mitad es 0,05.

A partir de este conocimiento, es posible calcular la mitad de 0,11 como la mitad de 0,10 más la mitad de 0,01. Del mismo modo puede pensarse la mitad de 0,101; 0,111, etcétera.

10) ¿Cuánto hay que sumarle a cada uno de estos números para alcanzar el entero que sigue a cada uno?

4,7
2,19
24,99
12,445
7,001
68,090

En cada caso, explicá la estrategia que utilizaste.

Una discusión colectiva deberá centrarse en la explicitación del análisis sobre las escrituras numéricas que es necesario realizar para responder a este problema. Por ejemplo, para 68,090 se necesita 0,01 para completar un décimo y formar 68,1; y otros 0,9 para llegar a 69; etcétera. Esto podría anotarse como:

68,09 + 0,01 = 68,1; y
68,1 + 0,9 = 69; etcétera.

11) Calculen mentalmente:

a) 6,28 + 0,01 =
b) 10,32 + 0,01 =
c) 1,90 + 1,10 =
d) 1,20 – 0,1 =
e) 4 – 0,1 =
f) 30 – 0,01 =
g) La mitad de 0,60
h) El doble de 0,5
i) La mitad de 12,40
j) El doble de 0,90

7 CON LA CALCULADORA

A continuación se proponen dos secuencias dirigidas al análisis del valor posicional de las escrituras decimales, las equivalencias entre las unidades contiguas y no contiguas, y las operaciones subyacentes a las escrituras decimales. Han sido elaboradas sobre la base del documento: *Matemática. Acerca de los números decimales: una secuencia posible*,[8] cuya lectura se recomienda para abordar este trabajo.

Material para el alumno (2° bimestre, página 28)

1) Si sólo se pudieran apretar las teclas **0**; **1**; **×** ; **+** de la calculadora:
a) ¿Cómo podrían obtenerse los siguientes números? Anotalos y luego verificalo con la calculadora.

0,2
0,03
0,005
0,25
0,375
341,406

En la puesta en común se hará hincapié en la descomposición del número y cómo formar cada una de esas cifras. Por ejemplo, para 0,375, pensarlo como 0,3 + 0,07 + 0,005, entonces deberá sumarse 3 veces 0,1; 7 veces 0,01 y 5 veces 0,001. Se trata también de identificar las relaciones multiplicativas que subyacen a las notaciones decimales. Esto podrá quedar resumido en escrituras que expliciten esta descomposición:

[8] *Matemática. Acerca de los números decimales: una secuencia posible, Aportes para el desarrollo curricular*, editado por G.C.B.A., Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula, 2001 (disponible en todas las escuelas).

0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,001 + 0,001+ 0,001 + 0,001 + 0,001
ó
3 × 0,1 + 7 × 0,01 + 5 × 0,001

b) Para anotar un número, Juan sumó 3 veces 0,001; 3 veces 0,1 y 4 veces 0,01. ¿Qué número anotó?

c) Intentá formar 1,02 a partir de dos sumas diferentes. Luego, intentá hacer lo mismo con 1,2".

d) ¿Qué número se arma sumando 10 veces 0,1; 10 veces 0,01; y 10 veces 0,001?

La puesta en común se centrará en el análisis de las equivalencias entre 10 veces una unidad de un orden y una vez la unidad del orden inmediato superior. También podrán revisarse ciertas equivalencias multiplicativas. Por ejemplo, para formar 0,2, sumar dos veces 0,1 o hacer 2 × 0,1; o 20 veces 0,01 y 20 × 0,01, etcétera.

2)
a) ¿Qué número se arma haciendo 5 × 0,1 + 3 × 0,01?

Será necesario aclarar que en la calculadora deberán hacerlo con dos cálculos parciales –las multiplicaciones– que luego se sumarán.

b) ¿Qué número se forma haciendo los siguientes cálculos?
4 × 0,1 + 3,001 + 5 × 0,001
7 × 0,1 + 6 × 0,001
2 × 0,01 + 5 × 0,001

c) Elijan un número y propongan cálculos similares a los del punto b), para que rápidamente un compañero pueda descubrir cuál es el número elegido. Luego, intercambien los roles y repitan la actividad.

3)
a) Si en el visor de la calculadora escriben el número 3,452, ¿qué cálculo hay que hacer en la máquina para que aparezca el número 3,40, sin borrar? ¿Y para que aparezca el número 3,052?

b) Si en el visor de la calculadora está el número 2,347, ¿qué hay que hacer para que aparezca el número 2,007, sin borrar?

A partir de estos problemas el docente podrá centrarse en el valor de las cifras que serán modificadas en función de su valor posicional. Es decir, en este último número(2,347), el 3 corresponde a 0,3 que es necesario borrar (o sus equivalentes 0,30 ó 0,300, en cuyo caso será interesante advertir por qué al anotar estos últimos números se borran de la calculadora los últimos ceros).

4)

a) Si anotás en la calculadora 29,8, sumás 0,1 y seguís apretando la tecla "=", se suma 0,1 cada vez que volvés a apretar el "=". Anotá qué números irán apareciendo si apretás 5 veces el "=". Después, verificalo con la calculadora.

A partir de esta actividad se pueden promover las siguientes relaciones: ¿qué modificaciones se producen en un número al agregarle 0,1?; ¿cuál es la cifra que cambia?; ¿por qué?; ¿cuándo cambia más de una cifra en el número?; ¿por qué? En el problema siguiente este análisis se extenderá a los centésimos.

b) ¿Y si a 29,8 le sumás 0,01?

En los problemas c) y d), además, deberán anticipar, a partir de analizar la escritura del número, cuántos centésimos se necesitan para completar los décimos y alcanzar el próximo entero.

c) Si a 124,77 le sumás 0,01 y seguís apretando "=", ¿qué números irán apareciendo? ¿Cuántas veces hay que sumar 0,01 para llegar a 125?

d) Si queremos ir de 13,6 a 14 sumando de a 0,01, ¿cuántas veces habrá que apretar la tecla "="? ¿Y si lo hiciéramos sumando de a 0,001?

El problema d) extiende estas relaciones a las equivalencias entre milésimos, centésimos y décimos. Aquí, en el análisis posterior a su resolución, deberá explicitarse que, si para un décimo se necesitan diez centésimos, como cada centésimo se forma con diez milésimos, para un décimo se necesitan cien milésimos. Este análisis podrá quedar anotado en las carpetas junto con escrituras que lo expresen, como por ejemplo:

$0,1 = 10 \times 0,01$
$0,01 = 10 \times 0,001$
$0,1 = 10 \times 10 \times 0,001 = 100 \times 0,001$

Entonces, agregar 0,4 a un número es lo mismo que agregar 4 veces 0,1 ó 40 veces 0,01 ó 400 veces 0,001.

En el problema 5 se reutilizan las relaciones trabajadas respecto de la descomposición de un número en décimos, centésimos y milésimos, esta vez a propósito de la resta:

5)
a) Ahora anotamos en la calculadora el número 1,7. Queremos ir restando reiteradamente 0,1 hasta llegar a 0. ¿Cuántas veces hay que restarlo? Recordá que primero deberás resolverlo y luego recién podrás verificarlo con la calculadora.
b) Si anotamos 2,45, ¿cuántas veces hay que restar 0,01 para llegar a 2? ¿Y para llegar a 0?
c) Si anotamos 0,351, ¿cuántas veces habría que restar 0,001 para llegar a 0? ¿Y para llegar a 0,3?
d) Si anotamos 4,206, ¿cuántas veces habría que restar 0,001 para llegar a 4? ¿Y para llegar a 4,2?

El problema 6 apunta a que se extiendan las relaciones establecidas a partir del análisis en descomposiciones sucesivas de un número en 0,1; 0,01 y 0,001, a componerlo de una sola vez, formando un solo número.

6)
a) Qué número hay que sumar o restar a los siguientes números para que aparezca como resultado el número que aparece en la columna de la derecha (esta vez con un solo cálculo):

Anoto en la calculadora	Operación	Resultado que quiero ver aparecer en la pantalla
14,653		15
17,23		17,2
4,85		10
12,057		10,057
12,057		12,007
4,73		4,733
3,28		3,32

b) Mirando el número que sumaste o restaste en cada caso, si te pidieran esta vez que llegaras de un número a otro sumando sólo de a 0,1; 0,01 ó 0,001, como habías hecho en los ítemes anteriores, ¿podrías decir cuántas veces tendrías que sumar de a un décimo, de a un centésimo o de a un milésimo para alcanzar el resultado buscado?

c) Anotá conclusiones de lo que te parece importante recordar cuando sumás o restás números decimales.

Éste podría ser un buen momento para que se sistematizaran los algoritmos de la suma y la resta con números decimales.

G.C.B.A. / MINISTERIO DE EDUCACIÓN

7)
a) Si en la calculadora hacemos 0,5 × 10, ¿qué resultado aparecerá?
b) ¿Y si hacemos 0,05 × 10?
c) ¿0,005 × 10?
d) ¿Y 0,05 × 100?
e) ¿Y 0,5 × 100?
f) ¿0,005 × 100?
g) ¿0,5 × 1.000?
h) ¿0,05 × 1.000?
i) ¿0,005 × 1.000?
j) ¿5 : 10?
k) ¿5 : 100?
l) ¿5 : 1.000?
m) ¿0,5 : 10?
n) ¿0,5 : 100?
o) ¿0,5 : 1.000?
p) ¿0,05 : 10?

Anotá los resultados que pensás que corresponden antes de verificarlos en la calculadora.

Se retomarán los resultados y se orientará la discusión hacia las razones que permiten anticipar fácilmente dichos resultados. Se busca avanzar respecto de algunas reglas superficiales que rápidamente descubren los alumnos (por ejemplo, “se corre la coma”) y profundizar en la comprensión de las relaciones que hacen a dicho “corrimiento” de lugares. En particular, a la relación entre enteros, décimos, centésimos y milésimos: como 10 veces $\frac{1}{10}$ es 1; 0,1 × 10 = 1; y 0,5 × 10 = 5; o como 10 veces $\frac{1}{100}$ o 0,01 es igual a $\frac{1}{10}$ ó 0,1; 0,01 × 10 = 0,1; etcétera.

Es interesante enlazar estas relaciones con las establecidas a propósito de los problemas anteriores en los que debían componer un número sumando décimos, centésimos y milésimos cierta cantidad de veces. Se puede ahora vincular este problema con aquellos y preguntar, por ejemplo, qué número se formará si se suma 14 veces 0,1; ó 12 veces 0,01; etc. Estas relaciones quedarán anotadas en las carpetas.

El problema 8 tiene como objetivo reutilizar las relaciones hasta aquí establecidas.

8)
a) ¿Qué resultados aparecen al multiplicar por 10, 100 ó 1.000 los siguientes números en la calculadora? Primero, anotalos y luego podés verificarlos.

x10	0,2	0,7	0,04	0,006	0,15	0,038	1,24	3,457	0,201			
										4	0,1	0,06

×100

0,2	0,7	0,04	0,006	0,15	0,038	1,24	3,457	0,201			
									4	0,1	0,06

×1000

0,2	0,7	0,04	0,006	0,15	0,038	1,24	3,457	0,201		
									4	0,1

b) Proponé un cálculo con números naturales para hacer en la calculadora que dé como resultado 0,1.

Aquí podrá retomarse la introducción al trabajo con decimales, donde se proponía el reparto de $1 entre 10, o el cálculo de 1 : 10 en la calculadora, etc.; extendiendo el mismo análisis para los centésimos y milésimos. Para las diferentes divisiones propuestas (si no aparecieran diferentes, el docente podrá someter algunas a discusión), se introducirá al grupo en un análisis de las equivalencias. Se volverá sobre la equivalencia entre $\frac{1}{10}$; $\frac{10}{100}$; $\frac{100}{1.000}$; o también sobre lo que sucede al multiplicar dividendo y divisor por un mismo número, obteniendo, por ejemplo $\frac{40}{400}$, $\frac{600}{6.000}$, etcétera.

Además, ésta es una oportunidad para recordar la equivalencia entre dividir por 10 y multiplicar por 0,1. Para ello, se podrá pedir a los alumnos que piensen cómo se podría hacer un número natural por 0,1 en la calculadora si no se pudiera tocar la tecla ".".

c) Proponé un cálculo que dé por resultado 0,01

d) Proponé un cálculo que dé por resultado 0,001

Para ambos problemas, el docente volverá sobre las conclusiones a las que se arribó a raíz del problema c), extendiéndolas para los centésimos y milésimos.

e) Proponé cálculos que den por resultado, respectivamente, 0,2; 0,5; 0,06; 0,007; 0,21; 1,5; 0,048; 0,173; 3,2.

El docente también podrá preguntar si, para cada caso, existe una única posibilidad. Volviendo sobre el análisis de las equivalencias.

f) De los siguientes cálculos, decí cuáles van a dar 0,1; 0,01; 0,001.

1 : 1.000 = 2 : 200 =

15 : 150 = 39 : 390 =

8 : 8.000 = 43 : 4.300 =

g) Completá los siguientes cálculos:

5 : .... = 0,1
8 : .... = 0,01
35 : ..... = 0,01
190 : ... = 0,1
4 : .... = 0,001

En el análisis colectivo de estos problemas podrá recuperarse una propiedad ya trabajada en el apartado *El cálculo mental y las propiedades de la multiplicación y de la división* (página 32 de este cuadernillo): realizar dos divisiones sucesivas es equivalente a dividir por el producto de los divisores. Por ejemplo, 2 : 200 es equivalente a pensar en 2 : 2 : 100. Del mismo modo, cuando se quiere calcular por cuánto hay que dividir a 35 para obtener 0,01 (tercer ítem del problema anterior), se puede pensar el cálculo en dos etapas: si se divide por 35, se obtiene 1, si 1 se divide por 100, se obtiene 0,01; resulta entonces que si 35 se divide por 35 × 100, se obtiene 0,01.

9)

Para los dos problemas que siguen, también les pedimos que:
- primero, piensen y anoten el cálculo,
- luego, anoten qué tuvieron en cuenta para averiguarlos;
- y finalmente, si lo necesitan, verifiquen los cálculos propuestos en la calculadora.

a) Si tuvieran escrito en el visor de la calculadora 3,25, ¿qué habría que hacer para que, con un único cálculo, aparezca 325 sin borrar?

La fundamentación en este caso pasa por extender una relación ya establecida: 10 décimos equivalen a 1, diez centésimos equivalen a un décimo, etc. El problema en este caso plantea cómo convertir el 3 en 300; el 0,2 en 20 y el 0,05 en 5. Deberá establecerse que 3 × 100 es 300; 0,2 por 100 es 20 ya que 10 veces 0,2 es 2 y 10 veces 2 es 20, y que 100 veces 0,05 es 5 ya que 100 veces un centésimo es 1, entonces 100 veces 5 centésimos es 5.

Este análisis puede quedar expresado en una escritura aritmética del tipo:
3,25 = 3 + 0,2 + 0,05

3 × 100 + 0, 2 × 100 + 0,05 × 100 =
= 300 + 20 + 5 = 325

Todas estas relaciones se reutilizarán en el problema siguiente:

b) ¿Y para que aparezca 0,325? ¿Y 3,250? ¿Y 32,5?

10) Este es un juego para jugar con toda la clase, en equipos de a dos alumnos.

Proponé cálculos para hacer en la calculadora, usando números naturales, que den como resultado los números que aparecen en la primera columna. Luego de que todos hayan terminado, se verificarán los cálculos propuestos en la calculadora. Si el cálculo es acertado, los alumnos que lo propusieron ganan 10 puntos. Gana el equipo que obtiene más puntos.

Número	Cálculo propuesto	Resultado obtenido	Puntaje
4,5			
2,204			
23,057			
0,08			
0,089			

A continuación, como cierre de todo este tramo de trabajo sobre números decimales, se propondrá a los alumnos una tarea de revisión de los conocimientos aprendidos. Se les pedirá elaborar un listado de cuestiones a recordar sobre los números decimales. Se dará unos días para que trabajen en forma autónoma. Esta instancia podrán llevarla a cabo como tarea. Luego, se trabajará en forma colectiva sobre las producciones individuales: se aclararán temas, se completarán listas, se identificarán temas que no hayan sido identificados, se pondrán en relación los mismos temas que hayan sido denominados de manera diferente, se precisarán temas que hayan sido enunciados de manera demasiado general. Finalmente, deberá quedar elaborada una lista común para todo el grado que servirá como guía de estudio.

11)

En unos días, vamos a hacer una prueba sobre números decimales. Para estudiar, de a dos, van a preparar un "machete" con todo lo que les parece importante recordar sobre el tema. Para ello, tienen que revisar en sus materiales lo que estuvimos haciendo, los problemas que resolvimos y lo que fuimos anotando después de nuestras discusiones.

MEDIDAS DE LONGITUD

Contenidos

◗ Resolución de problemas que impliquen la anticipación de ciertas longitudes.
◗ Resolución y análisis de los problemas que plantean realizar una medición.
◗ Profundización de las equivalencias entre diferentes unidades de medidas de longitud.
◗ Exploración y análisis de las informaciones que porta la escritura de una medida de longitud.

A través de las situaciones que se proponen para este tema se espera que los niños:

◗ Progresen en sus posibilidades de estimar una medida.
◗ Exploren y sistematicen algunas relaciones inherentes al Sistema Métrico Decimal en el marco de la proporcionalidad directa.
◗ Enfrenten problemas reales donde debe obtenerse una medida y analicen el papel del error en toda medición.
◗ Avancen en el análisis de la información que porta la escritura decimal de una medida.

En el conjunto de problemas que planteamos a continuación, nos proponemos que el análisis esté centrado en las relaciones entre las unidades de medida y los objetos a medir: en algunos casos los alumnos deben establecer longitudes en una cierta unidad y en otros deben reconstruir la unidad utilizada conociendo la longitud de un cierto objeto en dicha unidad.

El docente podrá aprovechar estas actividades para poner en cuestión la creencia –usualmente implícita– de que la unidad de medida debe ser necesariamente más pequeña que el objeto a medir. Es cierto que, cuando esto ocurre, realizar la medición resulta bastante más sencillo ya que puede *iterarse* la unidad a lo largo del objeto (por ejemplo, utilizando una regla de 5 cm para medir una longitud de 20 cm), o leerse directamente del instrumento (por ejemplo, que con una regla de 30 cm se desee medir una longitud de 12,5 cm). Pero esta condición no resulta de manera alguna un requisito que deba cumplirse, y el análisis de los problemas apunta a que pueda explicitarse esta cuestión.

PARA TENER EN CUENTA

En relación con la organización de la clase, creemos conveniente que en un primer momento los alumnos intenten pensar estos problemas de manera individual y luego completen el trabajo en pequeños grupos. Esto los coloca en mejores condiciones de participar de las discusiones con sus compañeros.

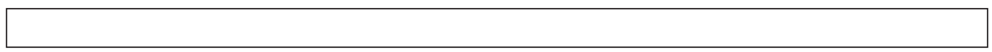
1 PROBLEMAS EN LOS QUE HAY QUE PENSAR EN LA UNIDAD DE MEDIDA

Material para el alumno (2° bimestre, página 36)

1)
Te proponemos que determines algunas longitudes.
a) Utilizando la regla determiná el largo de esta tira:

- Si tu regla sólo tuviera marcados los milímetros, ¿qué número deberías escribir para indicar esta longitud?
- Algunos carpinteros sólo expresan sus medidas en metros. ¿De qué manera podrían anotar el largo de aquella tira?

b) El largo de esta tira es de $3\frac{1}{4}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.



c) Otra persona midió el largo de la tira del ejercicio b), utilizando una unidad diferente, y obtuvo 1. ¿Cómo era la unidad de medida en este caso?

d) ¿Es posible inventar una unidad de medida tal que el resultado de la medición de la tira b) sea 0,1? ¿Qué longitud debería tener esta unidad?

e) ¿Qué longitud debería tener la unidad si quisiéramos que el resultado de la medición de esa misma tira fuera 0,01?

f) ¿Qué longitud debería tener la unidad si quisiéramos que la medida de la tira del problema b) fuera 0,5?

g) ¿Qué longitud debería tener la unidad si quisiéramos que el resultado de la medición de esa misma tira fuera de 0,05?

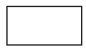
> **Cuestión**
> Algunas personas creen que siempre la unidad de medida debe ser menor que el objeto a medir. A partir de las actividades anteriores, ¿cómo elaborarías una explicación para aclarar que esta idea es errónea?

2)
a) Al medir esta tira con una unidad de medida, se obtiene 10. Si se quisiera obtener la mitad de esa medida, es decir 5, al medir la misma varilla, ¿la unidad debería ser el doble de grande o la mitad que la anterior?

b) ¿Cuál sería la medida de esta varilla con la unidad que aparece abajo?

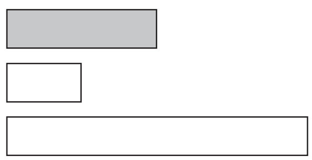
 (unidad)

c) Si la unidad fuera esta otra, el resultado de esta medición ¿será: 16, 8, 2?



(unidad de medida)
Tratá de responder sin medir la tira. Después, si podés, verificalo midiéndola efectivamente.

d) ¿Y si la unidad fuera esta otra? ¿Cuánto mediría la varilla? También tratá de responder usando lo que ya sabés, sin medirla.



3)
a)
Al medir una tira con una unidad de medida obtengo 24. ¿Cómo debo modificar cada vez esta unidad si quiero obtener los siguientes resultados?
2,4
240
0,24

b) Para la misma tira, ¿cómo debo modificar la unidad con la que habría medido la primera vez si quiero obtener los siguientes resultados?
48
12
6
4
2
36
8
3

En los análisis posteriores a estas resoluciones deberá quedar claro que, al medir una longitud, estamos comparando esa longitud con una unidad de medida elegida. La relación entre la longitud a medir y la unidad puede expresarse con un número natural o fraccionario. Los problemas propuestos deben contribuir a establecer que, dada la longitud de cierto objeto, hay una relación inversamente proporcional entre las longitudes de las unidades que se usan para medirlo y las cantidades que resultan al medir el objeto con cada una de esas unidades.

2 PROBLEMAS EN LOS QUE EFECTIVAMENTE HAY QUE MEDIR

La práctica de realizar mediciones no suele formar parte de las actividades que se plantean para la enseñanza de este tema; con ello desaparece parte de la complejidad que este contenido encierra. Así, por ejemplo, cuando no hay verdaderamente mediciones, carece de sentido hacer referencia a cierto nivel de precisión o al error.
El docente deberá tener presente que en toda medición resulta inevitable cierto margen de error. Este error se debe –entre otros aspectos– a los instrumentos que se utilizan, a la apreciación del observador, a las dificultades en la manipulación, etcétera.

PARA TENER EN CUENTA

No nos proponemos abordar todos estos aspectos en esta actividad, pero sí analizar que, si bien el error es inevitable, puede reducirse si se toman ciertas consideraciones al realizar una medición.

Ahora bien, en la siguiente actividad, es posible que los niños se vean desconcertados por el hecho de que todos deben medir el mismo objeto con el mismo instrumento. ¿Qué otra cosa que no sea el mismo resultado podrían obtener? También es posible que al obtener medidas distintas "desconozcan" este resultado y declaren el mismo que alguno de sus compañeros. El docente deberá gestionar la clase para que efectivamente aparezcan resultados distintos y para que este hecho no sea vivido como una "falla" desde el punto de vista de los niños. Para ello podrá él mismo –después de sus alumnos– tomar la medida solicitada frente a los niños o probar esta misma situación proponiendo obtener la medida de otros objetos.

Material para el alumno (2° bimestre, página 39)

1)
Esta actividad es para hacer en grupos de 5 alumnos.

a) Por turnos, cada uno de los compañeros que integran tu grupo debe medir el largo del pizarrón del aula y anotar la medida obtenida sin mostrársela a nadie. Cuando todos hayan medido, pueden comparar los resultados obtenidos.

b) Analicen los resultados obtenidos. ¿Todos tienen la misma medida?

c) Lean la siguiente información:
En algunas situaciones en las que va a medirse una longitud es posible colocar el objeto a medir al lado de la escala del instrumento de medición que se utiliza. Éste es el caso, por ejemplo, cuando medís el ancho de la hoja de tu carpeta con una regla de 30 cm de longitud. La hoja "entra" en la regla y, por lo tanto, alcanza con hacer coincidir el cero de la regla con el inicio de la hoja y fijarse qué número coincide en la regla con el otro extremo de la hoja.

Pero algunas veces sucede que el instrumento de medición es más chico que el objeto que va a ser medido; por ejemplo, al medir con tu regla el pizarrón. Entonces resulta necesario "transportar" el instrumento, es decir, trasladarlo varias veces a lo largo del objeto a medir. Este procedimiento –como habrás visto– genera muchos errores. Si bien no es posible eliminarlos completamente, el margen de error se puede reducir si se tienen en cuenta los siguientes consejos:

- Colocar la regla siempre de manera paralela al objeto a medir (en este caso, el largo del pizarrón).
- Marcar en el objeto a medir el lugar donde estaba ubicado el último número de la escala y no donde terminaba la regla.
- Hacer coincidir el cero (y no el comienzo de la regla) con la marca anterior.
- Sumar con atención todos los resultados obtenidos.

Estos consejos no evitan que haya errores en la medición; sin embargo, si se respetan estos procedimientos, el nivel de error disminuye.

2)
En ocasiones, cuando el instrumento de medición es muy pequeño comparado con el objeto a medir, se pueden emplear algunos procedimientos alternativos. Por ejemplo, si fuera necesario medir la longitud del patio y se dispone de una regla como la tuya, es posible tomar la medida de una baldosa, contar cuántas baldosas hay a lo largo y luego multiplicar la medida de una baldosa por la cantidad de baldosas. Ese número es una medida bastante aproximada del largo del patio.

¿Qué procedimientos de medida utilizarías en las siguientes situaciones?

a) Para averiguar el largo y el alto de la pared de una cocina que está cubierta de azulejos, si disponés de una regla de 10 cm.
b) Para averiguar el largo de una cancha de fútbol, si disponés de una soga que llega hasta la mitad del campo y de un metro de carpintero.
c) Para averiguar el largo de tu mesa, si sólo tenés como dato que el ancho de la palma de tu mano es de 8 cm.
d) Para averiguar la distancia que hay desde el piso hasta el techo de la planta baja de la escuela.

---

3 Problemas para investigar el cambio de unidades

Entre las actividades dedicadas a la exploración de ciertas relaciones del sistema métrico, es importante que el docente pueda plantear algunas que apunten "tanto a establecer la organización decimal del sistema, como a inscribir la problemática del cambio de unidad en el trabajo de proporcionalidad. Por ejemplo, las medidas de diferentes longitudes expresadas en kilómetros son proporcionales a las correspondientes medidas expresadas en centímetros. Esto no es visible si los alumnos realizan reducciones 'sueltas' en las que tienden a recordar cuál es el mecanismo por utilizar, en lugar de centrarse en los significados con los que están tratando. Inscribir la problemática de las reducciones en las de proporcionalidad hace observable el funcionamiento de las mismas y, en consecuencia, contribuye a que los niños construyan mejores puntos de apoyo para su realización".[9]

Actividades de este tipo podrían ser:

Material para el alumno (2° bimestre, página 42)

1)
El año pasado analizaste las relaciones existentes entre las diversas unidades de medidas de longitud.

UNIDAD						
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
1000m	100m	10m	1m	$\frac{1}{10}$ m	$\frac{1}{100}$ m	$\frac{1}{1000}$ m

En esta tabla pueden leerse relaciones entre diferentes unidades y el metro. Por ejemplo: 1.000 metros forman un kilómetro; hacen falta 10 metros para formar un decámetro; son necesarios 10 decímetros para formar un metro, el centímetro es la centésima parte del metro, etcétera.
a) ¿Qué otras relaciones pueden leerse en esta tabla?
b) En algunos libros, la tabla que presentamos recién aparece escrita de esta manera:

UNIDAD						
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
1000m	100m	10m	1m	0,1m	0,01m	0,001m

¿Es la misma información que aparece en la otra tabla?

2)
En el problema anterior, las relaciones se establecían siempre con referencia al metro. Por ejemplo, "son necesarios 10 decímetros para formar un metro". En esta actividad, te proponemos que:
a) Analices si son verdaderas o falsas las relaciones que se proponen entre otras unidades:
- El milímetro es la centésima parte del decímetro.
- Si una tira mide un decímetro, entonces con mil de esas tiras es posible formar un kilómetro.
- Una longitud de 100 decámetros es lo mismo que un hectómetro.

b) Establezcas nuevas relaciones como las anteriores entre diferentes unidades, sin hacer referencia al metro.

[9] *Pre Diseño Curricular para EGB (Educación Primaria y Media según denominación vigente), op.cit.,* pág. 573.

G.C.B.A. / MINISTERIO DE EDUCACIÓN

3)
En el problema anterior la unidad era el metro.

¿Cómo quedaría escrita la tabla si en nuestro sistema métrico la unidad fuera el centímetro?

UNIDAD						
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
.... cm	.... cm	.... cm	.... cm	.... cm	1	.... cm

4)
Si ahora la unidad fuera el kilómetro, ¿es cierto que todas las medidas quedarían mil veces más chicas? ¿Es cierto que quedarían mil veces más grandes?

PARA TENER EN CUENTA

Al analizar los problemas anteriores, algunas conclusiones a las que puede arribarse con los niños pueden ser:

- Si se cambia la unidad de medida, se obtienen números diferentes.
- Si las unidades que se utilizan son cada vez más chicas, los números que se obtienen son cada vez más grandes.
- Si la unidad se achica, por ejemplo, diez veces, el número que se obtiene se agranda diez veces. (O de manera más general –y en términos para docentes–: que existe una proporción inversa entre la transformación de la unidad y la medida obtenida.)
- Que entre las unidades es posible establecer una relación (en algunos casos de 1.000 a 1, de 100 a 1, de 10 a 1, etcétera, según el caso) y que esa relación se mantiene constante a lo largo de una tabla que vincula cantidades medidas en ambas unidades; por lo tanto, si se tiene una cantidad de longitud expresada en alguna de ellas, se puede calcular a cuánto corresponde de la otra apelando a esta relación.

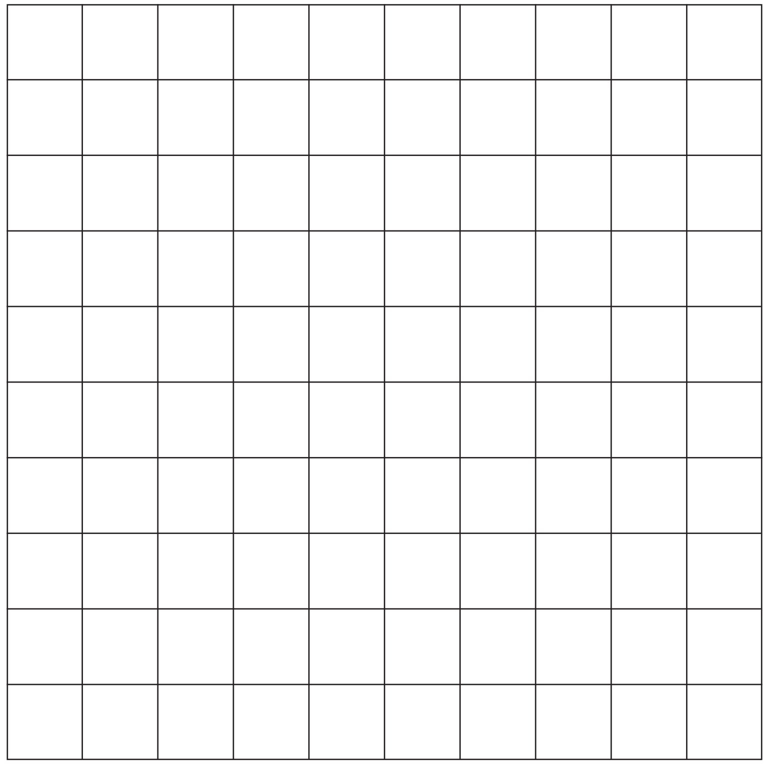
5)
Analizá estas tablas y completalas:

m		23.500			100
km	2,5		0,5	$\frac{1}{4}$	

mm	5.500		11.000		
m		0,5		3,5	10

cm	200		1.500		
m		2,5		0,5	10

6) Se sabe que cada lado del siguiente cuadrado está formado por 10 cuadraditos de 1 cm de lado cada uno. Si cada cuadradito se pusiera en fila, uno al lado del otro, ¿qué longitud tendría esa tira? ¿Sería más larga que el largo de tu mesa?



7) Si se dispusiera de una tira de 10 metros de longitud, compuesta por cuadraditos de 10 cm de lado:
a) ¿cuántos cuadraditos habría en esa tira?,
b) ¿serían suficientes para cubrir un cuadrado de 1 m de lado?

8)
Señalá con una cruz, entre las opciones propuestas, cuáles indican la medida de cada segmento:

☐ 6 cm ☐ 60 mm ☐ 6 m

☐ $\frac{3}{100}$ m ☐ 300 mm ☐ 0 m

☐ 0,1 m ☐ 10 mm ☐ 1.000 mm

9)

Completá las líneas punteadas para que se cumpla la igualdad:

a) 35 cm + ... = 400 mm

b) 1 cm + ... = 20 cm

c) .... + 1,5 mm = ...

d) .... + ... = 25 cm

4 PROBLEMAS EN LOS QUE SE UTILIZA UNA ESCALA

Para introducir la idea de escala, proponemos que el docente distribuya mapas entre los alumnos y oriente modos de explorar la noción de escala. Una posibilidad es usar distintos mapas de la Argentina y pedir que identifiquen algunas ciudades y establezcan la distancia entre esas ciudades que hallan en el mapa. Los alumnos podrán averiguar –o el docente podrá proporcionar– la distancia real entre dichas ciudades.

Luego se focalizará un análisis destinado a mostrar que, para cada mapa, una longitud del mapa representa una determinada longitud en la realidad y que esta relación varía de un mapa a otro.

Material para el alumno (2° bimestre, página 46)

1)
En un mapa de la República Argentina puede leerse: "escala 0,5 cm = 100 km". ¿A qué distancia real se encuentran dos ciudades que en el mapa están a 3,25 cm?

2)
En este mapa pueden verse las ciudades de San Carlos y Azul. ¿A qué distancia real se encuentran?

SAN CARLOS   AZUL

X   X

Escala 1 cm = 1.200.000 cm

3)
Sobre el mismo mapa, marcar un lugar cualquiera que se encuentre a 25 km de San Carlos.

4)
¿A cuántos km se encuentra esa ciudad de Azul? ¿Es la misma distancia para cualquier ubicación que le hayan dado a esa ciudad?

5)
Las ciudades de La Plata y Buenos Aires están a 57 km de distancia. ¿A qué escala fue elaborado este plano?

6)
a) Las ciudades A y B están a 78 km de distancia. ¿Cuál fue la escala utilizada en este mapa?

b) ¿A cuántos km de A y de B se encuentra C?

7)
Las ciudades de Catriel y Moreno están a 2.480 km de distancia una de la otra. Decidan cuál o cuáles de estas escalas se utilizaron para elaborar este mapa:

1 cm = 3.100 km
1 cm = 310 km
1 cm = 800 km
1 cm = 2.480 km
1 mm = 310 km

8)
Se sabe que la ciudad de Río Tercero y la ciudad de Tolosa están a una distancia de 272 km. ¿Qué escala se utilizó para representar la distancia entre dichas ciudades en el siguiente esquema?

RÍO TERCERO	TOLOSA
X	X

9)
Un tren salió de Buenos Aires hacia Córdoba, que está a 700 km de Buenos Aires. Si el tren recorrió 400 km, marcá en el plano dónde se encuentra.

CÓRDOBA	BUENOS AIRES
X	X

5 PROBLEMAS EN LOS QUE HAY QUE ESTIMAR UNA MEDIDA

Estimar una medida es valorarla de manera aproximada. Como planteamos en 4º/5º grado, las actividades en las que se requiere una estimación colaboran a que los niños puedan construir una representación de los distintos órdenes de magnitud y tengan más posibilidades de controlar los resultados de las mediciones que realizan.

Es importante tener en cuenta que uno de los objetivos de estas actividades es que los alumnos puedan interiorizar ciertas unidades. Es decir que puedan reconocerlas sin necesidad de apelar a ningún instrumento de medida. Para que los alumnos progresen en este trabajo, es importante que primero estimen la medida que se solicita y después se les permita comprobar con la regla. Otro aspecto a considerar es que no será suficiente plantear una sola actividad para que los niños avancen, sino que, por el contrario, será necesario ofrecerles situaciones como las que se presentan a continuación en reiteradas ocasiones, de modo tal que puedan utilizar en una nueva instancia aquello que han aprendido en una actividad anterior.

Material para el alumno (2° bimestre, página 48)

1)
Les proponemos un juego para dos jugadores. Por turnos, cada uno elige una característica de un objeto. Por ejemplo: el largo de la mesa. Ambos jugadores deben estimar esa medida y anotarla en un papel. Luego comprueban midiendo. El que haya dado la medida más cercana, gana un punto.

2)
Estimá las siguientes medidas, completá las frases y luego comprobá midiendo.

El ancho de tu mesa es de .... cm
El ancho de la puerta del aula es de .... m
Tu altura es de .... m

El lápiz con el que estás trabajando mide .... cm de ancho.
El largo de esta hoja es de .... cm.

3)
Completá las siguientes frases, colocando la unidad que consideres correcta.

El ancho de una mesa es de 15 ....
La altura de una cama es de 8 ....
El ancho de la pantalla de una computadora es de 2,5 ....
El largo de una cancha de fútbol es de 11 ....

6 PROBLEMAS PARA ANALIZAR LAS ESCRITURAS

Las siguientes actividades permiten poner de manifiesto la estrecha relación entre números decimales y el sistema métrico decimal. Es importante que el docente tenga en cuenta que ambas nociones se alimentan mutuamente. En efecto, en tanto no es posible medir de manera acabada sin apelar a las fracciones, la medida es uno de los ámbitos privilegiados donde la idea de fracción toma su sentido.

Ahora bien, en relación con las escrituras, es importante que el docente pueda retomar el trabajo realizado hasta el momento con los números decimales a propósito de la explicitación del valor posicional de cada cifra, como también de las relaciones inherentes a la escritura de estos números.

El análisis de la escritura y la lectura de las medidas de longitud debería llevar a discutir con los niños, por ejemplo, que la expresión 4,6 metros "esconde" el hecho de que el 6 a la derecha de la coma representa en este caso 6 décimos de metros y esto equivale a 6 decímetros; o que 4,25 km es 4 kilómetros más 0,25 km que son 2 décimos de km (es decir, 2 hm) + 5 centésimos de km (es decir, 5 dam).

Material para el alumno (2° bimestre, página 49)

1)
a) Si partimos una tira de un metro en 10 partes iguales, ¿cuál es, en metros, la longitud de cada parte? ¿Y en centímetros?

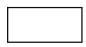
En el análisis colectivo, se busca establecer que, como se ha visto anteriormente $\frac{1}{10}$ de metro es una longitud tal que 10 veces esa longitud es 1 metro. O sea, $1 : 10 = \frac{1}{10}$ m = 0,1 m. Es decir, se vuelven a retomar aquí los análisis de las escrituras decimales desarrollados en los apartados destinados a números decimales.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 1$$

$$10 \times \frac{1}{10}$$

Es decir que 1: 10 = $\frac{1}{10}$ porque diez veces $\frac{1}{10}$ es 1.

b) Esta tira mide $\frac{1}{100}$ de metro. Es decir que mide 0,01 metro. ¿Cuántas necesitarían para armar una tira de 1 metro? ¿A cuántos centímetros equivale 0,01 metro?



c) ¿Cómo se escribe en números decimales $\frac{5}{100}$ metro? ¿Cuántos centímetros tiene una tira de $\frac{5}{100}$ de metro?
d) ¿Cuántos centímetros tiene una tira de $\frac{5}{10}$ de metro? Acordate de que $\frac{5}{10}$ de metro se escribe también 0,5 m.
e) ¿A cuántos centímetros equivale una longitud de 0,05 metros? ¿Y una de 0,55 metros?
f) ¿Cuántos centímetros tiene una tira de 5,5 metros?

Las relaciones establecidas a partir del problema anterior, podrán expresarse a través de las siguientes escrituras aritméticas:

$\frac{1}{100}$ m = 0,01 m = 1 cm

$\frac{5}{100}$ m = 5 × 0,01m = 0,05 m = 5 cm

Los siguientes problemas extienden estas relaciones a los milésimos y a diferentes conversiones entre metros y centímetros. Podrá observarse que la conversión de una unidad de medida a otra no se establece a partir de la presentación y el uso mecánico de un conjunto de reglas, sino del análisis de las equivalencias.

2)
a) Ya estudiaste que $\frac{1}{1.000}$ metro es una longitud tal que 1.000 veces esa longitud equivale a un metro. $\frac{1}{1.000}$ de metro se escribe también 0,001 metro. Un milésimo de metro es un milímetro. ¿Cuántos milímetros tiene 1 metro? ¿Y un centímetro? ¿Qué parte de un centímetro es un milímetro?
b) ¿A cuántos centímetros equivale una longitud de 0,001 metros? ¿A cuántos milímetros equivale esa misma longitud?
c) ¿A cuántos centímetros equivale una longitud de 0,111 metros? (Acordate de que 0,111 es lo mismo que $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1.000}$.)

3)
a) ¿Qué parte de un metro son 40 centímetros?
b) Completá usando números decimales: 40 cm = ... m.
c) ¿Qué parte de un metro son 123 cm?
d) Completá usando números decimales: 123 cm = ... m.
e) Completá la siguiente tabla que relaciona longitudes expresadas en centímetros con esas mismas longitudes expresadas en metros.

Longitud en metros	2,3	2,03	2,003	2,33					
Longitud en centímetros					5	12	102	1	0,5

f) ¿Qué cuenta hay que hacer para expresar en centímetros una longitud que está expresada en metros? ¿Y para expresar en metros una longitud que está en centímetros?

g) Anotá todas las cuentas de multiplicar por 100 y de multiplicar por 0,01 que surgen de la tabla anterior.

4)
a) ¿A cuántos centímetros equivalen 3 milímetros? ¿Y 30 milímetros? ¿Y 300 milímetros? ¿Y 0,3 milímetros? ¿Y 0,03 milímetros?
b) Completá las siguientes tablas que relacionan longitudes expresadas en diferentes unidades:

Longitud en centímetros	0,4	0,02	0,42							
Longitud en milímetros				30	5	35	3	1	0,5	3,5

Longitud en metros	1		10			0,1	0,01	10,11			
Longitud en milímetros		1		10	100				111	0,5	0,05

5)
Una tira mide 4 metros 60 centímetros de largo. ¿Cuáles de las siguientes escrituras expresan esa cantidad?

4,060 m
460 cm
4,6 m
4 m 60 dm

6)
Para pasar por cierto túnel, es necesario que los vehículos tengan como máximo una altura de 2,20 metros. ¿Cuáles de los siguientes automóviles podrán pasar?
AUTOMÓVIL A: 207 cm
AUTOMÓVIL B: 2 m 30 cm
AUTOMÓVIL C: 2 m 1 dm
AUTOMÓVIL D: 2 m 10 dm
AUTOMÓVIL E: 2,10 m

7)
Un automóvil recorre una distancia de 5 km 80 m y otro recorre 5,8 km. Decidir si ambos recorrieron lo mismo.

Cuestión
Sabemos que estas dos escrituras expresan la misma longitud:
2 m 45 cm y 2,45 m.
Discutan cómo podrían explicar que ambas expresiones indican la misma cantidad.

8)
a) ¿Cuánto es la mitad de 1 metro? ¿Y la mitad de 0,5 metros? ¿Y la mitad de 0,05 metros? ¿Y la mitad de 0,4 metros? ¿Y la mitad de 0,3 metros?

Se recordará aquí análisis y conclusiones previas al trabajar con números decimales. Hay varias maneras de pensar la mitad de 0,5 metros:

- La mitad de 0,5 metros puede pensarse a partir de la mitad de 0,1 metros. Como la mitad de 0,1 es 0,05, la mitad de 0,5 es 5 × 0,05, es decir, 0,25.
- 0,5 metros es lo mismo que 0,50 metros, la mitad es 0,25 metros.
- 0,5 es $\frac{1}{2}$ metro. La mitad de $\frac{1}{2}$ metro es $\frac{1}{4}$ m, es decir 25 cm, o sea $\frac{25}{100}$ metros ó 0,25 metros.
- 0,5 = 0,4 + 0,1. La mitad de 0,4 es 0,2 y la mitad de 0,1 es 0,05, por lo tanto la mitad de 0,5 es 0,25.

Las distintas estrategias ponen de relieve diferentes relaciones sobre los números decimales al tiempo que informan a los alumnos acerca de modos de validar las conclusiones que van obteniendo. Un análisis similar podrá hacerse para establecer la mitad de 0,05 metros.

b) Basándote en lo resuelto en el ítem a) calculá:

0,5 : 2 = m
0,05 : 2 = m
0,4 : 2 = m
0,3 : 2 = m
0,03 : 2 = m

9)
a) Si se colocan una al lado de otra 10 tiras de 0,5 metros de longitud cada una, ¿qué largo forman en total? ¿Cuánto es 0,5 × 10?
b) Si se colocan una al lado de la otra 10 tiras de 0,8 metros de longitud cada una, ¿qué largo forman en total? ¿Cuánto es 0,8 × 10?
c) Si se colocan una al lado de la otra 10 tiras de 0,04 metros de longitud cada una, ¿qué largo forman en total? ¿Cuánto es 0,04 × 10?
d) Si se colocan una al lado de la otra 10 tiras de 0,84 metros de longitud cada una, ¿qué largo forman en total? ¿Cuánto es 0,84 × 10?

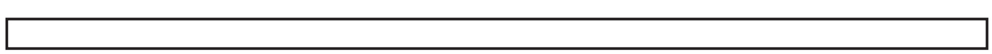
10)
a) Si se parte en 10 trozos iguales una tira de 0, 5 metros de longitud, ¿cuánto mide cada trozo? ¿Cuánto es 0,5 : 10?
b) Si se parte en 10 trozos iguales una tira de 0,04 metros de longitud, ¿cuánto mide cada trozo? ¿Cuánto es 0,04 : 10?
c) Si se parte en 10 trozos iguales una tira de 0,54 metros de longitud, ¿cuánto mide cada trozo? ¿Cuánto es 0,54 : 10?

Estos últimos problemas constituyen una oportunidad para volver sobre la multiplicación y la división de números decimales por 10 y para revisar las razones que justifican las reglas ya identificadas de "correr la coma".

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN

Material para el alumno (2° bimestre, página 54)

1)
El largo de esta tira es de 6 $\frac{1}{2}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó.



2)

Inventá una unidad de manera que al medir esta tira el resultado sea $\frac{1}{4}$

3)
Escribí en cada caso el número que permita completar las igualdades:

43,5 m = ... dm

12 m = ... cm

1.500 cm = ... km

4,5 cm = ... mm

4)
Completá las líneas punteadas con unidades de manera tal que se verifiquen las igualdades.

25,5 .... = 2,55 ....

355 .... = 3,55 ....

0,5 .... = 5 ....

10 .... = 0,1 ....

5)
Analizá esta tabla y completala:

m		12.500		200	
km	1,5		4,5		$\frac{1}{2}$

6)
Una persona mide 1 m 50 cm de alto y otra mide 1,05 m. ¿Es verdad que ambas tienen la misma estatura?

7)
¿Cuántos centímetros debo agregarle a 2,25 m para tener 4 metros?

8)
Una tira mide 4,5 mm de largo. ¿Cuántos centímetros de longitud tendría una fila formada por 1.000 de esas tiras?

9)
Para confeccionar un mapa que contiene las principales rutas de la provincia de Buenos Aires, se utilizó la escala 0,5 cm = 120 km. ¿A qué distancia real se encuentran dos ciudades que en el mapa están a 3,5 cm?

MEDIDAS DE PESO

Contenidos

- Resolución de problemas que exijan determinar pesos.
- Resolución de problemas que demanden comparar pesos. Uso de fracciones de las unidades de medida para determinar y comparar pesos.
- Estimación de pesos.
- Múltiplos y submúltiplos del gramo.
- Equivalencias entre las diferentes unidades de medidas de peso.
- Resolución de problemas que demanden cálculos de pesos.

Material para el alumno (3° bimestre, página 9)

Para resolver los siguientes problemas deberás recordar que

1 kilo = 1.000 gramos

Ya sabés que kilo se abrevia *kg* y gramos, *g*.

1)
¿Qué fracción de kilo son 100 gramos? ¿Cómo lo anotarías en números decimales?

Se analizará la relación entre gramos y kilos llevando a los alumnos a explicitar que 100 gramos es la décima parte de 1 kilo. Será una nueva oportunidad de volver sobre la definición de fracción, y sobre la definición de décimo utilizada ya en el contexto de las medidas de longitud y de los cálculos en general, los que podrán buscarse y leerse en los libros y carpetas de los alumnos (1:10 = $\frac{1}{10}$ ó 0,1; 10 × $\frac{1}{10}$ = 1; etc.).

Se analizará también la equivalencia entre la escritura 0,1 y 0,100, ahora en el contexto de las medidas de peso.

Material para el alumno (3° bimestre, página 9)

2)
En la fiambrería de un supermercado pesan el fiambre y la máquina muestra en el visor el peso en gramos pero saca un ticket donde el peso aparece expresado en kilos.

a) Completá la siguiente tabla que relaciona un peso determinado en gramos y lo que indica el ticket correspondiente en kilos. Anotá los cálculos que vas haciendo para completarlos.

Peso en g	100	10	30	50	110	125	250	300	500	1.500			
Peso en kg											0,8	2,05	1,025

b) ¿Cuál es el cálculo que hacés para expresar en kilos una medida dada en gramos? ¿Es posible estar seguro de que ese cálculo sirve para cualquier medida en gramos? ¿Por qué?
c) ¿Cuál es el cálculo que permite expresar en gramos una medida dada en kilos? ¿Es posible estar seguro de que ese cálculo sirve para cualquier medida en kilos? ¿Por qué?

Aquí se retomarán las discusiones y conclusiones extraídas a propósito de las unidades de longitud.

Por ejemplo, para pensar 20 gramos: Si un gramo equivale a 0,001 kg, 10 gramos equivalen a 0,01, 20 gramos equivalen a 20 veces 0,001 ó 2 veces 0,01, es decir, 0,02 kg.

Los problemas 3) y 4) recurren a la estimación de pesos posibles para diferentes ítemes.

Material para el alumno (3° bimestre, página 10)

3)
Proponé cinco cosas que pesen más de un kilo, cinco que pesen 1 kilo o cerca de 1 kilo y cinco que pesen menos de 1 kilo.

4)
Para cada uno de los casos que se mencionan debajo, aparecen tres pesos. Elegí el que te parezca posible:

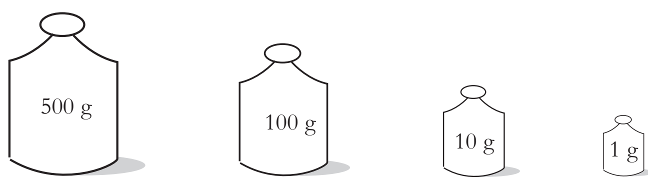
a) Peso promedio de un bebé al nacer: 3 kg 1 kg 10 kg
b) Peso de un diccionario de 1.500 páginas: 100 g 5 kg 2 kg
c) Peso de un auto pequeño: 18.000 g 800 kg 80 kg
d) Peso de un niño de 10 años: 35 kg 10 kg 80 kg
e) Peso de una botella de un litro y medio de agua: 1.500 g 3 kg 1 kg
f) Peso de una tableta de chocolate: 1.000 g 400 g 200 g
g) Peso de un paquete de papas fritas: 5 kg 500 g 5 g

Los problemas 5), 6) y 7) requieren componer un peso a partir de otros y, para ello, establecer equivalencias entre kilos y gramos.

Material para el alumno (3° bimestre, página 9)

5)
¿Cuáles pesas de las siguientes medidas ubicarías sobre las balanzas que aparecen a continuación, de modo tal que los platillos queden equilibrados?

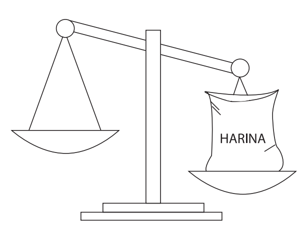
Para hacerlo tenés 10 de cada una de estas pesas:



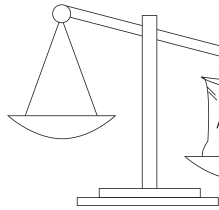
Estos son los pesos de los productos que se pesaron:

- Harina: 2 kg
- Azúcar: 1,5 kg
- Manteca: 0,373 kg
- Levadura: 0,75 kg
- Hoja: 0,002 kg

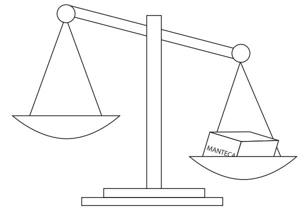
a)



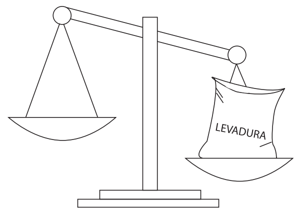
b)



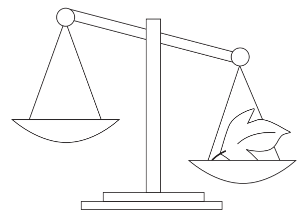
c)



d)



e)



6)
Un campeón de pesas quiere batir un récord. Para eso, tiene que levantar 182,5 kg.
Debe cargar su barra con pesas hasta completar el peso a levantar. ¿Qué pesas podría elegir? Tené en cuenta que la barra sola ya pesa 25 kg.
Recordá que debe poner las mismas pesas de cada lado para equilibrar la barra.

250 g
500 g
1 kg
1 kg 250 g
2 kg
2 kg 500 g
3 kg
5 kg
10 kg
15 kg
20 kg
25 kg

7)[10]
Inés se va de campamento. Solo puede llevar 18 kg.
Mirá lo que eligió. ¿Alcanzó el peso permitido? Si se pasa, ¿qué podría sacar? Si no, ¿qué otra cosa le propondrías llevar?

10 Los problemas 7 y 8 han sido extraídos de Barallobres, Gustavo: *Matemática 6*. Buenos Aires, Aique.

Mochila: 11 kg
Calentador: 2 kg
Cantimplora con agua: 2, 5 kg
Arroz: 500 g
Leche en polvo: 0,200 kg
20 chicles: 5 g cada uno
3 sobres de polvo para preparar jugo: 100 g cada uno
3 bolsas de cereales: 250 gramos cada una

En el siguiente problema se presentarán las diferentes unidades utilizadas para medir pesos. El docente propondrá a los alumnos leer la tabla y la comentará con toda la clase estableciendo un paralelo con las relaciones trabajadas a propósito de las medidas de longitud.

También podrá llamar la atención hacia el significado de los prefjos de los nombres para cada unidad, aclarando que hacen referencia a la relación de cada unidad con el gramo.

Se explorarán y anotarán las diferentes relaciones que se vayan estableciendo como, por ejemplo:

1 g = 10 dg 1 dg = $\frac{1}{10}$ g   1 cg = 10 mg 1 mg = $\frac{1}{10}$ cg

1 dg = 10 cg 1 cg = $\frac{1}{10}$ dg   1 dg = 100 mg 1 mg = $\frac{1}{100}$ dg

etcétera.

Material para el alumno (3° bimestre, página 13)

8)
Para medir pesos, además de los gramos y kilos, se utilizan otras unidades. Esta tabla muestra las relaciones entre diferentes unidades:

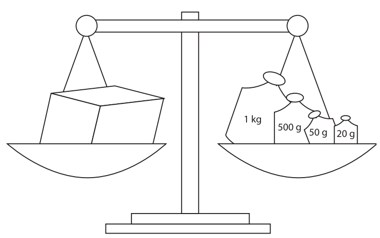
			unidad			
Kilogramo	Hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1.000 g	100 g	10 g	1g	$\frac{1}{10}$ g	$\frac{1}{100}$ g	$\frac{1}{1.000}$ g

a) Completá en la fila vacía, las relaciones en números decimales.
b) ¿Qué parte del kilogramo es el decagramo? ¿Y el decigramo?
c) ¿Qué parte del decigramo es el miligramo?
d) ¿Cuál es la décima parte de un decigramo? ¿Y del hectogramo?
e) ¿Cuál es la centésima parte del decagramo?
f) ¿Qué cálculos expresan cada una de las relaciones a las que hiciste referencia para responder a las preguntas b) a f)?

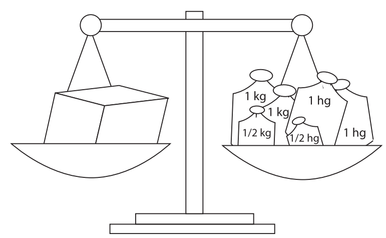
1 tonelada = 1.000 kilos

9)
Elegí la unidad de peso más conveniente para pesar los siguientes objetos:
- una bolsa grande de alimento para perros
- un sachet de mayonesa
- un frasco de mayonesa
- el peso de una semilla de girasol
- la cantidad de vitamina C que hay en una naranja
- un elefante

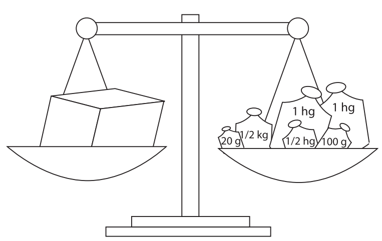
10)
¿Cuál es el peso de cada una de las cajas que se colocaron sobre las balanzas?

a)


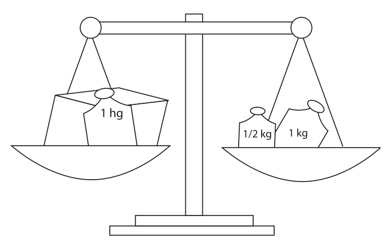
La caja pesa ...... kg.

b)


La caja pesa ...... kg.

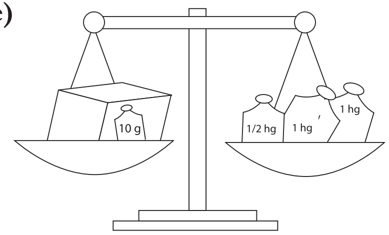
c)


La caja pesa ...... kg.

d)


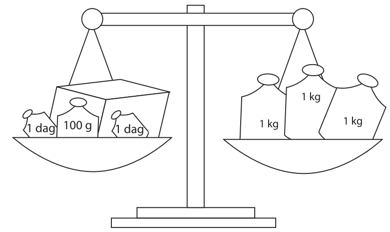
La caja pesa ...... kg.

e)



La caja pesa ...... kg.

f)



La caja pesa ...... kg.

11)

a) Una aspirina para niños contiene 80 mg de paracetamol. ¿A cuántos gramos equivalen?

b) ¿Cuántos gramos de paracetamol vienen en una caja de 10 comprimidos?

c) ¿Y en una caja de 20 comprimidos?

d) De esa medicación, se calcula que cada toma debe ser de 10 a 15 mg por cada kilogramo de peso corporal.
¿Cómo serían cada una de las tomas para niños que tuvieran los siguientes pesos?

Peso corporal (en kg)	Cantidad de paracetamol por toma (en mg)
10	
15	
22	
30	
50	
	200 a 300

12)
En el prospecto de Sales para Rehidratación Oral, figura la siguiente fórmula:

Cada sobre de 28,4 g contiene: cloruro de sodio 3,50 g; cloruro de potasio 1,50 g; citrato trisódico deshidratado 2,90 g; glucosa anhidra 20,0 g. Excipientes: sacarina sódica, amaranto, esencia de frutilla, c.s.

a) Si quisieran anotarse las cantidades en mg, ¿qué debería decir para cada una de ellas?

b) ¿Cómo se anotarían en kg?

13)
a) Un analgésico para adultos viene en sobres de 10 g. ¿Cuántos sobres hay que juntar para obtener 1 kg?
b) ¿Cómo se expresa el contenido del sobre en kilos?
c) ¿Y si los sobres fueran de 5 g? ¿Cómo se expresa el contenido de estos sobres en kilos?
d) En cambio, otra marca de analgésico trae sobres de 3,385 g. Expresalo en mg, cg, dg, dag, hg y kg.
e) Otro analgésico viene en píldoras de 100 mg. ¿Cuántos gramos son? La caja trae 10 píldoras, ¿cuántos gramos son? ¿Cuántas píldoras se necesitan para completar 1 kg? ¿Cuántas cajas para completar 1 kg de esas aspirinas?

14)
Un camión transporta diferentes tipos de mercaderías. A continuación indicamos los pesos y la cantidad de cada una de ellas:
3 bultos de 70 kg cada uno
2 bultos de 40,5 kg cada uno
5 bultos de 95 kg cada uno

El peso del camión vacío es de 4,2 toneladas. (Cada tonelada es igual a 1.000 kg.)
¿Puede este camión pasar por un puente que soporta como máximo una carga de 6 toneladas?

15)
El médico le informa a Julián que su peso es de 27,6 kg. Si desde la última vez que visitó al médico hasta ahora ha aumentado 3 kg 600 g, ¿cuál era su peso en la visita anterior?

16)
Ordená los siguientes pesos de menor a mayor:

2.075 g
10, 5 hg
2 kg
2,150 kg
7 g
2 kg 3 hg
$\frac{15}{10}$ dg
300 dag
75.000 mg

17)
Completá:

a) 1.000 g = 1 ….
b) 5 kg = …. hg
c) $\frac{1}{10}$ dg = …. cg
d) 5 hg 6 dag = ….. g
e) 4.050 g = 4 ….. 5 …..
f) 40 mg = 4 ….
g) 0,13 g = 13 ......
h) 2,54 g = 0,00254 .....
i) 3 dg = 0,03 ...
j) 8,1 kg = 81.000 …..
k) 0,27 dag = 2,7 ….
l) 45 kg = …... g
m) 500 cg = ……g

RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1 UNA PRIMERA VUELTA CON PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

El tema de proporcionalidad directa viene siendo trabajado desde el inicio de este proyecto, ya que se trata de uno de los contextos de funcionamiento de la multiplicación y así ha sido presentado. Nos proponemos aquí comenzar a tomar las relaciones de proporcionalidad como "objeto", y detenernos a analizar las condiciones en las cuales es pertinente su uso, realizar un análisis de situaciones que no son de proporcionalidad directa pero que parecerían serlo para quien está aprendiendo, explicitar las propiedades e identificar cómo éstas se reflejan en las estrategias de resolución.

Hasta el momento hemos trabajado fundamentalmente con situaciones de proporcionalidad directa con números naturales. Introducimos ahora los números decimales planteando un doble juego en el que "proporcionalidad directa" y "números decimales" se nutren mutuamente. Efectivamente, las situaciones que involucran números decimales amplían el sentido de la proporcionalidad directa pero, al mismo tiempo, al extender la proporcionalidad a los decimales, se interpreta el funcionamiento de las operaciones en este conjunto numérico.

Comenzaremos introduciendo algunas situaciones de proporcionalidad y otras que no lo son para identificar las condiciones en las que es válido utilizar la proporcionalidad directa y hacer explícitas sus propiedades. Esto constituirá un punto de apoyo para extender el funcionamiento de la proporcionalidad a los números decimales y hacer explícitos criterios para multiplicar decimales. Estamos proponiendo el estudio conjunto de estos dos conceptos: no esperamos que los chicos sepan antes multiplicar decimales sí serán necesarias las relaciones sobre estos números, tratadas anteriormente.

Objetivos

A través de las situaciones que se proponen para este tema se espera que los niños:

- Distingan situaciones de proporcionalidad directa de aquellas que no lo son.
- Reconozcan que una situación de proporcionalidad directa "autoriza" la puesta en juego de ciertas estrategias que no son pertinentes si la relación que se trata no es una relación de proporcionalidad directa.
- Pongan en juego las propiedades de la proporcionalidad directa para resolver problemas.
- Comprendan el papel que juegan las unidades en la caracterización de una situación de proporcionalidad directa.
- Utilicen el contexto de la proporcionalidad directa para encontrar pistas respecto de cómo multiplicar o dividir un número decimal por un número natural.
- Utilicen el contexto de la proporcionalidad directa para encontrar pistas respecto de cómo multiplicar o dividir una fracción por un número natural.
- Elaboren estrategias para comparar situaciones de proporcionalidad directa que se refieren al mismo contexto.

Contenidos

- Condiciones en las que es pertinente el uso de la proporcionalidad directa.
- Caracterización de la proporcionalidad directa: definición, propiedades y uso de unidades.
- La proporcionalidad directa y los números decimales.
- Multiplicación de números decimales por un número natural.
- Multiplicación de fracciones por un número natural.
- Comparación de situaciones de proporcionalidad directa, referidas al mismo contexto.

Material para el alumno (3° bimestre, página 19)

A continuación te presentamos diferentes tablas. Cada una de ellas relaciona dos magnitudes. En todas hemos dejado casilleros vacíos para completar. Sucede, sin embargo, que en algunos casos se conoce algo más que los datos numéricos dados, lo cual permite completar los casilleros mientras que, en otros, no será posible completar la tabla con la información dada. Analizá en qué casos podés completar la tabla, completala, y explicá cómo lo hiciste. Identificá también los casos en los que no podés completar la tabla y explicá por qué no es posible hacerlo.

Tabla 1

Esta tabla relaciona la cantidad de libros (todos de la misma clase) que se compran en una librería y el precio que se paga por ellos. En la librería en la que se compran los libros no hay descuentos por el hecho de comprar mucha cantidad de libros, es decir, el precio de un libro está determinado y es el que se aplica, cualquiera sea la cantidad que se compre.

Cantidad de libros que se compran (todos de la misma clase)	10	12	15				
Precio que se paga (en $)	50			200	250	275	325

Cuestión
¿Por qué te parece que aclaramos que la librería en la que se compran los libros no hace descuentos y que todos los libros son de la misma clase?

Tabla 2
Esta tabla relaciona las edades que tendrán dos hermanos, Héctor y Emilia, en diferentes momentos de sus vidas.

Cuando Héctor tenga	18 años	23 años			43 años	50 años
Emilia tendrá	25 años		35 años	43 años		

Tabla 3
Esta tabla relaciona la edad de un niño pequeño con la altura que mide (en centímetros).

Edad del niño (en años)	1	2	3	4	5	6
Altura (en centímetros)	75	85	91	98		

Tabla 4

Esta tabla relaciona la cantidad de cajas de lápices con la cantidad total de lápices. Siempre se trata de cajas iguales, es decir que todas tienen la misma cantidad de lápices.

Cantidad de cajas de lápices			5	12	20	
Cantidad de lápices	28	56	70			560

Tabla 5

Esta tabla relaciona la cantidad de tiempo que marcha un auto, siempre a la misma velocidad, con la distancia que recorre (en kilómetros).

Tiempo de marcha (en horas)	1	2	3				
Distancia recorrida (en kilómetros)	90			450	540	45	585

Cuestiones

¿Por qué te parece que se aclara que el auto marcha siempre a la misma velocidad? ¿Qué pasaría si no se hiciera esa aclaración?

¿Por qué te parece que se dice en qué unidades se miden el tiempo y la distancia? ¿Qué pasaría si no se hicieran aclaraciones respecto de las unidades?

Tabla 6

Esta tabla relaciona la cantidad de días que se alquila una película, con el precio que se debe abonar en un video club. El video cobra $ 2,50 por los primeros tres días y, a partir de ese momento, hace un recargo de $ 1,50 por cada día que el socio retenga la película.

Cantidad de días que el socio tiene una película	1	2	3	4	5	6
Precio que debe abonar al video club	2,50		2,50			

Cuestión
Si querés tener 6 días una película, ¿qué conviene más: alquilarla por tres días, devolverla y volverla a alquilar, o alquilarla por 6 días corridos?

Tabla 7
Esta tabla relaciona la edad (en años) de una cierta persona, Pepe, con el número de calzado que fue usando en distintos momentos de su vida.

Años que tenía	7	8	9	15		
Número de calzado que usaba	30	32			41	42

La discusión alrededor de esta actividad deberá poner de relieve que es el conocimiento del contexto y no solo los datos numéricos presentados lo que permite completar en algunos casos la tabla y en otros, no. Así, se discutirá con los alumnos que no es posible completar las tablas 3 y 7, *porque no todas las personas crecen de la misma manera ni crecen siempre lo mismo, ni tampoco hay una relación que se pueda establecer de antemano entre la edad de una persona y el número de calzado.* Se puede analizar incluso que, si las personas crecieran longitudes iguales a intervalos regulares, por ejemplo 10 cm por año, un niño que nació midiendo 75 cm ¡mediría 2,75 a los 20 años!

Con relación a las tablas que sí se pueden completar, se analizará que las tablas 1, 4 y 5 tienen una característica en común: en cada una de ellas, el correspondiente de un número "del renglón de arriba" se calcula multiplicando siempre por la misma cantidad, o bien, el correspondiente de un número "del renglón de abajo" se calcula dividiendo siempre por la misma cantidad. El maestro explicará que, en esos casos, se trata de una relación de proporcionalidad directa y que esa cantidad por la que se multiplica se denomina *constante de proporcionalidad*. Asimismo, recordará que ya se han trabajado muchas veces situaciones de este tipo. Tal vez sea este un buen momento para rastrear, en el último cuadernillo del *Grado de aceleración 4°/5°*, las situaciones de proporcionalidad directa que se han trabajado. Se puede pedir a los alumnos que busquen en el índice confeccionado a principio de año, cómo podrían reconocer cuáles han sido los momentos en que trabajaron situaciones de proporcionalidad directa y que busquen las correspondientes al último período. Luego se pedirá que las comparen con las que han trabajado en esta situación de tablas.

Se analizarán también con los alumnos las **cuestiones** planteadas a propósito de algunas de las tablas: por qué es necesario establecer que no hay descuentos en el caso de la tabla 1, que las cajas de lápices son todas iguales en el caso de la tabla 4 o que la velocidad de marcha es constante en el caso de la tabla 5. El maestro debe concluir que, sin estos datos, no sería posible completar las tablas y que es gracias a ellos que las situaciones son de proporcionalidad directa. Se aclarará que, por ejemplo, si la velocidad de marcha del auto no fuera siempre la misma, la distancia recorrida por el auto no sería directamente proporcional al tiempo de marcha. Se puede proponer un ejemplo de tabla en el que se relacione tiempo de marcha de un cierto auto que realiza un viaje, con distancia recorrida, de modo que la situación no sea de proporcionalidad directa:

Tiempo de marcha de un auto (en horas)	1	2	3	4
Distancia recorrida (en kilómetros)	80	130	180	260

En este caso, en la primera hora el auto recorrió 80 km, pero si al cabo de dos horas recorrió 130 km, esto significa que recorrió 50 km en la segunda hora, con lo cual la velocidad del auto cambió. De alguna manera, queremos que se empiece a instalar que no es el contenido de la situación (en este caso la relación entre tiempo de marcha y distancia recorrida) lo que permite reconocerla como una situación de proporcionalidad directa, sino las condiciones en las que se relacionan los elementos de la situación (velocidad constante).

Se retomará la tabla 5, para analizar cuál es en este caso el número por el que se está multiplicando cualquier número del renglón “de arriba” para obtener su correspondiente del renglón “de abajo”:

Tiempo de marcha (en horas)	1	2	3	5	6	$\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (en kilómetros)	90	180	270	450	540	45	585

Las dos últimas columnas deben ser objeto de un análisis más cuidadoso. En esta tabla, la constante de proporcionalidad es 90 km/h. Todo funciona bien para las 5 primeras columnas. El docente preguntará cómo se puede expresar $\frac{1}{2}$ hora usando decimales. Los niños deberán actualizar que $\frac{1}{2}$ se escribe, en notación decimal, "0,5". Resulta entonces que 0,5 × 90 *tiene* que dar 45, para que todo "cierre" en esta tabla, dado que 0,5 es la mitad de 1 o la décima parte de 5. De la misma manera, se analizará que 6,5 × 90 *tiene* que dar 585 porque equivale a 6 + 0,5 ó 6 + $\frac{1}{2}$. Se comprobarán estos cálculos con la calculadora y se señalará que, si bien todavía no se ha enseñado a multiplicar números decimales, es posible obtener algunos resultados a partir de otros y que los mismos pueden dar pistas acerca de cómo se hace para multiplicar decimales. Así, se puede preguntar, por ejemplo, cómo habrá que hacer la cuenta de 6,5 × 90 para que el resultado sea 585. Se comparará esta cuenta con 65 × 90 que da 5.850 y se establecerán las siguientes relaciones:

$$6{,}5 \times 90 = 0{,}1 \times 65 \times 90 = 0{,}1 \times (65 \times 90)$$

Si los alumnos dudaran acerca de qué significa multiplicar por 0,1 se apelará a que busquen en sus libros y carpetas las conclusiones que obtuvieron cuando trataron el tema.

Paralelamente se está comunicando una idea que es central en matemática: si se quiere extender un cierto modelo (en este caso el de la proporcionalidad) a un nuevo conjunto numérico (en este caso el de los números decimales), las cuentas deben ser de una cierta manera. Esta idea da al mismo tiempo pistas para establecer el resultado y mecanismos para controlarlo.

Se abordará el análisis de las tablas 2 y 6. Se trata de relaciones cuya ley de formación se conoce, y se sabe que no son de proporcionalidad directa. Se analizará con los alumnos cómo reconocer una relación de proporcionalidad directa y se discutirá que, sin ese reconocimiento, no se pueden aplicar las estrategias propias de este tipo de relación. En la tabla 2 hay una "constante", pero es aditiva y no multiplicativa. Se contrastarán las propiedades de la proporcionalidad (a la suma, la suma; al doble, el doble) con el funcionamiento de esta tabla 2 en la que no se verifican dichas propiedades. Se realizará un análisis similar con la tabla 6: en este caso, si bien hay una variación constante a partir del tercer día (por cada día de alquiler, el precio aumenta $ 1,50), al haber un monto inicial fijo (el alquiler correspondiente a 3 días), se "pierden" las características de la proporcionalidad directa.

Muchas veces, para que los alumnos reconozcan relaciones de proporcionalidad directa, se suele insistir en formulaciones del tipo *"una relación es de proporcionalidad directa cuando si aumenta de un lado, aumenta del otro"* o *"a más, más, es directa"*. Como muestran los ejemplos de las tablas 2 y 6, esas formulaciones no son correctas porque no caracterizan las relaciones de proporcionalidad directa. Efectivamente, una relación puede ser tal que, cuando aumenta una variable, aumenta su correspondiente, sin que dicha relación sea de proporcionalidad directa. Es necesario hacer énfasis en los elementos que sí caracterizan la proporcionalidad, esto es, que el cociente de las cantidades que se corresponden es constante y, consecuentemente, se cumplen las relaciones del tipo "a doble, el doble" y "a la suma, la suma".

Como puede apreciarse, es fundamental el análisis que pueda desplegarse en la clase a partir del trabajo de completar tablas que harán los alumnos. Al considerar las tablas como objeto de reflexión, se van identificando propiedades y estableciendo comparaciones que no es necesario hacer si la tarea se reduce a completarlas. Al cabo de toda la actividad, se podrá concluir lo siguiente:

Material para el alumno (3° bimestre, página 21)

En una relación de proporcionalidad directa el correspondiente de cada cantidad se obtiene multiplicando esa cantidad siempre por un mismo número que se llama **constante de proporcionalidad**. Por ejemplo, la tabla 1 corresponde a una relación de proporcionalidad directa y la constante de proporcionalidad es 5 (5 pesos por libro). Si se multiplica cualquier número del "renglón de arriba" por 5, se obtiene el correspondiente del "renglón de abajo".

En tu clase ya habrás discutido cuáles de las relaciones anteriores son de proporcionalidad directa. Registralo en tu carpeta y anotá cuál es la constante de proporcionalidad en cada caso. Escribí también una "regla" para completar los casilleros de cada una de las tablas de proporcionalidad directa con las que trabajaste.

En una relación de proporcionalidad directa se cumple que al doble de una cierta cantidad le corresponde el doble del correspondiente de dicha cantidad, al triple le corresponde el triple; a la mitad, la mitad; etcétera.

(Aquí el docente "necesitará" apelar a gestos y a algún ejemplo específico para aclarar el significado de esta propiedad.)

x 2

x 3

Tiempo de marcha (en horas)	1	2	3	5	6	$\frac{1}{2}$	$6\ \frac{1}{2}$
Distancia recorrida (en kilómetros)	90	180	270	450	540	45	585

x 3

x 2

En una relación de proporcionalidad directa, a la suma de dos elementos le corresponde la suma de los correspondientes de dichos elementos.

Tiempo de marcha (en horas)	1	2	3	5	6	$\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (en kilómetros)	90	180	270	450	540	45	585

El docente deberá asegurase de que estas relaciones sean escritas en la carpeta de los alumnos, de manera tal que puedan utilizarlas para resolver futuros problemas y para estudiar.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Material para el alumno (3° bimestre, página 23)

ESTOS PROBLEMAS ¿TRATAN DE RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA?

Leé los siguientes problemas. Señalá aquellos que consideres que se refieren a relaciones de proporcionalidad directa y resolvelos. Reunite con tus compañeros para confrontar qué problemas seleccionaron. Entre todos, elaboren argumentos para justificar la elección realizada en cada caso.

1) Para hacer un regalo un grupo de personas decidió poner $ 15 cada una. Ya reunieron $ 180. ¿Cuántas personas pagaron?
2) Anahí tiene un hermano de un año que sólo tiene tres dientes. ¿Cuántos dientes tendrá a los 40 años?
3) Marcela pesa 70 kg. Como se siente muy gorda, está haciendo una dieta para adelgazar. En dos semanas, bajó 4 kg. Si continúa la dieta, ¿cuánto bajará en 9 meses?
4) En una receta de cocina dice que debo comprar 1,5 kg de pescado si quiero preparar 2 porciones. ¿Qué cantidad de pescado debo comprar para 4 porciones? ¿Y para 6 porciones? ¿Y para 11?
5) Cuando cumplió dos años, Silvina pesaba 16 kg. ¿Cuántos kilos pesa hoy que cumple 30 años?

6) Agustina tiene 10 años y su papá tiene 40 años. Cuando Agustina tenga el doble de la edad de hoy, ¿su padre también tendrá el doble de la edad que tiene hoy?

7) Margarita y Andrés venden rifas para el viaje de egresados. Después de vender 32 rifas Margarita tiene $ 160. Andrés, que solo vendió 4 rifas, ¿cuánto dinero juntó?

2 LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES POR NÚMEROS NATURALES

Material para el alumno (3° bimestre, página 24)

a) Completá las dos tablas de proporcionalidad directa que se presentan a continuación:

Tabla 1

Esta tabla relaciona la cantidad total de figuritas que se tienen, en función de la cantidad de paquetes. Todos los paquetes tienen la misma cantidad de figuritas.

Cantidad de paquetes de figuritas	1	2	3	4		
Cantidad total de figuritas	4	8			24	32

Tabla 2

Esta tabla relaciona la cantidad de queso que se compra (en kilos) con el precio que se paga (en pesos). No hay descuentos por comprar mucha cantidad.

Cantidad de queso (en kilos)	1	2	3	4		
Precio que se paga (en pesos)	4	8			24	32

Las dos tablas parecen ser casi iguales. Sin embargo, en tanto que si extendiéramos la primera tabla seguiríamos tratando con números naturales, la extensión de la segunda tabla podría requerir el tratamiento con números decimales. A partir de completar estas tablas, extenderemos la segunda para dar lugar a dicho tratamiento y avanzar en la elaboración de estrategias para multiplicar números decimales.

b) Retomemos la segunda de las tablas que completaste recién. Se trata de una relación de proporcionalidad directa entre cantidad de queso y precio, y sabemos que 1 kilo de queso cuesta 4 pesos. ¿Cuánto costarán...?:
- ¿100 gramos de queso?
- ¿250 gramos?
- ¿300 gramos?
- ¿150 gramos?
- ¿1 kilo 200 gramos?

Cuestión
¿Cómo se expresa en kilos...?:

300 gramos
250 gramos
1 kilo 200 gramos
1 kilo 20 gramos

Recordá

1 kilo equivale a 1.000 gramos

100 gramos es entonces $\frac{1}{10}$ kilo

100 gramos equivalen a 0,1 kilo

Se espera que los alumnos establezcan la relación entre 100 gramos y 1 kilo y, a partir de esa relación, comprendan que la décima parte de un kilo cuesta la décima parte de cuatro pesos. Estas últimas relaciones –que ya han sido tratadas– serán necesarias ahora y, si los alumnos no las recuerdan, el docente propondrá que las revisen en sus cuadernos y carpetas. Es importante sostenerlos en la búsqueda de estrategias para resolver la situación anterior, tratando de no "aflojar" muy rápido dando la resolución. Realmente los alumnos tienen los elementos para abordar la situación y será satisfactorio para ellos arribar a las respuestas. Tal vez sea necesario recordar las unidades de peso y las relaciones entre ellas ya estudiadas.

Sea con ayuda del docente o sin ella, la situación deberá ser retomada colectivamente y el docente aportará explicaciones que apunten a sistematizar las estrategias que involucran operar con números decimales.

El esquema de la explicación del docente podría sintetizarse así:

Para calcular el precio de 100 gramos:

100 gramos es $\frac{1}{10}$ de kilo, o sea, 0,1 kilo. El precio de 100 gramos es la décima parte de 4 pesos, o sea, $ 0,4. "De paso" se recuerda que 0, 1 × 4 = 0,4.

Para calcular el precio de 250 gramos:

50 gramos cuestan la mitad de 100 gramos, o sea, \$ 0,2.
El precio de 250 gramos se puede calcular sumando dos veces el precio de 100 gramos más el precio de 50 gramos: 0,4 + 0,4 + 0,2. O sea, \$ 1.
También se podría pensar que 250 gramos es la cuarta parte de 1 kilo y que, por lo tanto, costarán la cuarta parte de \$ 4, o sea, \$ 1.

Este análisis también debe llevar a establecer que:

$$0{,}25 \times 4 = 1$$

Es necesario llamar la atención de los alumnos respecto del uso de unidades. Para usar la constante 4 (pesos por kilo), la cantidad de queso debe estar expresada en kilos y no en gramos. Esto suele ser fuente de conflicto para ellos y tal vez muchos quieran calcular el precio de 250 gramos haciendo 250 × 4. Esto debe ser objeto de explicaciones del maestro y de discusiones entre sus alumnos.

Para calcular el precio de 300 gramos, puede sumarse tres veces 0,4; lo cual da como resultado 1,2. En este punto es importante discutir con los alumnos por qué 3 veces 0,4 es 1,2 y no 0,12 como suelen suponer algunos alumnos cuando comienzan a abordar el tema.

Para ello, el docente puede apoyarse en el hecho de que 3 veces 4 décimos es igual a 12 décimos, y 12 décimos es 10 décimos (1) más 2 décimos, lo cual en notación decimal se escribe 1,2. En cambio, 0,12 es un décimo más 2 centésimos, o sea, un número menor que 2 décimos.

Para calcular el precio de 150 gramos se pueden poner en juego diversos recursos:

- es la mitad del precio de 300 gramos (1,2 : 2);
- es el precio de 100 gramos más el precio de 50 gramos (0,4 + 0,2).

Los cálculos anteriores actúan unos como control de otros y es importante dedicarles tiempo a través de esta y otras situaciones similares, para que los alumnos lleguen a comprender las estrategias involucradas.

A esta altura es necesario resumir todos los cálculos realizados y pedir a los alumnos que los registren en sus carpetas. El contexto específico actúa como control de los cálculos. Como siempre, es posible recurrir a multiplicar por la constante de proporcionalidad para calcular los precios; surgen de la tarea cinco multiplicaciones:

$$\begin{aligned}&0{,}1 \times 4 = 0{,}4\\&0{,}25 \times 4 = 1\\&0{,}3 \times 4 = 1{,}2\\&0{,}15 \times 4 = 0{,}6\\&1{,}2 \times 4 = 4{,}8\end{aligned}$$

Como para esos mismos cálculos es posible apoyarse en las propiedades de la proporcionalidad directa, se “extraen” los siguientes cálculos:

0,4 + 0,4 + 0,2 = 1
0,4 + 0,4 + 0,4 = 1,2
1,2 : 2 = 0,6
0,4 + 0,2 = 0,6
4 + 0,4 + 0,4 = 4,8

Material para el alumno (3° bimestre, página 25)

c) Registrá en tu carpeta todas las cuentas con números decimales que involucra la situación anterior.

d) Discutí con tu grupo de compañeros todo lo que saben hasta el momento acerca de operaciones con decimales y regístrenlo en sus carpetas.

Esta última cuestión, que exige sintetizar todas las relaciones producidas hasta el momento sobre operaciones con decimales, debe tratarse colectivamente, poniendo en discusión las formulaciones imprecisas, las relaciones erróneas, las distintas maneras que han surgido para expresar una misma cuestión, etc. Será interesante que los alumnos vuelvan sobre sus primeras versiones, recogiendo los elementos identificados con toda la clase.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Material para el alumno (3° bimestre, página 26)

Para resolver los siguientes problemas usarás una serie de cálculos. Anotalos y explicá cómo los pensaste.

1) Completá la siguiente tabla: cantidad de un cierto tipo de carne con su precio.

Cantidad de carne (en kg)	1	1,5	2,250	1,1	1,150
Precio en $	8				

2) Verificá si los siguientes tickets de supermercado están bien calculados:

SUPERMERCADO PINOCHO

CARNICERÍA

0,750 KG $ 5 POR KG $ 3,75

SUPERMERCADO PULGARCITO

CARNICERÍA

3,05 KG $ 6 POR KG $ 18,30

SUPERMERCADO BLANCANIEVES		
CARNICERÍA		
350 G	$ 5 POR KG	$ 1,75

3) En un supermercado, las papas se venden en bolsas de 2,5 kg. Completá la siguiente tabla que relaciona la cantidad de bolsas con el peso total de las papas:

Cantidad de bolsas de papas	1	2	3	5	10		50
Peso total de las papas	2,5					50	

4) Un auto consume 10 litros de nafta cada 100 km recorridos. Completá la siguiente tabla que relaciona la distancia recorrida por el auto con la nafta que se consume para recorrer dicha distancia.

Distancia recorrida (en kilómetros)	5	10	20	25	30	35	42	53	100
Consumo de nafta (en litros)									10

5) Para hacer un jugo de frutas, se mezclan 6 naranjas con 2 pomelos y se obtienen 4 vasos. ¿Cuánta fruta se necesitará para hacer 20 vasos de ese jugo?

6) La siguiente tabla relaciona la cantidad de combustible que se compra con el precio que se paga por esa compra. Completá la tabla sabiendo que el precio por litro es siempre el mismo.[11]

Cantidad de combustible que se compra (en litros)	50	20	12		
Precio que se paga (en pesos)	5			15	17,5

7) Si 2,5 kg de tomates cuestan $ 2. ¿Cómo puedo hacer para calcular cuánto van a costar 4 kg?

11 Sabemos que estos datos no corresponden al precio real del combustible. Sin embargo, utilizamos estos números por las relaciones que permiten establecer entre ellos.

Actividad 3 — RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN DE FRACCIONES POR UN NÚMERO NATURAL

Así como las relaciones de proporcionalidad directa constituyen un contexto a partir del cual reelaborar cuestiones sobre números decimales, también lo son para repensar –revisar, recordar– aspectos sobre el funcionamiento de las fracciones. Las siguientes situaciones requieren que los alumnos pongan en juego la multiplicación de una fracción por un número natural. Será necesario que vuelvan a revisar los aspectos trabajados sobre fracciones:

- $\frac{1}{n}$ (Ver nota 12 al pie de página) de una cierta unidad es una cantidad tal que **n** veces esa cantidad equivale a la unidad: $\frac{1}{n} \times n = 1$

- La mitad de $\frac{1}{n}$ es $\frac{1}{2n}$ porque, si se parte por la mitad una fracción, se necesitará el doble de "partecitas" para reconstruir la unidad.
- El resultado de repartir **a** objetos (que admiten fraccionamiento) entre **b** personas es la fracción $\frac{a}{b}$. Este reparto puede pensarse de la siguiente manera: cada objeto se parte en **b** partes (porque son **b** personas) de lo cual resulta la fracción $\frac{1}{b}$. Como hay **a** objetos, resultará que habrá a veces $\frac{1}{b}$ para cada persona y esto es la fracción $\frac{a}{b}$.

Material para el alumno (3° bimestre, página 27)

Así como en la actividad anterior, al mismo tiempo que avanzaste en el estudio de relaciones de proporcionalidad directa pudiste revisar cuestiones sobre números decimales, ahora vas a necesitar vértelas con las fracciones. Como ya hace tiempo que no trabajás con este tema, tal vez no te acuerdes mucho. Por eso, tu primera tarea va a ser repasar lo que ya has estudiado de fracciones.

a) Reunite con un compañero, revisen el índice que prepararon a principio de año y ubiquen en qué momentos trabajaron con fracciones el año pasado. Busquen en los cuadernos o libros del año pasado el tema fracciones y repásenlo, tratando de hacer una síntesis de las ideas principales sobre el tema. Te damos algunas pistas.

> **Recordá**
> $\frac{1}{2}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que dos veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{2} \times 2 = 1$).
> $\frac{1}{3}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que tres veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{3} \times 3 = 1$).
> $\frac{1}{4}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que cuatro veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{4} \times 4 = 1$).
> $\frac{1}{5}$ de una cierta unidad es una cantidad tal que cinco veces esa cantidad equivalen a la unidad ($\frac{1}{5} \times 5 = 1$).

12 La notación con letra es solo para "sintetizar" la comunicación con el docente. De ningún modo se piensa en este nivel de formulación para los alumnos, con quienes se irán tratando estas relaciones a partir de ejemplos específicos.

Algunas preguntas para ayudarte con el repaso.
¿Cómo definís $\frac{1}{9}$? ¿Y $\frac{1}{10}$?
¿Qué es mayor, $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{5}$? ¿Por qué?
¿Cuántos $\frac{1}{5}$ se necesitan para formar 2?
¿Cuánto es la mitad de $\frac{1}{5}$?
¿Cuánto es el doble de $\frac{1}{10}$?

Realizá con tu compañero un intercambio en el que cada uno pregunte al otro por mitades y dobles de fracciones, anoten las preguntas y las respuestas y después revísenlas.

b) Completen las siguientes tablas de proporcionalidad directa.

1) Esta tabla relaciona la cantidad de leche necesaria para una receta, según la cantidad de personas que comerán. Para esta receta se calcula $\frac{1}{4}$ litro de leche para 3 personas.

Cantidad de personas	10	8	5	6	2	3
Leche necesaria (en litros)						$\frac{1}{4}$

La idea es alentar a los alumnos a que vayan completando los casilleros más fáciles primero, apoyándose en las propiedades de la proporcionalidad directa que se fueron estableciendo hasta el momento. Por ejemplo, para 6 personas (el doble de tres) se necesitará el doble de $\frac{1}{4}$ litro. El cálculo para dos personas se puede realizar haciendo la tercera parte de lo que se necesita para 6 personas, o sea, la tercera parte de $\frac{1}{2}$ litro. También se puede establecer la cantidad necesaria para dos personas, calculando primero la cantidad para 1 persona ($\frac{1}{4}$: 3) y luego el doble de esa cantidad.

Del mismo modo que lo analizado para números decimales, es fundamental que las diversas estrategias posibles basadas en diferentes propiedades de la proporcionalidad “se acompañen” con los correspondientes cálculos sobre fracciones. Por ejemplo, de las dos maneras señaladas para establecer la cantidad de leche necesaria para dos personas, surgen los siguientes cálculos:

$$\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6} \quad \text{o bien}$$

$$\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{12} \; ; \; \frac{1}{12} \times 2 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Para que los alumnos elaboren estrategias de control es fundamental que el docente señale que, por cualquiera de estos dos caminos, los resultados deben ser iguales, y que un modo de pensar el problema debe servir para verificar los cálculos que se corresponden con otro modo de pensarlo. La riqueza de relaciones que surgen es la fuente de elaboración de estrategias para operar con números racionales.

Es fundamental que los alumnos pongan en juego sus conocimientos sobre fracciones para obtener las diferentes respuestas y que el docente sostenga la pregunta respecto de cómo pueden estar seguros de sus respuestas.

Material para el alumno (3° bimestre, página 29)

2) Esta tabla relaciona la cantidad de personas para un asado con la cantidad de carne que habrá que comprar. Para el asado se calcula $\frac{1}{2}$ kg de carne cada tres personas.

Cantidad de personas	2	3	4	6	8	10
Cantidad de carne necesaria (en kilos)		$\frac{1}{2}$				

Es interesante comparar esta tabla con la precedente y analizar que la constante de proporcionalidad es el doble de la anterior y que, consecuentemente, en todos los casilleros "de abajo" se duplicaron los valores.

3) En otro asado, calculan $\frac{3}{4}$ kg de carne cada 3 personas.

Cantidad de personas	2	3	4	6	8	10
Cantidad de carne necesaria (en kilos)		$\frac{3}{4}$				

4) La siguiente tabla relaciona la distancia que recorre un robot, según la cantidad de pasos que da. El robot da pasos de $\frac{7}{5}$ metros.

Cantidad de pasos que da el robot	1	5	10	12				200	1.000
Distancia que recorre (en metros)	$\frac{7}{5}$				70	100	200		

5) Laura, Aníbal y Julieta se pusieron de acuerdo: al terminar la fiesta dividirán lo que quede de la torta en tres partes iguales, una para cada uno. Completá la siguiente tabla que relaciona la fracción de torta que recibirá cada chico, según la cantidad de torta que sobre en la fiesta:

Fracción de torta que sobró en la fiesta	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	
Fracción de torta para cada chico				$\frac{1}{4}$

6) Reunite con un compañero, compartan las resoluciones que hicieron y explíquense uno al otro las estrategias que usaron para completar las tablas.

7) Reunite con un compañero y pasen en limpio todos los cálculos con fracciones que surgen de completar las tablas anteriores. La idea es que encuentren la mayor cantidad de cálculos posibles que pueden controlarse a partir de las tablas que llenaron.

Pedir a los alumnos que encuentren la mayor cantidad de cálculos que surgen de las tablas anteriores tiene por objetivo poner en funcionamiento ese doble juego entre el contexto particular, las relaciones de proporcionalidad y las operaciones con números racionales. Se trata de que comprendan que, aunque no sepan las cuentas de una manera sistematizada, pueden de todos modos obtener los resultados gracias a lo que saben de proporcionalidad. Más adelante, en el próximo bimestre, se propondrán esas sistematizaciones sobre la base de estas producciones.

Actividad 4 COMPARACIÓN DE SITUACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA QUE SE REFIEREN AL MISMO CONTEXTO

Material para el alumno (3° bimestre, página 30)

Don Francisco y don Tomás venden la misma clase de figuritas. En el quiosco de don Francisco, el precio de 4 paquetes es de $ 2,80. En lo de don Tomás, el importe de 6 paquetes asciende a $ 4,50. ¿En cuál de los dos quioscos conviene comprar?

La tarea requiere ahora tratar con dos relaciones de proporcionalidad de manera simultánea, a fin de compararlas. Resulta por eso de mayor complejidad que los problemas resueltos hasta el momento. Nuevamente aquí se pueden poner en juego diferentes estrategias. Los alumnos podrían calcular el precio de un paquete en cada quiosco (lo cual supone comparar las constantes de proporcionalidad) o podrían calcular el precio de una misma cantidad conveniente, por ejemplo 12 paquetes, en cada quiosco. Una vez más, compartir la diversidad de estrategias que surjan ampliará la perspectiva de cada alumno tanto con respecto a su comprensión de las relaciones de proporcionalidad directa como de las operaciones con números decimales.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Material para el alumno (3° bimestre, página 30)

1) Un auto A consume 18 litros de combustible cada 162 km y otro B consume 12 litros cada 144 km. ¿Cuál de los dos consume más combustible después de recorrer 550 km?

2) En un supermercado, 5 paquetes de azúcar cuestan $ 22,50.
En otro supermercado, 9 paquetes de azúcar de la misma marca cuestan $ 43,20.

a) ¿Dónde conviene comprar? ¿Por qué?
b) Si se compraron todos los paquetes en un mismo supermercado y se gastaron $ 62,40, ¿en cuál de los supermercados se compró?
c) ¿Y si se gastaron $ 72?
3) Los jabones Dux y Palmar son de igual calidad. Dux se vende a $ 2 y tiene 150 gramos. Palmar tiene 180 gramos y cuesta $ 3. ¿Cuál conviene comprar?

4) En dos supermercados se venden fideos tal como te lo muestran las tablas a continuación. En ambos, los fideos son de la misma marca y no hay ningún tipo de descuento. ¿En cuál de los dos conviene comprar?

SUPERMERCADO A	
Paquetes de fideos	Precio en $
15	19,50
16	20,80

SUPERMERCADO B	
Paquetes de fideos	Precio en $
20	25,00
21	26,25

Proyecto Conformación de Grados de Aceleración

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad