



PROGRAMA DE REORGANIZACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS ESCOLARES DE LOS ALUMNOS CON SOBREEDAD
EN EL NIVEL PRIMARIO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

PROYECTO CONFORMACIÓN DE GRADOS DE ACELERACIÓN

GRADO DE ACELERACIÓN 4° | 5°

SEGUNDO BIMESTRE | TERCER BIMESTRE

MATEMÁTICA

Material para el docente

2004



Dirección General de Planeamiento.Secretaría de Educación.Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires

Grado de aceleración 4º/5º : material para el docente : matemática : 2º bimestre y 3º bimestre / coordinado por Alejandra Rossano y María Elena Cuter. – 1ª ed. – Buenos Aires : Dirección General de Planeamiento de la Secretaría de Educación GCBA, 2004.

92 p.; 28x22 cm.

ISBN 987-549-136-5

1. Matemática-Educación Primaria I. Rossano, Alejandra, coor. II. Cuter, María Elena, coor. III. Título.
CDD 372.7

Dirección General de Planeamiento
Bartolomé Mitre 1249 . CPA c1036aaw . Buenos Aires
Teléfono/fax: 4372 5965
e-mail: dgpl@buenosaires.esc.edu.ar

Hecho el depósito que marca la Ley nº 11.723

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en esta obra, hasta 1.000 palabras, según Ley 11.723, art. 10º, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si éste excediera la extensión mencionada deberá solicitarse autorización a la Dirección General de Planeamiento. Distribución gratuita. Prohibida su venta.

GOBIERNO DE LA CIUDAD AUTÓNOMA DE BUENOS AIRES

JEFE DE GOBIERNO

DR. ANÍBAL IBARRA

VICEJEFE DE GOBIERNO

LIC. JORGE TELERMAN

SECRETARIA DE EDUCACIÓN

LIC. ROXANA PERAZZA

SUBSECRETARIA DE EDUCACIÓN

LIC. FLAVIA TERIGI

DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO

LIC. FLORENCIA FINNEGAN

DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO

LIC. FLORENCIA FINNEGAN

DIRECTORA DE CURRÍCULA

LIC. SILVIA MENDOZA

COORDINADORAS DEL PROGRAMA

MARÍA ELENA CUTER ■ MARÍA ALEJANDRA ROSSANO

EQUIPO TÉCNICO DEL PROGRAMA

MERCEDES ETCEMENDY ■ MARCELA FRIDMAN ■ IANINA GUELER ■ MARIELA HELMAN

GUILLERMO MICÓ ■ VANESA ROISMAN ■ VIOLETA WOLINSKY ■ EGLE PITÓN

DIRECCIÓN DE CURRÍCULA

COORDINACIÓN GENERAL

SUSANA WOLMAN

MATEMÁTICA

Coordinación del área y supervisión del trabajo

PATRICIA SADOVSKY

Elaboración de este material curricular

HÉCTOR PONCE ■ MARÍA EMILIA QUARANTA

EDICIÓN A CARGO DE LA DIRECCIÓN DE CURRÍCULA.

Supervisión de edición: Virginia Piera, Sara Rodríguez.

Diseño gráfico y diagramación: María Victoria Bardini, Gabriela Middono.

Colaboración en la producción editorial: Daniel Hergott, Paula Lizarazu, Natalia Udrisard.

Ilustraciones: Eugenia Nobati, Alberto Quiroga (Pez).

7	MATEMÁTICA
9	PRESENTACIÓN
11	OPERACIONES
11	LA MULTIPLICACIÓN EN PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA
12	■ Actividad 1. Las facturas
16	PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS
16	■ Actividad 2. La fiesta de disfraces
17	■ Actividad 3. Otros problemas
19	RELACIONES ENTRE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN
21	■ Actividad 4. Diferentes repartos
26	PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS
29	OTRA VUELTA CON PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
33	PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS
33	PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN
37	EL ALGORITMO DE LA MULTIPLICACIÓN
42	EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN. PRIMERA APROXIMACIÓN
43	PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS
44	NÚMEROS RACIONALES. FRACCIONES
45	DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO
45	■ Actividad 1. Diferentes repartos
47	EFECTUAR UN REPARTO EN PARTES IGUALES EN EL QUE TIENE SENTIDO REPARTIR EL RESTO ENTERO
48	■ Actividad 2. Repartiendo chocolates
53	COMPONER UNA CANTIDAD A PARTIR DE OTRAS EXPRESADAS EN FRACCIONES
53	■ Actividad 3. Los envases de café
54	UTILIZAR FRACCIONES PARA MEDIR LONGITUDES
54	■ Actividad 4. Reproducciones de segmentos
56	REALIZAR CÁLCULOS MENTALES CON FRACCIONES
57	■ Actividad 5. Cálculos mentales con fracciones
58	AVANZAR SOBRE LA DEFINICIÓN DE LAS CANTIDADES $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; ETCÉTERA
58	■ Actividad 6. Enteros y partes
62	PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN
62	MEDIDA. UNIDADES DE LONGITUD
62	LA MEDICIÓN COMO RECURSO PARA ANTICIPAR
64	KILÓMETROS, METROS, CENTÍMETROS Y MILÍMETROS
65	■ Actividad 1. Kilómetros, metros, centímetros y milímetros
69	ESTIMANDO ALGUNAS MEDIDAS
69	■ Actividad 2. Estimando algunas medidas
71	CAMBIANDO DE UNIDADES

72	■ Actividad 3. Cambiando de unidades
74	TOMAR LAS MEDIDAS DEL PATIO DE LA ESCUELA PARA REALIZAR SU PLANO RESPETANDO SUS PROPORCIONES
77	NOTA FINAL
77	MÁS PROBLEMAS
77	GEOMETRÍA. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO
79	PRIMERA PARTE
79	■ Actividad 1
79	■ Actividad 2
80	SEGUNDA PARTE
80	■ Actividad 3
81	■ Actividad 4
81	■ Actividad 5
82	PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS
85	PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN
87	CONTENIDOS SELECCIONADOS PARA EL SEGUNDO BIMESTRE / TERCER BIMESTRE

MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

El trabajo que se propone en este material para el área de Matemática se apoya en cuatro ejes:

- Multiplicación y división con números naturales.
- Números racionales. Fracciones.
- Medida. Unidades de longitud.
- Geometría. Círculo y circunferencia.

En las actividades que se plantean para la enseñanza de la multiplicación, los docentes encontrarán diversas situaciones de proporcionalidad directa entre números naturales. A la hora de llevar adelante estas propuestas, es importante rescatar el trabajo realizado en el bimestre anterior a propósito del cálculo. Como se observará en el material, en un primer momento, hemos decidido alentar la existencia de cierta diversidad de procedimientos y priorizar la discusión y el análisis de éstos para encarar posteriormente la enseñanza del algoritmo. Creemos que estas reflexiones de los niños se convertirán en elementos de control para ellos a la hora de realizar cuentas y que la introducción apresurada de los algoritmos puede bloquear la aparición de estrategias de cálculo que enriquecen el conocimiento de las operaciones.

Las situaciones de repartos equitativos y las que consisten en formar grupos con igual cantidad de elementos a partir de una cantidad inicial dada constituirán referencias mediante las cuales se identificará la relación entre multiplicación y división. Esta relación es constitutiva del sentido de ambas operaciones y las actividades que se proponen apuntan a que los alumnos la pongan en juego y puedan reflexionar sobre ella. Se espera que los niños reconozcan la división exacta como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación y que tomen conciencia de la posibilidad de recurrir al repertorio multiplicativo tanto para resolver divisiones como para establecer si el resultado de un reparto "da o no justo".

Se inicia en este período un trabajo sistemático sobre el algoritmo de la multiplicación. Los docentes podrán notar que los problemas planteados para ello retoman y avanzan sobre el trabajo hecho en las primeras semanas del bimestre. Hemos seleccionado un conjunto de situaciones que apuntan a que los niños tengan oportunidad de analizar y reconstruir el algoritmo de la multiplicación vinculándolo a los cálculos mentales y explicitando posteriormente las propiedades de las operaciones puestas en juego. Estas actividades colocarán a los alumnos en mejores condiciones para abordar –en este mismo bimestre– el aprendizaje del algoritmo de la multiplicación por más de una cifra.

A través de este material se promueve que los alumnos aprendan a encuadrar el cociente de una división entre dos potencias consecutivas de 10. Se trata de una estrategia que debería funcionar como elemento de control y no como un mecanismo cuyo sentido los alumnos desconocen.

Asimismo, se propone el aprendizaje de un algoritmo de división que "está cerca" del algoritmo convencional, pero en el que las operaciones intermedias se van explicitando, lo cual permite a quien está aprendiendo tener un mejor control del cálculo que se realiza.

El trabajo sobre las *fracciones* seguramente conlleve un esfuerzo importante para los alumnos ya que implica introducirse en un conjunto numérico nuevo con ciertas propiedades que de alguna manera "chocan" con lo que ellos saben hasta este momento: los números ya no tienen siguientes; puede ocurrir que, al multiplicar, el producto sea menor que los factores y, al dividir, el cociente, mayor que el dividendo; para representar un número hacen falta dos números naturales; es posible hacer referencia al mismo número escribiendo fracciones diferentes, etcétera. No es un propósito del trabajo para estos meses abordar la totalidad de estas cuestiones; esta complejidad deberá ser desplegada en un proceso a largo plazo que trascienda incluso este año escolar. Sí, se intenta –entre otros aspectos– ofrecer a los niños situaciones en las que las fracciones cobran sentido. Para anclar el inicio de este trabajo sobre los conocimientos de los cuales disponen los alumnos, se propone una serie de situaciones de repartos equitativos en los cuales hay un resto que, en ocasiones, no es posible seguir repartiendo y en otras, sí, requiriendo particiones de la unidad. Teniendo en cuenta contextos y situaciones en que las fracciones cobran sentido, hemos planteado un conjunto de actividades vinculadas al reparto y la medida en condiciones tales que los números naturales resultan insuficientes para hallar la solución del problema y, entonces, se hace necesario recurrir a este conjunto de números.

Las situaciones propuestas para la enseñanza de la *medida* intentan plantear un abanico de problemas que este tema encierra y que no se agota en el manejo del Sistema Métrico Decimal: la necesidad de estimar una medida, de decidir en qué situaciones es suficiente con una medida aproximada o se requiere de una mucho más ajustada, de incorporar algunas unidades de medida para poder estimar, de poder decidir en qué unidad de medida es más conveniente expresar el resultado de una medición, etcétera.

Por último, las actividades de *geometría* abordan cuestiones relativas al círculo y a la circunferencia. Consideramos que las construcciones con regla y compás ofrecen una oportunidad de explorar las propiedades de las figuras. Por eso, comenzar por un primer estu-

dio de la circunferencia permite a los niños establecer algunos puntos de apoyo para enfrentar el trabajo posterior sobre diferentes aspectos de otras figuras.

Se trata de que los niños reconstruyan las figuras en términos de sus propiedades, superando el simple reconocimiento perceptivo de las figuras que pudieron haber realizado en años anteriores.

Somos conscientes de que estamos convocando unas prácticas de enseñanza y ciertas propuestas de actividades que significarán para los niños un desafío considerable y, para los maestros, sin duda, un esfuerzo importante de intervención didáctica. Teniendo presente esta situación, hemos incluido al final de este material –como en el bimestre anterior– algunos contenidos seleccionados que pueden dar pistas respecto de ciertos aspectos que nos parecen importantes en tanto dan cuenta de la evolución de cada alumno o del grupo en general. Hemos indicado también aquellas cuestiones por considerar que están vinculadas a la organización de la clase, así como algunas intervenciones docentes posibles tendientes a promover el progreso de los niños en relación con los contenidos planteados.

Finalmente, quisiéramos aclarar que las tareas propuestas sobrepasan las posibilidades del trabajo de un bimestre. Por esta razón, una parte del material presentado sobre operaciones se desplegará en el tercer bimestre. Hemos tomado la opción de no "cortar" el tema; preferimos presentar una visión de conjunto sobre la propuesta para la enseñanza de las operaciones, que permita al docente hacer opciones y recortes, conociendo más globalmente el proyecto.



OPERACIONES

LA MULTIPLICACIÓN EN PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA¹

Contenido

- Resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa entre números naturales y que supongan la búsqueda de nuevos valores a partir de ciertos datos.

¹ Como mencionamos en el primer bimestre en *Grado de aceleración 4º/5º. Primer bimestre. Matemática. Material para el docente. Primeras interacciones con la multiplicación*, página 11; se denomina de esta manera a toda una clase de problemas de multiplicación y división en los cuales intervienen dos universos de elementos (por ejemplo, niños y caramelos) que se vinculan entre sí a través de una relación constante (por ejemplo, 5 caramelos por niño). Esta clase de problemas cumple con una serie de propiedades que se busca que los niños utilicen: por ejemplo, al doble de niños corresponderá el doble de caramelos; o sabiendo cuántos caramelos corresponden a 5 y a 2 niños, es posible saber cuántos corresponderán a 7, etcétera. Ver Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. *Matemática. Documento de trabajo n° 4*.

Objetivo

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Progresar en el uso de las relaciones involucradas en las situaciones de proporcionalidad directa, para resolver problemas.

Materiales

■ Calculadoras;
 ■ copias de facturas en blanco como las representadas en el *Material para el alumno*.

Actividad

1**LAS FACTURAS²****Material para el alumno**

FACTURA
N° 0000 - 00076909

Oscar Libros
de José Oscar Linares

Av. Ganna 33456 - Ramos Mejía
(1777) - Provincia de Buenos Aires
Tel.: 4655-7868
IVA: Exento

FECHA: 24 10 03

CUIT: 20-25968013-6
ING. BRILLIOS: P. 30.110
INICIA DE ACT.: Julio 1992
Partida Municipal N° 269355

Suñor(es)..... Tel.....
 Domicilio..... Localidad.....

L.V.A.: Resp. inscripto Resp. no inscripto C.U.I.T.
 Exento Monotributo Consumidor Final

Condiciones de Venta: Contado Cta. Cte. Remito N°

Cantidad	Detalle	P. Unitario	TOTAL
2	Los Camisados	12	24.00
1	Los Avata Matrices	-	-
1	Eliza para Amador	-	22.00
			46.00

Desarrollo

Antes de comenzar con la secuencia, se podría proponer a los alumnos que examinen diferentes facturas y tickets a fin de explicitar cuál es la información contenida en ellos. Para hacerlo, podrá utilizarse el ejemplo de factura que se incluye en el *Material para el alumno*, (página 9) u otras que el docente pida que consigan. Será interesante preguntar a los niños si la información que da la factura permite saber qué se compró, en qué cantidad, qué significa "precio unitario", etcétera. En la factura de la librería, por ejemplo, se puede plantear la siguiente situación: *Dos chicos discuten porque uno decía que, en total, se habían gastado \$ 46 y el otro afirmaba que el gasto era de \$ 22. ¿Cuál de ellos tenía razón? ¿Qué habrá pensado el que decía que se habían gastado \$ 22?* Luego, se les puede proponer que confeccionen alguna factura.

Primer momento. Comparación de gastos (sin calculadoras)

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN INDIVIDUAL Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Se propone un trabajo a propósito del siguiente enunciado de base (o uno similar). Se deja abierta a la decisión del docente la cantidad de artículos que incluirá inicialmente, como así los precios que propondrá. El maestro también decidirá cuándo permitirá el uso de calculadora. Con respecto a esta cuestión, la decisión dependerá de los objetivos que

² Esta situación ha sido elaborada a partir de una similar presentada en ERMEL (1981): *Apprentissages mathématiques a l'école élémentaire*, París, Hatier.

se plantee en cada momento: así, si el docente está interesado en que los alumnos reconozcan las operaciones necesarias y prefiere que la actividad "avance" sin que se vea obstaculizada por posibles dificultades de los niños para "hacer las cuentas", proponer el uso de la calculadora puede ser una buena opción; si, en cambio, quiere centrarse en que los alumnos enfrenten las dificultades que pudieran tener en relación con el cálculo, o que se familiaricen con los mecanismos que circulan en el aula, será mejor que no se use la calculadora. Por supuesto que estas opciones pueden ir alternándose y, en conjunto, puede pensarse que en algunos casos los alumnos usarán calculadoras (tal vez al principio) y en otros, no.



Material para el alumno

1) Joaquín compró 6 libros. Inés compró 8 compactos. Carolina compró 10 lapiceras para regalar.
¿Quién gastó más? ¿Quién gastó menos?

Se lee en grupo el enunciado y se inicia su resolución. El precio de cada clase de objetos podría comunicarse a los alumnos sólo cuando ellos hayan tomado conciencia de la necesidad de estos datos. Nos interesa también que adviertan cuál es la información que requieren para poder resolverlo. Entonces, se les dan los precios solicitados (anotándolos en el pizarrón), por ejemplo: un libro cuesta \$ 28; un disco compacto, \$ 22; una lapicera, \$ 12.

Entre los diferentes procedimientos de resolución, es posible que algunos alumnos:

- Sumen el precio tantas veces como objetos de esa clase se han comprado.
- Acorten esas sumas, agrupando lo pagado por dos o más objetos de una cierta clase: por ejemplo sumando cuatro veces 44 en lugar de ocho veces 22.
- Se apoyen en las multiplicaciones conocidas y en un cierto uso, aunque sea implícito, de la propiedad distributiva: por ejemplo, para calcular el precio de los seis libros, sumar $60 + 60 + 48$, resultados parciales de 6×10 ; 6×10 y 6×8 , descomponiendo de esa manera el 28 (precio de un libro).
- Etcétera.

Puesta en común

El docente organizará una *puesta en común* en la que someterá a la discusión del conjunto algunos de los procedimientos que los alumnos pusieron en juego. Es importante tener en cuenta que no se trata de que todos los niños expongan sus procedimientos, sino de trabajar sobre aquellos que el docente habrá seleccionado de antemano por considerarlos fértiles para la reflexión.³

³ "Muchas veces, con la intención de favorecer las interacciones sociales, los docentes organizan las puestas en común pidiendo que todos los alumnos describan sus soluciones. Sin embargo, si las estrategias desplegadas son muy próximas entre sí, la actividad, por no generar una tensión suficiente, suele ser tediosa para los alumnos y poco productiva desde el punto de vista de la construcción colectiva de conocimientos. En esta propuesta, estamos pensando la puesta en común como un espacio de producción de aspectos que difícilmente los alumnos elaborarían en las resoluciones individuales". (*Grado de Aceleración 4º/5º*, Material para el docente, 1º Bimestre.)

El espacio colectivo debe apuntar a comparar las diferentes estrategias y a construir de manera conjunta criterios para validarlas. Es importante analizar qué tipos de cálculos se utilizaron en cada procedimiento y qué significa cada uno de los números que aparecen. Por ejemplo, frente a un procedimiento que abrevia la cantidad de sumandos y, en lugar de sumar 8 veces 22, suma 4 veces 44, se podría analizar: *¿Por qué acá se hace 4 veces 44?, ¿qué es cada uno de esos \$ 44?, ¿cómo estamos seguros de que se sumaron los 8 discos compactos?, ¿qué tiene de parecido o de diferente con hacer 8 veces 22?, etcétera.*

PARA TENER EN CUENTA

Es muy importante que el docente explicita en esta discusión la relación entre esta actividad y las realizadas en el primer bimestre a propósito de:

- la posibilidad de "acortar" sumas agrupando los sumandos para facilitar algunos cálculos;
- la multiplicación como "... veces ...".

Algunas de las actividades que se incluyen en el punto 3 (Problemas para revisar lo que hicimos, página 16) también apuntan a este propósito.

Segundo momento

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN INDIVIDUAL, INTERCAMBIO EN PEQUEÑOS GRUPOS Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

a) Elaboración y verificación de los pedidos (con calculadora)

Se comunica al grupo que cada uno dispondrá de una suma para gastar. Se asignará a cada niño una cantidad de dinero determinada y los alumnos deberán elegir los artículos que podrán comprar, sin pasar el límite de dinero de que disponen. Podrán incluirse algunas condiciones bajo las cuales realizar el gasto, que se entregarán a los alumnos por escrito (ver los ejemplos). El docente decidirá en esta instancia si incluye números "redondos" o más pequeños en función del nivel de dificultad que considere adecuado para sus alumnos.

Ejemplos de datos que el docente podría escribir en el pizarrón (entre paréntesis figuran números más "fáciles").



Material para el alumno

- 2)
Colección de cuentos: \$ 120 (\$ 80)
Atlas: \$ 98 (\$ 100)
Diccionario: \$ 55 (\$ 50)
Manual: \$ 45 (\$ 25)



Ejemplos de condiciones: (la condición se presenta escrita).

- Elegir una sola clase de objetos y gastar como máximo \$ 700.
- Elegir una sola clase de objetos, gastar lo más posible, sin superar los \$ 700.⁴
- Elegir al menos dos clases de objetos (o tres o más clases) y gastar la mayor cantidad de dinero posible, sin superar los \$ 700.

Mientras los alumnos comienzan a resolver, el docente circula entre ellos a fin de controlar que se haya comprendido la condición o explicándola nuevamente si fuera necesario.

Los niños resuelven el problema individualmente. Deberán elaborar una factura correspondiente a la compra por ellos elegida.

b) Intercambio en pequeños grupos

Se forman grupos de entre dos y cuatro alumnos. Cada niño mostrará la factura que elaboró y los compañeros verificarán que efectivamente sea válida.

c) Discusión colectiva

Finalmente, podrá organizarse una discusión con toda la clase dando lugar a intercambios respecto de los errores, los procedimientos de cálculo y los desacuerdos eventuales. Entre los diversos procedimientos, podrán ponerse en relación aquellos que recurren a sumas reiteradas y los que lo hacen a multiplicaciones, y de qué manera están representadas las "veces" en uno y otro.

Señalemos que la instancia de los espacios colectivos es delicada: si los alumnos no disponen de un momento específico para analizar las resoluciones de los compañeros, es difícil que puedan interpretar la estrategia desplegada por otro. Para ello, proponemos que, una vez expuestos los procedimientos que se someterán al análisis colectivo, se dedique primero un espacio a que los alumnos puedan interactuar de manera "privada" con ellos. Es decir que tengan un tiempo para leerlos, intentar comprenderlos, tratar de formular preguntas, sin la exigencia que imprimen los diferentes ritmos que se ponen en juego en lo grupal. El maestro evaluará cuáles son las situaciones en las que vale la pena emplear tiempo en gestionar estas interacciones.

Este trabajo será una oportunidad para poner en relación la construcción de procedimientos a fin de resolver multiplicaciones apoyándose en el repertorio multiplicativo, llevado a cabo en el primer bimestre.⁵

⁴ Las dos primeras condiciones se asemejan porque en ambas se trata de elegir una única clase de objetos y tienen el mismo importe máximo; sin embargo, presentan una diferencia importante que hace mucho más restrictiva a la segunda: mientras que en la primera no se establece un importe mínimo a gastar y, en consecuencia, hay diferentes respuestas válidas, en la segunda, dado el tope de \$ 700, se trata de gastar lo máximo posible. En otros términos, en esta última hay una exigencia que no aparece en la primera: agotar el importe disponible.

⁵ Remitimos al docente a Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. *Grado de Aceleración 4º/5º*. Material para el docente. Matemática. Primer Bimestre, Actividad 4, páginas 17 a 21.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Actividad

2

LA FIESTA DE DISFRACES

(SE PODRÁ DEDICAR UN ESPACIO DE DISCUSIÓN PARA EL PRIMERO DE LOS PROBLEMAS QUE SE PRESENTAN A CONTINUACIÓN Y DEJAR LOS OTROS DOS A CARGO DE LOS ALUMNOS.)



Material para el alumno

1) Una escuela ha decidido organizar una fiesta de disfraces donde todos los alumnos serán maquillados. La directora ha encargado el material necesario para los diferentes maquillajes. Calculá con esta hoja de pedido cuánto se gastará.

CANTIDAD	DETALLE	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
5	Ease	\$ 21	
3	Rubor	\$ 30	
2	Sombrias	\$ 15	
1	Lápiz labial	\$ 18	
6	Pinceles	\$ 3	
TOTAL			

De ser necesario, se vinculará esta nota de pedido con la de la actividad precedente, recorriendo aquí qué información aparece en cada columna y qué es lo que se trata de averiguar.

Si hubiese alumnos que no saben cómo iniciar la resolución de esta situación, el docente podrá modificar los precios unitarios convirtiéndolos, por ejemplo, en números redondos o más pequeños.



Material para el alumno

2) Imaginate que todos los niños de tu clase deciden disfrazarse. Pueden optar por elegir entre máscaras, sombreros y antifaces.



\$ 10 cada una



\$ 8 cada uno



\$ 5 cada uno

Armá un pedido posible para tu grado y calculá el gasto. Para ello, elaborá una hoja de pedido como la anterior.

CANTIDAD	DETALLE	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
TOTAL			

3) En la clase de Juan, 14 chicos eligieron una máscara; 7 eligieron un sombrero y 4, un antifaz. Calculá el gasto para toda la clase.

Actividad

3

OTROS PROBLEMAS



Material para el alumno

1) A continuación hay una serie de cálculos y tres respuestas posibles para cada uno. Encontrá una manera rápida de establecer en cada caso cuál es el resultado correcto:

- a) $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =$ 81 90 139
- b) $28 + 28 + 28 + 28 + 28 =$ 108 136 140
- c) $134 + 134 + 134 + 134 =$ 536 404 426
- d) $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 =$ 400 350 500
- e) $609 + 609 + 609 + 609 + 609 =$ 3.045 3.054 3.504

Esta actividad apunta a proponer a los alumnos una tarea que permita poner en juego algunos recursos de cálculo mental a partir de aproximaciones al resultado basadas en diferentes conocimientos sobre el sistema de numeración y las operaciones.

Por ejemplo, para el primer caso, es posible retomar las discusiones a propósito del trabajo con el repertorio multiplicativo, recordando qué sucede cuando se multiplica por 10. Para el caso d), podría recuperarse la relación entre 7×5 y 7×50 . Algunos alumnos quizá recurran a agrupar los 50, para sumar rápidamente de a 100.

Para el caso c) es posible descartar rápidamente el 404 y el 426 porque, si bien *con cuatro veces 100 se forman 400, con las cuatro veces 30 se forman otros cien...*

Estos son sólo algunos ejemplos pero en realidad los cálculos permiten diferentes estrategias de solución, posibles en función de una red de relaciones que los alumnos ponen en juego e intentamos que utilicen. Por esa razón, la discusión acerca de la posibilidad de diversos abordajes para el mismo cálculo es muy enriquecedora para el conjunto de la clase.



Material para el alumno

2) En la siguiente factura, faltan algunos datos. Completalos:

CANTIDAD	DETALLE	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
18	Collares	\$ 12	
	Bonetes	\$ 5	\$ 60
8	Capas		\$ 120
2	Pantalones		
TOTAL			\$ 446

3) Los chicles "Bublos" vienen en paquetes de a 6. ¿Cuántos paquetes habría que comprar para que cada alumno de una clase de 38 chicos pueda comer dos chicles?

La siguiente tabla te puede ayudar:

Cantidad de paquetes	1			
Cantidad de chicles	6			

PARA TENER EN CUENTA

Si bien en los puntos 2 y 3 aparecen problemas de división, no se espera que los alumnos recurran al algoritmo convencional, aunque quizás alguno pueda hacerlo. Antes bien, se trata de que puedan aparecer diversas estrategias para resolverlo.



Material para el alumno

4) En el libro del primer bimestre, buscá la actividad 1 (“En el quiosco de diarios”, página 9). Fijate cómo lo habías resuelto y, a partir de lo que apren-

diste en estos días, pensá y anotá si se te ocurre otra manera más rápida de resolverlo.

¿Qué cambiarías o agregarías a las conclusiones que habías anotado en tu cuaderno en ese momento?

5) En el libro del primer bimestre, revisá el problema 3 de la actividad 3 ("Juegos en el parque", página 12). Prepará un ejercicio similar en el cual haya sumas que puedan resolverse con una multiplicación y otras que no. Intercambialas con un compañero para verificarlo.

Algunas de esas sumas, ¿se podrían resolver con cálculos que te permitan hacer la cuenta más rápidamente? En ese caso, anotá con cuáles.

RELACIONES ENTRE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN DE A DOS Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Contenidos

- ▶ Relaciones entre la multiplicación y la división para la división exacta.
- ▶ Identificación de la operación de división en situaciones de repartos equitativos.
- ▶ Repertorio de resultados de divisiones.
- ▶ Resto de una división.
- ▶ Reconstrucción de la cantidad inicial a partir de la relación entre el cociente, el divisor y el resto.⁶

Objetivos

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Avanzar en los procedimientos utilizados para resolver situaciones de repartos equitativos.
- Identificar a la división como la operación que permite resolver problemas de repartos equitativos.
- Identificar a la división como la operación que permite resolver problemas de "formar grupos con igual cantidad de elementos cada uno".
- Establecer relaciones entre las situaciones de "repartir equitativamente" y las de "formar grupos con igual cantidad de elementos".
- Reconocer que tanto en las situaciones de "repartir equitativamente" como en las de "formar grupos con igual cantidad de elementos" pueden sobrar elementos que constituyen el *resto de la división*.
- Identificar a la división exacta como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación.

⁶ No se espera a esta altura la introducción de estos nombres. Se utilizan aquí para facilitar la comunicación con el docente.

- Tomar conciencia acerca de la posibilidad de recurrir al repertorio multiplicativo para resolver divisiones.
- Advertir que, a partir del resultado de una multiplicación, es posible conocer los resultados de dos divisiones exactas.
- Dada una cantidad inicial a partir de la cual se forman grupos de igual cantidad de elementos, establecer relaciones entre la cantidad inicial, la cantidad de grupos que se forman, la cantidad de elementos por grupo y el resto.

En general, la multiplicación y la división se presentan como contenidos separados uno de otro. Las actividades que sugerimos apuntan a poner en relación estas operaciones. Se proponen inicialmente algunos problemas de repartos equitativos para que los alumnos los resuelvan apelando a diferentes recursos disponibles (procedimientos basados en el conteo, en sumas reiteradas, multiplicaciones, etcétera).

Nuestro objetivo es que progresivamente, a lo largo de las actividades, los procedimientos iniciales, basados en conteos o estrategias que apelan a sumas, puedan vincularse a la multiplicación. Es decir que los alumnos adviertan cómo interviene la multiplicación en estos problemas, tanto cuando "se puede repartir todo" como cuando "sobra".

Por ejemplo, si hay que repartir 56 caramelos entre 7 chicos, los alumnos deberían aprender que la cuenta de la "tabla" $7 \times 8 = 56$ permite conocer que hay 8 caramelos para cada niño. Si, en cambio, hubiera que repartir 64 caramelos entre 7 chicos en partes iguales, deberán analizar que en la tabla del 7 ningún resultado es 64 y que éste está entre 7×9 y 7×10 ; a partir de esta constatación, deberán establecer que hay 9 caramelos para cada chico y sobra 1. Es decir, la multiplicación $7 \times 9 = 63$ permite establecer la cantidad de caramelos que sobrarán a partir de la distancia entre el producto hallado y el total de caramelos.

Algunos alumnos quizás identifiquen que estos problemas pueden resolverse con una división y recuerden esta operación de su trabajo escolar en años anteriores. Para ellos, el análisis de los diferentes procedimientos puestos en juego por sus compañeros constituirá una oportunidad fructífera para que puedan poner en relación la división con otras operaciones, en particular con la multiplicación. Esto, a la vez, los ayudará a tomar conciencia de la posibilidad de recurrir a los resultados multiplicativos conocidos –a partir de la tabla pitagórica, de la multiplicación por 10, 100, 1.000, etcétera– para resolver divisiones o controlar los resultados que obtienen.

En síntesis, el objeto de enseñanza que está en juego aquí no se limita a la identificación de la operación de dividir, sino que involucra también la relación entre multiplicación y división y la construcción de procedimientos para resolver problemas en los que intervienen las divisiones.

Para comenzar, se propondrá el siguiente problema para que los alumnos intenten resolver de a dos:

Actividad

4

DIFERENTES REPARTOS



Material para el alumno

- 1)
a) En un juego, 5 amigos se distribuyen las 40 cartas de todo el mazo, de manera que todos tengan la misma cantidad para empezar a jugar. ¿Cuántas cartas le tocan a cada uno?

Las resoluciones podrán basarse en:

- una distribución uno a uno, que imita de algún modo el reparto de cartas (mediante gráficos o el uso de la serie numérica);
- tanteos mediante sumas reiteradas: por ejemplo, probar con 5, sumar 5 veces, advertir que "falta", probar entonces con un número mayor, así hasta encontrar el número que, repetido 5 veces, permita alcanzar o acercarse más a 40;
- una multiplicación, buscando un número que, multiplicado por 5, alcance o se acerque lo más posible a 40;
- una división.

Después de la resolución, el docente organizará una *puesta en común*. Para ello, seleccionará un ejemplo de cada uno de los procedimientos posibles señalados anteriormente. Se analizará cómo se representa, en cada procedimiento, la cantidad de cartas por chico, la cantidad de jugadores, la cantidad de cartas del mazo; cómo se puede saber de manera segura si todos han recibido la misma cantidad; cómo sabemos si sobraron cartas y, en ese caso, cuántas.

Se retomará aquí, con énfasis, la relación entre la multiplicación y la suma reiterada, ya abordada a propósito de problemas de multiplicación. El maestro volverá a explicitar esta relación recordando –y mostrando en los libros y las carpetas– las otras actividades precedentes en las cuales se había puesto en juego: que los niños identifiquen la relación entre multiplicación y suma en problemas de multiplicación no implica que necesariamente recurran a ella en estos nuevos problemas.

A continuación, se buscará que los alumnos reutilicen lo discutido en esta extensión del problema:



Material para el alumno

- b) ¿Cómo se podría haber hecho el reparto entre 5 chicos, si el mazo fuera de 52 cartas?

Al finalizar el trabajo con este problema, se organizará una puesta en común, retomando los ejes de análisis señalados para a). Se resaltarán aquellos procedimientos que permitan economizar las sumas reiteradas y los que apelen directamente a la multiplicación. Es importante que el docente insista para que los alumnos que utilizan estrategias aditivas puedan vincularlas a multiplicaciones y dar a posteriori una escritura multiplicativa para dichas sumas.

Además de la relación con la multiplicación que buscamos que los alumnos establezcan para los problemas de repartos equitativos, los números que intervienen en b) permiten remitirse a los conocimientos sobre el sistema de numeración. Es decir, los números "informan" acerca de ciertas operaciones cuando está en juego una multiplicación por 10.⁷



Material para el alumno

2) Se reparten caramelos entre chicos, en partes iguales. ¿En cuáles de los siguientes casos se puede repartir justo, sin que sobre, y en cuáles va a sobrar?

- 72 caramelos entre 9 chicos
- 45 caramelos entre 7 chicos
- 45 caramelos entre 5 chicos
- 82 caramelos entre 10 chicos
- 35 caramelos entre 7 chicos
- 35 caramelos entre 5 chicos
- 35 caramelos entre 4 chicos

La idea es que los alumnos apelen a la multiplicación para establecer cuándo se puede hacer el reparto exacto y cuándo no. Se esperan conclusiones del tipo: "45 caramelos entre 7 chicos no se puede repartir justo porque el 45 no es un resultado de la tabla del 7", o "no hay un número que multiplicado por 7 dé como resultado 45", o bien "35 se puede repartir justo en 7 y en 5 porque 7×5 es 35, pero no se puede repartir en 4 porque 4×8 es 32, que le falta para 35, y 4×9 es 36, que se pasa", etcétera.

A partir de analizar la tabla pitagórica, los alumnos podrán establecer los restos de las divisiones.

A esta altura, el maestro podrá plantear que:

- 72 dividido 9 es 8, porque 9×8 es 72;
- 45 dividido 7 es 6 y sobran 3, porque 45 es $7 \times 6 + 3$;
- 45 dividido 5 es 9, porque 5×9 es 45;
- 82 dividido 10 es 8 y sobran 2, porque 82 es $10 \times 8 + 2$;
- etcétera.

⁷ Remitimos al docente a la página 33 del *Material para el docente*, Primer bimestre, "Problemas con billetes. Segunda parte".



Material para el alumno

- 3) En un supermercado, venden las empanadas en bandejas de 6 unidades, ¿cuántas bandejas necesitan para envasar 54 empanadas?

En este problema cambia en parte el sentido de la división con respecto a los problemas de reparto y es necesario que los alumnos establezcan la relación entre ambos tipos de problemas. Efectivamente, antes se trataba de repartir entre una cierta cantidad y ahora, en cambio, de armar grupos que tengan la misma cantidad; en esta instancia los alumnos deben establecer cuántos grupos se pueden armar.

Si las empanadas se venden en bandejas de 6 unidades, deberá establecerse que es necesario conocer cuál es el número que, multiplicado por 6, da como resultado 54. En términos muy parecidos, los alumnos deberán comprender que *la cantidad de bandejas por 6, que es la cantidad de empanadas por bandeja, debe dar como resultado 54, que es el total de empanadas*. Al identificar cómo interviene la multiplicación en estos problemas, el docente podrá proponer la siguiente escritura en el pizarrón:

$$\dots\dots \times 6 = 54$$

Se mostrará a los alumnos que ellos ya disponen del número buscado en la tabla pitagórica y, por lo tanto, pueden recurrir a ella para resolver algunos problemas de repartos en partes iguales. En este momento, el docente presentará, para el mismo cálculo, la siguiente escritura:

$$54 : 6 = 9$$

explicitando que *se lee cincuenta y cuatro dividido seis es igual a nueve*.

Ambas escrituras se anotarán en los cuadernos. Se pedirá luego a los alumnos que vuelvan sobre los problemas resueltos en esta última sección e identifiquen en cuáles sería pertinente recurrir a esta escritura y anoten los números y el cálculo correspondiente para cada uno de ellos.

Se analizará con los alumnos que se han visto dos tipos de situaciones en las que es pertinente hacer una división: repartir equitativamente y armar grupos con igual cantidad de elementos.⁸

⁸ Como queda planteado, la operación de división se introduce desde el inicio en relación con la multiplicación. Para que esto sea posible, será necesario que los alumnos comprendan cómo interviene la multiplicación en estos problemas. Si el docente advirtiera que los alumnos "están lejos" de esta comprensión, podrá ofrecer nuevas situaciones de reparto retomando las reflexiones precedentes. Por ejemplo, si se distribuyen ... figuritas entre ... chicos en partes iguales, ¿cuántas figuritas le corresponderá a cada uno? (36 entre 6; 32 entre 4; 40 entre 10; etcétera; 31 entre 3; 90 entre 9; 75 entre 7; etcétera); si se envasan ... caramelos en paquetes de ..., ¿cuántos paquetes se arman? (28 en paquetes de 4; 44 en paquetes de 5; 26 en paquetes de 3; 80 en paquetes de 8; 70 en paquetes de 10).



Se propondrá entonces al grupo:

Material para el alumno

- 4)
- a) Si las 54 empanadas se envasan en bandejas de 9 unidades, ¿para cuántas bandejas alcanza?
 - b) Si se quieren repartir en partes iguales 54 empanadas entre 9 personas, ¿cuántas le corresponden a cada una de ellas?
 - c) ¿Se podrían resolver las cuestiones anteriores con una multiplicación o una división? Si es así, anoten con cuáles.

En la puesta en común, se retomarán los mismos aspectos de la discusión anterior, y se avanzará ahora sobre tres hechos:

- 1) $6 \times 9 = 54$, permite averiguar dos divisiones, $54 : 6$ y $54 : 9$.
- 2) La *cuenta* 54 dividido 9 permite resolver tanto la situación de "armar bandejas de 9" como la de "repartir en partes iguales entre 9".
- 3) Si hay 6 empanadas por bandeja, hay 9 bandejas; si hay 9 empanadas por bandeja, hay 6 bandejas. Es lo mismo pensar que hay 6 bandejas o que se reparte entre 6 personas.

El docente prestará especial atención a poner en relación cada uno de los números que aparecen en las escrituras propuestas por los niños con los problemas: por ejemplo, qué significa el 54, el 9, el 6; por qué anotamos $\dots \times 9 = 54$ ó $54 : 9 = \dots$. Se concluirá y anotará en los cuadernos que saber el resultado de una multiplicación permite conocer el resultado de dos divisiones.

A partir de estas discusiones se retoman los casos en los que, al hacer un reparto equitativo, "sobra". Se les solicita a los alumnos que propongan ejemplos en los que al hacer el reparto "sobra" y ejemplos en los que "da justo". Luego, el docente introduce la notación de la división entera, en la que se explicita el cociente y el resto de la división. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 58 & 6 \\ 4 & 9 \end{array}$$

El docente explicará que, al hacer un reparto, es necesario explicitar *cuánto le toca a cada uno* y *cuánto sobra*. Pueden introducirse los términos "cociente" y "resto", sin exigir su memorización. Es momento de plantear la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto,⁹ a propósito de los ejemplos vistos:

$$58 = 6 \times 9 + 4$$

⁹ Como ya se ha dicho, no se espera que los alumnos memoricen estos nombres, ni que planteen la relación mencionada de manera descontextualizada, sino que la comprendan a propósito de cada uno de los problemas que resuelven.

Como vemos, varios "asuntos" están en juego en estas situaciones:

- la operación de división exacta en relación con problemas de repartos equitativos y de formación de grupos de igual cantidad de elementos;
- la relación entre los problemas de división y de multiplicación (la división permite hallar el factor desconocido de una multiplicación);
- el hecho de que conocer el resultado de una multiplicación permite conocer el resultado de dos divisiones "exactas";
- el hecho de que la división exacta no es siempre posible entre números naturales;
- la división entera en tanto operación que permite establecer el cociente y el resto de una situación de reparto;
- la relación entre los elementos de la división entera, en términos de reparto equitativo y de grupos de igual cantidad de elementos (*la cantidad de elementos por grupo, multiplicada por la cantidad de grupos y sumada al resto, da como resultado la cantidad inicial*).



Material para el alumno

5) Ganarle a la calculadora

Indicá con cuáles de estas divisiones, podrías ganarle a la calculadora y, en esos casos, anotá el resultado:

$$144 : 4 =$$

$$40 : 4 =$$

$$75 : 3 =$$

$$80 : 8 =$$

$$95 : 7 =$$

$$32 : 8 =$$

$$29 : 3 =$$

$$50 : 10 =$$

$$67 : 10 =$$

$$98 : 6 =$$

El análisis colectivo de las decisiones de los alumnos, posterior al trabajo individual, hará posible que se expliciten diversas relaciones que los niños pudieron haber utilizado. La puesta en común de los diferentes puntos de vista respecto de "lo fácil" y "lo difícil" contribuirá a ampliar el repertorio multiplicativo de los niños y las relaciones establecidas entre diferentes cálculos. Se explicitará nuevamente el recurso a la tabla pitagórica y a la multiplicación por 10 para averiguar algunas divisiones.



Material para el alumno

6) Otros cálculos hechos a partir de los que sabemos por la tabla pitagórica

Usando las multiplicaciones o las divisiones que conocés a partir de la tabla pitagórica o de multiplicar por 10, 100 y 1.000, intentá resolver estos cálculos y anotá qué tuviste en cuenta en cada caso:

- a)
- $300 : 3 =$
 - $160 : 4 =$
 - $50 : 10 =$
 - $250 : 5 =$
 - $100 : 10 =$
 - $250 : 50 =$
 - $1.000 : 100 =$

Después de resolver esta primera tanda de cálculos, se analizarán las multiplicaciones y las divisiones consideradas en cada caso. Siempre se volverá a la referencia de –en términos para el docente– la búsqueda del número, que multiplicado por aquel que aparece como divisor, permita obtener el dividendo.

Tras esta reflexión colectiva, se procederá a resolver la siguiente serie de cálculos:



Material para el alumno

- b)
- $600 : 6 =$
 - $420 : 7 =$
 - $640 : 80 =$
 - $200 : 20 =$
 - $1.000 : 10 =$
 - $900 : 100 =$
 - $1.200 : 6 =$

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS



Material para el alumno

- 1)
- a) El bimestre anterior, resolviste una serie de adivinanzas que decían: "Un número multiplicado por..., da... ¿Cuál es ese número?" o "¿Cuál es el número que, multiplicado por... da...?".
Buscalas en tu libro (página 17) y revisá cómo las resolviste entonces.

¿Cómo las resolverías ahora?

b) En ese conjunto de adivinanzas, el problema 5 decía:
 "Un número multiplicado por 7 da 56. ¿Qué número es?
 Después de buscar el número, identifícalo entre las siguientes escrituras la o las que representan esta adivinanza:

$$7 + \dots = 56 \quad \dots \times 7 = 56 \quad \dots - 7 = 56 \quad 7 \times \dots = 56''$$

A partir de esta revisión se identificará el papel de la división en aquellos problemas en que precisamente se trataba de buscar el factor desconocido de una multiplicación.



Material para el alumno

2) En el libro del primer bimestre (página 44), resolviste este problema que te pedía calcular multiplicaciones a partir de otras cuyos resultados ya sabés. ¿Qué divisiones podrías resolver con los resultados de multiplicaciones que anotaste?

Sabiendo que $3 \times 40 = 120$, calculá:	Sabiendo que $80 \times 20 = 1.600$, calculá:	Completá
$3 \times 400 =$	$80 \times 4 =$	$80 \times 10 = \dots$
$30 \times 40 =$	$80 \times 80 =$	$80 \times 30 = \dots$
$300 \times 4 =$	$3 \times 400 =$	$\dots \times 30 = 210$
$6 \times 40 =$	$80 \times 60 =$	$180 : 20 = \dots$
$9 \times 40 =$		$\dots : 30 = 80$

3) En el libro del primer bimestre (página 43), completaste tablas como éstas: En la ferretería tienen una tabla para saber cuánto cobrar, según la cantidad de mechas que vendan. Analizá la tabla y completá los espacios que faltan.

Cantidad de mechas vendidas	2	3	5	6	8			
Precio a cobrar (\$)	8		20			40		80

Buscá cómo habías resuelto la cantidad de mechas para \$ 40 y \$ 80. En ese momento, habíamos analizado que las tablas podían completarse de diversas maneras. Buscalas en tu cuaderno y revisalas. ¿Podrías ahora agregar otra forma posible para completar algunos casilleros como los que te indicamos recién?

4) Buscá esta factura que aparece en la página 14 de este libro y fijate cómo completaste las columnas de las cantidades y el precio unitario. ¿Podrías ahora resolverlo de otro modo? ¿Cómo?

CANTIDAD	DETALLE	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
18	Collares	\$ 12	
	Bonetes	\$ 5	\$ 60
8	Capas		\$ 120
2	Pantalones		
TOTAL			\$ 446

5) De a dos, piensen un problema que pueda resolverse con el siguiente cálculo:

$$62 : 8 =$$

Intercámbienlo con otro par de compañeros para verificar si efectivamente el enunciado que escribieron corresponde a este cálculo.

6) Nuevamente de a dos, piensen una adivinanza que pueda representarse con la siguiente escritura:

$$7 \times \dots = 42$$

Ahora piensen un problema que no sea del tipo "adivinanza" que pueda representarse con la misma escritura.

Intercámbienlo con los compañeros para verificar si efectivamente el enunciado que escribieron se representa con esa escritura.

Es interesante que los niños tomen conciencia de que una misma escritura puede representar diferentes problemas. Esto es parte del "poder" de la escritura matemática y es formativo que los alumnos comiencen a ejercerlo.

El docente podrá retomar con todo el grupo la relación entre la división y la búsqueda del factor desconocido de una multiplicación.



Material para el alumno

7) De a dos, piensen y anoten cómo les explicarían a chicos de cuarto grado la forma en que se puede usar la tabla pitagórica y otros resultados conocidos de multiplicaciones para resolver rápidamente divisiones. Piensen también algunos ejemplos para que se pueda entender mejor su explicación.

Será interesante que el docente organice una instancia de intercambio con cuarto grado de modo que los alumnos del grado de aceleración puedan explicarles este recurso de utilización del repertorio multiplicativo para resolver divisiones. Para ello, habrá que destinar antes un espacio colectivo de la clase para prepararlo.

OTRA VUELTA CON PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Contenidos

- ▶ Anticipación de la cantidad de cifras de un cociente.
- ▶ Resolución de problemas que requieren un análisis del resto.
- ▶ División en diferentes problemas de repartos equitativos.
- ▶ Estrategias para el cálculo del cociente y el resto de una división.

Objetivos

- Proponer situaciones que permitan a los alumnos:
- Reutilizar la división en nuevos problemas de repartos equitativos.
 - Advertir cómo utilizar la multiplicación por 10, 100, 1.000, etcétera, para estimar cocientes.
 - Reflexionar acerca de cómo interviene el resto en relación con el problema planteado.
 - Utilizar algoritmos para calcular el cociente y el resto de una división.

Se presenta a los alumnos el siguiente enunciado para resolver individualmente.



Material para el alumno

- 1) Un grupo de 8 amigos gastaron \$ 160 en una cena y quieren pagarlo en partes iguales.
Sin hacer el cálculo exacto de cuánto va a pagar cada uno, ¿podés decir si cada uno:
¿deberá pagar más o menos de \$ 10?,
¿más o menos de \$ 100?

Nuestro objetivo es que los alumnos puedan estimar el cociente de una división y adviertan el papel que juega en esta estimación la multiplicación por la unidad seguida de ceros.

Si algún alumno no encontrase un modo de aproximarlos, el docente podrá ayudarlo preguntando: si ponen \$ 10 cada uno, ¿cuánto dinero juntan... Entonces, ¿necesitarán poner más o menos de \$ 10? Si cada uno pone \$ 100... Ante cada respuesta, anotará las multiplicaciones correspondientes: $8 \times 10 = 80$ y $8 \times 100 = 800$.

También se busca ubicar este problema en el marco del trabajo respecto de las relaciones multiplicativas dentro del sistema de numeración y sobre la división realizado en el primer

bimestre. Quizás algunos reconozcan que el problema puede resolverse con una división y escribir el cálculo correspondiente ($160 : 8$).

Luego, podrá proponerse el mismo problema con otros valores para el gasto total.

En esta instancia podría permitirse recurrir a la calculadora. Esto posibilitaría la inclusión de divisiones con números mayores y que los niños no pueden resolver fácilmente apelando al repertorio multiplicativo.

También podrán desafiarse entre los compañeros proponiendo montos para el gasto total, a fin de que estimen el gasto individual.

Además, se podría solicitar a los alumnos que den valores de algún gasto a distribuir en partes iguales para el que cada uno tenga que pagar:

- menos de \$ 10;
- entre \$ 10 y \$ 100;
- más de \$ 100.

Esto mismo podría plantearse con otro número (menor o mayor que 10) para el divisor (es decir, la cantidad de personas entre las cuales distribuir el gasto).



Material para el alumno

2) De a dos, resuelvan el siguiente enunciado:

- Madre: (*a su hija*) Preparé 335 masitas. Poné 25 en cada plato. Podés comerte las que sobren.
- Hija: ¿Puedo comerlas ahora? Sé que van a quedar 10.

¿Es verdad lo que dice la hija?

Este problema de división apunta a preguntar por el resto. En muchas ocasiones se pierde de vista que, cuando se trabaja con división entera, se espera como resultado el cociente y el resto.

Los alumnos podrán recurrir a diferentes procedimientos, entre ellos:

- sumar de a 25;
- sumar de a 50;
- partir de 250 (10×25) y seguir sumando de a 50 ó 25;
- sumar de a 100 (sabiendo que este número reúne 4 platos) y 25 más después de 300, etcétera;
- restar a 335 de a 25;
- etcétera.

En el espacio colectivo será importante resaltar el papel de la multiplicación por 10 para acercarse más rápidamente al resultado. Se trata de un procedimiento posible que, si no apareciera, el docente podría mostrar (como uno más entre diversas posibilidades):

$$\begin{aligned} 25 \times 10 &= 250 \\ 25 \times 2 &= 50 \\ 250 + 50 &= 300 \\ 300 + 25 &= 325 \end{aligned}$$

En ese caso, se les propondrá analizar las escrituras en las que se apoya este procedimiento. Por ejemplo: ¿Dónde están las masitas? ¿Cómo sabemos cuántos platos se ocuparon? ¿Cómo sabemos qué cantidad sobró?

Otra estrategia que el docente puede proponer, parecida a la anterior pero en algún sentido más próxima al algoritmo convencional, es:

$$\begin{aligned} 25 \times 10 &= 250 \\ 335 - 250 &= 85 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 \times 3 &= 75 \\ 85 - 75 &= 10 \end{aligned}$$

Ahora también deberá analizarse el significado de las operaciones intermedias e interpretar que, por ejemplo, la resta $335 - 250$ nos permite conocer cuántas masitas falta colocar, una vez que se han ubicado masitas en 10 platos.

A partir de estas discusiones, el maestro puede introducir la siguiente notación:

$$\begin{array}{r|l} 335 & 25 \\ \hline 250 & 10 \\ \hline 85 & 3 \\ \hline 75 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

Se espera poder relacionar este problema con los anteriores y llegar a establecer que este también es de división, dado que se trata de repartir las 335 masitas en platos de 25. Tal vez ésta sea una buena oportunidad para recapitular las diversas situaciones de división que se han visto hasta el momento.

Será interesante señalar a los alumnos que han estado dividiendo por 25, aunque todavía no hayan usado la cuenta convencional.

La discusión podrá dar pie al análisis de algunas relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto. Así, por ejemplo, se podría plantear: Si la cantidad de masitas hubiera sido 260, ¿cuántas hubiera comido la hija? ¿Por qué? ¿Es con el único número que pasaría eso?



Material para el alumno

3) Para la merienda, se quiere distribuir una masita a cada uno de los 270 chicos de una colonia de vacaciones. Cada paquete contiene 18 masitas. ¿Cuántos paquetes es necesario abrir?

Este problema intenta que los alumnos reconozcan que, en principio, buscan un número que multiplicado por 18 dé 270, aunque no sepan si ese número existe. Es el momento de recuperar la división como operación inversa de la multiplicación.

Ahora bien, es necesario discutir qué pasa en una situación como ésta, cuando el cociente "no da justo". Así, se podrá plantear, por ejemplo, cuántos paquetes habría que haber comprado si los alumnos fueran 280 en lugar de 270. El contexto permite analizar que para 10 chicos más se necesita un paquete más, aunque "sobren" galletitas. No obstante el cociente de la división 280 dividido 18 sigue siendo 15, el hecho de que haya un resto informa que hay que agregar un paquete. Estas discusiones aportan a la elaboración del sentido de la división, aunque se trata de primeras aproximaciones que deberán ser retomadas una y otra vez.



Material para el alumno

4) Para forestar una zona se seguirán distintos planes. El siguiente cuadro presenta la información de la cantidad de árboles que se plantarán de acuerdo con cada plan y la cantidad de terrenos en los que se repartirán en partes iguales. Completá el cuadro marcando para cada plan la casilla correspondiente a la cantidad de árboles por terreno.

PLAN	CANTIDAD DE ÁRBOLES	CANTIDAD DE TERRENOS	ENTRE 1 Y 10	ENTRE 10 Y 100	ENTRE 100 Y 1000
A	170	6			
B	524	4			
C	95	12			
D	1.850	8			
E	130	9			

Aquí se espera que los alumnos puedan apoyarse en la multiplicación por 10, 100, etcétera, para anticipar la cantidad de cifras de un cociente. En la puesta en común, se explicará para quienes no lo hayan comprendido cómo es posible anticipar el cociente.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS



Material para el alumno

1) En un jardín de infantes, todos los meses se festejan los cumpleaños de los chicos que cumplen ese mes. Cada uno de los nenes lleva algo. Esto es lo que traerán para el viernes que festejarán los cumpleaños de julio.

- Juliana y Victoria: 3 packs de gaseosas de 4 botellas cada uno.
- María: 3 docenas de empanadas.
- Juan: 2 cajas que contienen 5 paquetes de 10 vainillas cada uno.
- Nicolás: 3 paquetes de galletitas de 16 cada uno.

a) En una caja, ¿cuántas vainillas hay?

b) ¿Cuántas ... habrá?

- botellas de gaseosa
- empanadas
- vainillas
- galletitas

c) Si se distribuyen en partes iguales todas las vainillas entre los 24 niños de la sala, ¿cuántas vainillas recibirá cada uno?

2) La inmobiliaria ofrece los departamentos en planes de pago de 60 cuotas mensuales. ¿Durante cuántos años se pagan los departamentos?

(Recordá que un año tiene 12 meses.)

3) Van a cubrir la vereda del edificio con unas baldosas. Entran 26 de largo y 8 de ancho. ¿Cuántas baldosas necesitarán para toda la vereda?

4) En el supermercado se venden los huevos en cajas de 6. Una señora lleva 8 cajas, ¿cuántas docenas está llevando?

5) Para una fiesta, llegan a un salón 180 invitados. Los van a acomodar en 15 mesas, todas con la misma cantidad de gente. ¿Cuántos invitados se sentarán a cada mesa?

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN

A continuación, se ofrece un conjunto de problemas que remiten a las diferentes operaciones. Algunos involucran mayor complejidad porque requieren más de una operación o no es posible determinar de modo directo una operación por realizar a partir del enunciado. De la siguiente lista, el docente decidirá qué problemas trabajará con sus alumnos en este momento, cuáles podrá incluir más adelante y cuáles dejará de lado.



Material para el alumno

1) En una maratón, Matías llegó en el puesto 92. Camila llegó 29 lugares después que él. ¿En qué puesto quedó Camila?

2)



Nicolás, Inés y Joaquín van al correo a comprar estampillas para completar su colección. Cada chico tiene algo de dinero.

Nicolás tiene 48 centavos. Joaquín tiene 52 centavos pero no sabe cuánto tiene Inés.

Nicolás quiere la estampilla B porque es rara. ¡Pero es cara! Ya tiene las estampillas A, C, D y E.

Joaquín querría comprar las estampillas C, D y E.

Inés ya tiene las estampillas C y E dos veces. Le propone a Joaquín venderle una de cada una: tendría entonces suficiente dinero para comprar la serie A que le falta.

- a) Entre las estampillas que Nicolás ya tiene, ¿cuáles son las que podría vender para comprarse la estampilla B?
- b) Cuando Joaquín le haya comprado las estampillas C y E a Inés, ¿le quedará suficiente dinero para comprar la estampilla D?
- c) ¿Qué cantidad de dinero tenía Inés cuando llegó al correo?

Sabemos que este problema es de una complejidad importante, pero nos parece interesante incluirlo y que cada docente decida si lo propone o no a su grupo.

Quizá sea necesario aclarar a los alumnos –porque no siempre les resulta evidente– que, además de las estampillas, cada niño dispone de algo de dinero. También habrá que propiciar que organicen por escrito la información necesaria para resolver el problema, y que registren los resultados que van obteniendo. Es importante que los alumnos tomen conciencia de que el registro escrito los ayudará a no "perdersse" entre las diferentes informaciones.



Material para el alumno

3) Un grupo de chicos está jugando a las cartas. Cuando termine el juego, para averiguar el puntaje, se sumarán los puntos que valen las cartas que le quedaron a cada uno. Ganará el que tenga la menor cantidad de puntos.

Terminó el partido. Juan ganó, ya no tiene cartas.

María y Juliana cuentan sus puntos.

Las figuras valen 10 puntos cada una.

El as vale 11 puntos.

Cada una de las otras cartas valen el número que indica la carta.

Pierde el que tiene mayor cantidad de puntos. ¿Quién perdió?

Cartas de María:

5	2	A	J	7
8	J	10	5	10

Cartas de Juliana:

A	6	4	R	3	J
6	4	Q	9	2	

Durante la resolución individual habrá que aclarar a los niños que "no vale hacer la cuenta". La intención es alentar la elaboración de estrategias de cálculo mental para sumas de una o dos cifras.

Después de acordar acerca de la validez de diferentes estrategias utilizadas, se analizará cómo es posible reagrupar los números que se presten a ello y permitan así facilitar los cálculos; también se señalará la ventaja de descomponer algunos de los números, por ejemplo: $8 + 5 = 8 + 2 + 3 \dots$, etcétera.



Material para el alumno

4) Peso pluma

Una cebra pesa aproximadamente 270 kilos, o sea 200 kilos más que un leopardo. Una jirafa pesa alrededor de 230 kilos más que una cebra y 4.000 kilos menos que un elefante.

Encontrá el peso aproximado de una jirafa, un leopardo y un elefante.

5) En un juego, Maia tiene 15 fichas; tiene 5 más que Daniel. Juan tiene 10 fichas más que Maia y 20 menos que Inés. Encontrá la cantidad de fichas que tiene cada uno.

6) La Sra. Gómez va al supermercado. Gastó \$ 120. Cuando salió del super, tenía \$ 184 en su monedero. ¿Cuánto tenía al entrar?

7) La cajera del supermercado coloca \$ 500 en la caja. Luego, cuenta todo el dinero de la caja nuevamente y tiene \$ 680. ¿Cuánto tenía antes de colocar ese dinero?

8) La calculadora de Camila no puede marcar más de 8 cifras a la vez. ¿Cómo podría utilizar su calculadora para hacer estos cálculos?

$$831.547.254 + 293.268.983$$

$$831.647.254 + 293.968.985$$

El mismo problema podría simplificarse, modificando la cantidad de cifras; por ejemplo, planteándolo con seis cifras en lugar de ocho.

9) El edificio tiene 48 departamentos. La mitad de los departamentos cuenta con un balcón al frente. ¿Cuántos son esos departamentos?

10) En la fábrica de ropa "Trapitos al sol" hicieron esta semana 75 tapados. Los van a entregar, en partes iguales, a sus 6 sucursales.¹⁰ ¿Cuántos tapados dejarán en cada sucursal? ¿Sobrarán tapados después de hacer el reparto?

¹⁰ Aquí quizá sea necesario aclarar el significado del término "sucursal" a los alumnos.

11)

a) Para la coreografía del acto del Día de la Primavera, los 87 alumnos de primer ciclo formaron rondas de a 5. Si quedaban chicos fuera de las rondas, actuarían como presentadores. ¿Cuántas rondas se formaron? ¿Hubo presentadores?

b) Para la escenografía quieren hacer torres con cajas forradas con papeles de colores. Calculá cuántas podrán hacer con 91 cajas si cada torre lleva 7 cajas.

12) Marcá cuál te parece la respuesta correcta a cada problema. Para cada caso, comentá qué tuviste en cuenta para decidir la respuesta.

a) El cajón de acelga se vende a \$ 10.

Esta mañana, un puesto del mercado recaudó \$ 480 por venta de acelga. ¿Cuántos cajones se vendieron?

40 cajones

42 cajones

48 cajones

b) Las frutillas son delicadas. Por eso, se envasan en cajas de cartón. Para enviarlas, las cajas se colocan en cajones de madera. En cada cajón entran 9 cajas. Tienen 180 cajas para envasar. ¿Cuántos cajones de madera se necesitan?

10 cajones

20 cajones

30 cajones

c) ¿Cuántos huevos se envasaron si se utilizaron 40 hueveras de 30 huevos cada una?

120 huevos

1.200 huevos

12.000 huevos

Con estos problemas perseguimos que los alumnos utilicen sus conocimientos sobre el sistema de numeración y su repertorio multiplicativo para poder decidir acerca de la respuesta correcta.

EL ALGORITMO DE LA MULTIPLICACIÓN

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN DE A DOS Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Contenidos

- ▶ Reconstrucción del algoritmo de la multiplicación vinculándolo a los cálculos mentales.
- ▶ Propiedades de las operaciones puestas en juego.
- ▶ Algoritmo de la multiplicación por más de una cifra.

Objetivos

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Analizar y reconstruir el algoritmo de la multiplicación.
- Explicitar las propiedades de la multiplicación.

sumas, el docente mostrará su relación con escrituras multiplicativas. Para las multiplicaciones, también será importante analizar los cálculos parciales que permiten llevarlas a cabo. Se espera poder concluir con todo el grupo que este problema se puede resolver con multiplicaciones porque hay una misma cantidad (25) que se repite varias veces.



Material para el alumno

2)

Juan resolvió así este problema:

$$8 \times 25 =$$

$$8 \times 10 = 80$$

$$8 \times 10 = 80$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$80 + 80 + 40 = 200$$

Inés lo hizo así:

$$20 \times 8 = 160$$

$$5 \times 8 = 40$$

$$160 + 40 = 200$$

De a dos, piensen:

a) ¿Cómo podemos estar seguros de que los dos hicieron 8 veces 25?

b) ¿Qué tiene de parecido y qué de diferente el modo como lo resuelven Juan e Inés?

Luego del trabajo de a dos alumnos, se realizará una discusión colectiva en la que se analizará qué información aportan los cálculos parciales y se establecerán criterios para validar cada uno de los procedimientos. Se podrá recordar la relación entre 2×8 y 20×8 trabajada en el primer bimestre.

Aquí, el maestro podrá proponer a sus alumnos que prueben hacer lo mismo para otras multiplicaciones, por ejemplo: 6×42 ; 5×130 ; 7×34 ; etcétera.

El docente mostrará cómo se realiza el algoritmo convencional, explicitando los cálculos que realiza en cada paso. En ese sentido, podrá comparar un cálculo en el que se explicitan las operaciones intermedias con el cálculo convencional:

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 \times 8 \\
 \hline
 40 \\
 160 \\
 \hline
 200
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 25 \\
 \times 8 \\
 \hline
 200
 \end{array}$$

Luego, podrá referirse brevemente a la relación entre este procedimiento y los procedimientos de cálculo mental que venían utilizando. Por ejemplo, será interesante analizar:

- ¿Qué significa ese 4 escrito sobre el 2?
- ¿Por qué hace 8×2 , si es 8×20 ?
- ¿Por qué suma ese 4 al resultado de 8×2 ?



Material para el alumno

3) Si sabemos que $42 \times 6 = 252$, ¿cuáles de los siguientes cálculos van a dar el mismo resultado?

Tratá de buscar cómo se puede estar seguro sin resolver todos los cálculos.

$$10 \times 6 + 10 \times 6 + 10 \times 6 + 10 \times 6 + 2 \times 6$$

$$40 \times 6 + 2 \times 6$$

$$40 \times 6 + 20 \times 6$$

$$4 \times 6 + 2 \times 6$$

$$20 \times 6 + 20 \times 6 + 2 \times 6$$

Mientras indagan, será necesario que el docente les recuerde que se trata de saberlo sin resolver los cálculos. Se espera hacer avanzar el análisis de las relaciones involucradas en la resolución de una multiplicación, no resolver el cálculo para conocer su resultado. Por ello, la discusión posterior se centrará en las justificaciones que ofrezcan los alumnos para saber si esos cálculos permiten averiguar 42×6 . Estamos tratando de promover que analicen el cálculo, que anticipen y argumenten acerca de cómo pueden estar seguros de que "va a dar" o de que "no va a dar". Después del análisis, de ser necesario, sí, se pueden constatar las anticipaciones resolviendo los cálculos, eventualmente con calculadora.



Material para el alumno

4) Proponé diferentes maneras para resolver estas multiplicaciones:

$$12 \times 6 =$$

$$34 \times 7 =$$

$$145 \times 4 =$$

$$203 \times 5 =$$

¿Cómo se resolverían los mismos cálculos con la cuenta que mostró tu maestro/maestra?

5)

a) Si sabemos que $15 \times 6 = 90$, averiguá el resultado de los siguientes cálculos sin hacer la cuenta:

$$30 \times 6 =$$

$$15 \times 12 =$$

$$15 \times 3 =$$

$$30 \times 3 =$$

$$45 \times 6 =$$

$$60 \times 6 =$$

$$150 \times 6 =$$

$$15 \times 60 =$$

Puesta en común

En una breve *puesta en común*, se tratará de explicitar las relaciones en que se basan para dar el resultado en cada caso. Por ejemplo, como 30 es el doble de 15, el resultado será el doble, etcétera. Luego, se les propondrá la siguiente actividad para que utilicen nuevamente los conocimientos que se hayan difundido en este espacio colectivo.

**Material para el alumno**

b) Proponé una multiplicación y resolvela. Luego, pensá una lista de multiplicaciones cuyos resultados podrías saber a partir de la primera.

6) ¿Cómo se podrían resolver estas multiplicaciones usando un procedimiento parecido al utilizado por Juan o Inés en la actividad 2?

$$25 \times 12 =$$

$$30 \times 24 =$$

El docente podrá luego enseñar el algoritmo convencional para la multiplicación por dos cifras:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 12 \\ \hline 50 \\ 250 \\ \hline 300 \end{array}$$

A continuación, tratará de analizar con todo el grupo:

- el cálculo que se hizo en cada línea;
- que, cuando se dice "uno por cinco; uno por dos", en realidad se está haciendo 10×5 y 10×20 .

Luego, podrá proponérseles un cálculo para que utilicen el algoritmo que se acaba de mostrar. Por ejemplo,

¿Cómo sería 30×24 con este procedimiento?

PARA TENER EN CUENTA

No se trata de que el algoritmo se convierta de ahora en más en el único procedimiento que utilicen los alumnos para resolver multiplicaciones. Seguimos siempre apuntando a la disponibilidad de una variedad de recursos de cálculo y a la selección del más adecuado de acuerdo con cada situación particular.

EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN. PRIMERA APROXIMACIÓN

Se propone que en esta etapa el docente explique, sobre la base de las relaciones que se fueron produciendo a raíz de los problemas de división, un algoritmo para calcular el cociente y el resto de una división.

El algoritmo convencional de la división es hermético para los alumnos porque en él quedan implícitas relaciones que son necesarias para comprender su funcionamiento.¹¹ El algoritmo que se presenta "conserva" dichas relaciones y ofrece, por ese motivo, mayores posibilidades de control por parte de los alumnos. Esa es la razón por la cual se plantea su enseñanza.

El docente propondrá un problema de reparto para retomar las relaciones establecidas a raíz de los problemas de división que se fueron haciendo y organizar los cálculos alrededor de un algoritmo en el que primero se establece la cantidad de cifras del cociente, encuadrándolo entre dos potencias sucesivas de 10, y luego se van anotando cocientes parciales, y restando, de la cantidad inicial, las "cantidades parciales que se repartieron".

En primer lugar, el docente podrá plantear el siguiente problema para que los alumnos resuelvan de manera individual y retomen, de esta manera, las estrategias que fueron desplegando hasta el momento:

Se desean repartir 189 lápices en 8 cajas, de modo que todas contengan la misma cantidad de lápices. ¿Cuántos lápices habrá en cada caja?

¹¹ Es frecuente la escena de un niño que repite: "cuatro dividido 7, no le está, bajo el 5, 45 dividido..." sin comprender nada de lo que dice. Pensamos que una manera de contribuir a que los alumnos cambien su posicionamiento con respecto a la matemática, y al conocimiento en general, es la de sostener la necesidad de controlar, a través de propiedades, las estrategias que se van poniendo en juego.

Luego del trabajo individual en el que cada alumno desplegará una manera de hacer el cálculo, el docente establecerá que es posible anticipar, sin necesidad de calcular más específicamente, que en cada caja habrá más de 10 lápices ($10 \times 8 = 80$) y menos de 100 ($100 \times 8 = 800$).

Para precisar esa primera aproximación se establecerá que en cada caja habrá más de 20 lápices ($20 \times 8 = 160$) y menos de 30 ($30 \times 8 = 240$). A esta altura, propondrá la siguiente distribución:

$$\begin{array}{r|l} 189 & 8 \\ \hline 160 & 20 \\ \hline 29 & 3 \\ \hline 24 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

O sea, si se colocan 20 lápices en cada caja, ya se ubicaron 160 lápices, *restan* 29, lo cual permite ubicar 3 más en cada caja, y sobran 5 lápices.

Luego, propondrá a los niños diferentes problemas para que pongan en juego el algoritmo enseñado.

PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS

Podrán retomarse aquí actividades relativas a multiplicaciones que hayan quedado pendientes en el trabajo realizado tanto durante el primer bimestre como en lo que se ha desarrollado del segundo:

- proponer a los alumnos que revisen los cuadernos y los libros (indicándoles fechas y páginas) y busquen actividades en que hayan resuelto multiplicaciones. Deberán analizar en qué casos hubiese sido conveniente recurrir al algoritmo de la multiplicación y se les propondrá resolverlos mediante esa cuenta;
- se podrán plantear problemas de multiplicación que no se hayan trabajado anteriormente y que el docente considere interesantes de proponer en esta oportunidad.



Material para el alumno

1) Resolvé los siguientes cálculos:

$$155 \times 31 =$$

$$452 \times 6 =$$

$$24 \times 7 =$$

$$52 \times 9 =$$

$$78 \times 64 =$$

También se podrá buscar una situación de reflexión sobre un procedimiento realizado, como la que se planteó al inicio de esta secuencia.

2) Para resolver esta multiplicación: 6×15 , en un grado usaron diferentes procedimientos:

$$6 \times 10 = 60$$

$$6 \times 5 = 30$$

$$6 \times 15 = 90$$

$$15 \times 3 = 45$$

$$45 + 45 = 90$$

a) ¿Cómo podemos estar seguros de que en todos estos procedimientos se multiplicó 6×15 ?

b) ¿Qué tienen de parecido y de diferente estas maneras de resolverlo?

c) En los casos en que hicieron la multiplicación en más de un paso, ¿qué multiplicaciones habrán hecho?

d) ¿Cómo podrían calcular las siguientes multiplicaciones a partir de lo que estuvieron discutiendo?

$$12 \times 15 =$$

$$25 \times 14 =$$



NÚMEROS RACIONALES. FRACCIONES

En las actividades precedentes, los niños enfrentaron situaciones en las que la división aparecía como una herramienta que permite resolver ciertos problemas que hasta el momento se zanjaban apelando a multiplicaciones, sumas o restas.

Los problemas que se proponen a continuación también son situaciones de repartos equitativos. Su inclusión antes del trabajo con fracciones apunta a que los niños se "encuentren" con la insuficiencia de los números naturales para resolver ciertas situaciones de reparto equitativo: aquellas en las que se reparte algo que "admite subdivisiones" del resto entero. Esta "entrada" tiene la intención de promover relaciones entre la división entre números naturales y las fracciones. De hecho, las fracciones son una herramienta que se inventa para resolver el problema de la división entre números naturales cuando el dividendo no es múltiplo del divisor y las magnitudes involucradas en el problema son continuas. Aunque lograr un vínculo sólido entre fracciones y división de naturales será un proceso largo que requerirá mucho trabajo de aprendizaje por parte de los alumnos (y de enseñanza por parte de los docentes), quisimos que estuviera presente desde el inicio del estudio de este nuevo concepto.

No pensamos que por el solo hecho de resolver estos problemas, los niños podrán establecer de manera directa o inmediata alguna relación entre división y fracciones, sino que creemos que la inclusión de este trabajo coloca a los alumnos en mejores condiciones de establecer progresivamente este vínculo que irá complejizándose y enriqueciéndose a medida que el trabajo avance.

DIVERSAS SITUACIONES DE REPARTO

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN DE A DOS Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Contenidos

- Situaciones de reparto en las que puede ocurrir que quede resto o no.
- Situaciones de reparto en las que debe analizarse si es posible repartir el resto.

Objetivos

A) PARA EL PRIMER CONJUNTO DE PROBLEMAS:

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Analizar que, en algunas ocasiones, al efectuar un reparto entero, puede ocurrir que todos los elementos sean distribuidos en partes iguales, mientras que en otros casos puede suceder que algunos queden sin ser repartidos, ya que no es posible entregar uno más a cada uno.

B) PARA EL SEGUNDO CONJUNTO DE PROBLEMAS:

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Analizar que, en algunas ocasiones, los elementos que "sobran" pueden seguir repartiéndose y en otras, no. Esto depende de las magnitudes que están en juego, según el contexto del problema.

Desarrollo

Actividad

1

DIFERENTES REPARTOS



Material para el alumno

ALGUNOS PROBLEMAS PARA RESOLVER Y ANALIZAR

- 1) Un señor tiene 36 caramelos y los quiere repartir entre sus 4 sobrinos, de manera tal que todos reciban la misma cantidad. ¿Cuántos le da a cada uno? ¿Y si tuviera 39?
- 2) Pablo quiere colocar su colección de 24 estampillas en el álbum de 6 páginas que acaba de comprar. Si quiere guardar todas las estampillas en él y que en todas las páginas haya la misma cantidad, ¿cuántas debe pegar en cada página?
- 3) Una señora compró una cinta de 45 cm de largo y quiere cortar 9 tiras iguales. ¿Cuál debe ser el largo de cada una?

- 4)
a) En un juego de cartas, se reparten las 40 cartas entre 3 jugadores.
¿Cuántas recibe cada jugador?
¿Y si fueran 5 jugadores?
¿Y si fueran 8?
¿Y si fueran 7?

La parte b) se planteará después de haber resuelto y discutido la parte a).

b) En el problema anterior, vimos que a veces se pueden repartir todas las cartas y otras no. Cambiá los datos del problema (cantidad de cartas y de jugadores) de modo que al hacer el reparto sobren cartas, pero no alcancen para dar una carta más a todos los jugadores.
Luego, proponé otro problema similar, pero cuyos datos permitan repartir todas las cartas en partes iguales.

- 5) Para transportar a los 56 deportistas de un club, quieren utilizar 8 combis, de modo tal que en cada una de ellas viaje la misma cantidad de pasajeros. ¿Cuántos deben subir a cada una?
¿Y si fueran 57 deportistas?

NUEVOS PROBLEMAS PARA RESOLVER Y ANALIZAR

- 1) Se reparten 49 globos entre 4 niños; todos reciben la misma cantidad. ¿Cuántos globos le tocan a cada uno?
- 2) Se reparten 49 chocolates entre 4 niños; todos reciben la misma cantidad. ¿Cuántos chocolates le tocan a cada uno?
- 3) Martín colecciona autitos de carrera. Ya tiene 85 y quiere guardarlos en 4 cajas, de manera tal que todas tengan la misma cantidad. ¿Cuántos debe colocar en cada una?
- 4) ¿Qué largo deben tener 4 tiras de papel para que alcancen una longitud de 58 cm, al ponerlas una al lado de otra?
- 5) Los 37 litros de jugo que se prepararon para el cumpleaños de Martín serán puestos en 5 bidones iguales hasta que lleguen los invitados. ¿Cuántos litros deben colocarse en cada uno de ellos?
- 6) La mamá de Marcos cocinó 58 empanadas para el cumpleaños de su hijo. Ella quiere ponerlas en 6 platos, de manera tal que todos tengan la misma cantidad. ¿Cuántas debe colocar en cada uno?

7) Cuatro amigos deciden repartirse, en partes iguales, los \$ 45 que han obtenido en un premio de lotería. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

8) Cuatro amigos deciden repartirse, en partes iguales, las 45 bolitas que habían juntado para armar una colección. ¿Cuántas le corresponden a cada uno?

Una vez que los niños han resuelto esta segunda colección de problemas, es importante analizar cómo puede establecerse qué cantidad va a corresponder a cada una de las partes en los casos en que sí tiene sentido continuar repartiendo. Este punto es importante porque permite enfrentar a los niños con la situación que hace surgir otros números ya que los naturales no son suficientes para solucionar este problema. Así, por ejemplo, en el caso del problema 2) no es posible expresar con números naturales la cantidad de chocolate que le toca a cada niño, por lo que resulta necesario apelar a expresar de alguna manera la relación entre la parte y el entero.

EFFECTUAR UN REPARTO EN PARTES IGUALES EN EL QUE TIENE SENTIDO REPARTIR EL RESTO ENTERO

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN INDIVIDUAL Y DISCUSIÓN COLECTIVA

Para trabajar con los niños este tema, recomendamos la lectura previa del Documento de Actualización curricular n° 4.¹² En el apartado III (páginas 51 a 74), puede encontrarse un análisis exhaustivo de algunas propuestas a ser planteadas en el aula a propósito de este tema.

Si bien ciertas situaciones que allí se examinan exceden el alcance de contenidos del Proyecto de Grado de Aceleración, la reflexión y el análisis que se haga sobre ellas pueden ofrecer "pistas" para orientar el propio trabajo del aula, teniendo en cuenta la complejidad que este objeto encierra.

Algunas de las situaciones que se plantean a continuación se encuentran desarrolladas en ese documento, por tal razón y para no fatigar la lectura, remitimos al análisis hecho en él.

Contenidos

- ▶ Situaciones de reparto en partes iguales en las que tiene sentido repartir el resto entero, inicialmente por medio de procedimientos diversos (dibujos, gráficos, etcétera) y luego utilizando fracciones.
- ▶ Análisis de la equivalencia o no de ciertos repartos.

Objetivo

- Proponer situaciones que permitan a los alumnos:
- Poner en movimiento una nueva clase de números y que estas situaciones funcionen como referencias a la hora de enfrentar otros problemas que involucren este objeto matemático.

¹² Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. *Matemática. Documento de Actualización curricular*, 1997.

Desarrollo¹³

Antes de proponer a los niños la actividad que se detalla a continuación –en la que se trata de repartir un entero en una cierta cantidad de partes iguales–, es necesario que el docente presente oral y colectivamente algunas situaciones de reparto sencillas, como distribuir un chocolate entre 5 chicos de modo tal que no sobre nada y a todos les toque la misma cantidad. ¿Cuánto va a corresponderle a cada uno?

Éste y otros ejemplos similares que el maestro pueda mencionar permitirán establecer una definición de fracción a la que los niños deberán apelar más adelante. Para el caso planteado, los niños seguramente dirán que hay que partir el chocolate en 5 partes iguales y el maestro enseñará que esa cantidad se llama $\frac{1}{5}$. Se define entonces que $\frac{1}{5}$ es una cantidad tal que 5 veces esa cantidad equivale a 1.

De manera general, y en términos para los docentes y no para los niños, el maestro deberá definir desde un primer momento que una fracción se denomina $\frac{1}{n}$ porque n partes como ésas equivalen a un entero.

Es el momento, entonces, de plantear a los alumnos el siguiente problema:

**Material para el alumno**

1) Se desea repartir 27 chocolates entre 4 niños de modo tal que cada uno de ellos reciba la misma cantidad y todo el chocolate sea repartido. ¿Cómo puede efectuarse el reparto?

En principio, los niños podrán apelar a la división entera: se entregan 6 chocolates a cada uno, pero surge el problema de qué hacer con los 3 que sobran y que aparecen en el resto de la división. Se discutirá con ellos que el resto puede repartirse y se les pedirá que lo hagan.

Probablemente, para resolver este problema, los alumnos apelen a dibujar los chocolates y a los 4 niños, e indiquen uniendo con flechas qué parte le toca a cada uno a medida que realizan el reparto.

Las posibilidades para los tres chocolates podrían ser:

- cortar cada chocolate en cuatro y darle un pedazo de cada chocolate a cada niño.
- cortar dos chocolates al medio y el tercero en cuatro.

¹³ Un análisis de esta actividad y de los posibles procedimientos de los niños se encuentra en el *Documento n° 4 de Actualización curricular*, páginas 64 a 66.

a)

--	--	--	--

b)

--	--	--

Los niños pueden expresar estas cantidades de diferentes maneras: 3 de $\frac{1}{4}$ para el primer reparto y $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ para el segundo. Es un buen momento para plantear que 3 de $\frac{1}{4}$ se nombra también $\frac{3}{4}$. En general, a medida que surjan expresiones del tipo m veces $\frac{1}{n}$, el maestro irá introduciendo la notación $\frac{m}{n}$. (Queda claro que el uso de letras se utiliza acá para la comunicación con el docente.)

Una vez que los niños han ensayado alguna solución, se anotan en el pizarrón los procedimientos y se discuten colectivamente. La cuestión central de esta discusión es analizar si 3 de $\frac{1}{4}$ es o no equivalente a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$.¹⁴ Resulta importante tener presente que es la primera vez que los alumnos se enfrentan al hecho de que la misma cantidad puede expresarse con "números diferentes".¹⁵

Señalemos que, en realidad, la situación de reparto planteada encierra dos problemas de índole diferente. El primero de ellos consiste en encontrar una manera de distribuir los chocolates y seguramente los niños lo resuelvan apelando a algún tipo de representación gráfica. En ese sentido es un procedimiento netamente empírico que no resulta muy exigente para ellos. El segundo problema es la parte más "dura" de la situación ya que en realidad consiste en poder argumentar que los repartos son equivalentes. Posiblemente en un primer momento los niños intenten explicar las equivalencias "acomodando" los pedacitos unos debajo de otros. Si bien estos procedimientos se aceptarán en principio, se tenderá a que los alumnos se basen en relaciones para argumentar sobre la equivalencia. Se espera que los chicos propongan por ejemplo: " $\frac{2}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$, entonces $\frac{3}{4}$ es lo mismo que $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ ".

En definitiva, el problema dejó de ser el reparto para pasar a ser la equivalencia. Los procedimientos de tipo empírico deben ir sustituyéndose por la construcción de argumentos y la elaboración de criterios para "estar seguro".

A esta altura del trabajo, el docente propone nuevos problemas en el mismo contexto que el anterior, pero con números diferentes.

¹⁴ Si los niños escribieran en el pizarrón las equivalencias mientras explican, el docente deberá aceptar por el momento escrituras no convencionales, por ejemplo: "dos cuartos es lo mismo que $\frac{1}{2}$, entonces 3 cuartos es lo mismo que un medio más $\frac{1}{4}$ ". Al finalizar esta actividad, el docente podrá informar –si fuera necesario– cuáles son las escrituras usuales.

¹⁵ Se trata en realidad del mismo número que admite diferentes representaciones.



Material para el alumno

2)

a) ¿Cómo podría efectuarse el reparto si ahora fueran 6 chocolates y 4 niños?

Si los chocolates son 6 y los chicos 4, algunas posibilidades podrían ser:

- dar un chocolate entero a cada niño y cortar los otros dos en cuatro;
- dar un chocolate entero a cada niño y cortar los otros dos en mitades;
- cortar todos los chocolates en cuatro y efectuar el reparto;
- cortar cuatro chocolates al medio y los otros dos en cuatro;
- etcétera.

b) ¿Y si los chocolates fueran 23 y los chicos 5? ¿Cómo podría hacerse el reparto?

Si fueran 23 chocolates y 5 niños, es de esperar que los alumnos apelen nuevamente a la división entera como en la primera de las situaciones y decidan dar 4 chocolates enteros a cada niño. Algunos procedimientos para repartir los 3 chocolates que quedan podrían ser:

- cortar cada uno de los tres chocolates en cinco partes y entregar uno a cada uno;
- cortar cada uno de los tres chocolates en medios y entregar un medio a cada uno de los cinco chicos. Dividir el último medio en cinco y darle una parte a cada uno;
- cortar cada chocolate en diez, en este caso quedan treinta trocitos que se pueden repartir dando seis a cada uno;
- etcétera.

Podrá notarse que si bien los problemas 2a) y 2b) giran en torno de la misma situación, las relaciones que ponen en movimiento son diferentes. Mientras que el primero permite tejer una red de relaciones alrededor de los medios y los cuartos, el segundo permite poner en escena un conjunto de conexiones entre quintos y décimos.

En este punto, el docente puede ampliar la situación de debate de la siguiente manera:

La clase se divide en grupos; cada uno de ellos debe explicar en un afiche cómo ha realizado el reparto. Los afiches se exponen en el frente y todos los alumnos los analizan. Posteriormente, cada grupo debe justificar por escrito en su afiche por qué su reparto es equivalente al de otro/s grupo/s. Por último se discuten, nuevamente en el frente y para todos, las explicaciones de las equivalencias.

Una vez más, el centro de la actividad está relacionado con construir argumentos que se apoyen en las relaciones que las diversas producciones admiten.

Como podrá notarse, al resolver estos problemas de reparto, van a aparecer simultáneamente fracciones menores y mayores que el entero y también con igual y distinto denominador.¹⁶ Esta decisión didáctica se relaciona con la idea de avanzar con los niños en la construcción de una trama de relaciones sobre las fracciones, entramado que irá creciendo y haciéndose más complejo en los problemas y que vinculará algunas fracciones a otras. Por ese motivo, es interesante que en estas y otras clases se discuta, por ejemplo, si con cuartos es posible armar medios, si con sextos pueden componerse tercios, que con quintos no pueden armarse directamente medios, etcétera.

En síntesis, es importante que el docente tenga presente que diferentes repartos dan lugar a distintas relaciones. Así, al repartir 8 entre 5 aparece una red de fracciones vinculada a los quintos y los décimos que no aparecía cuando el reparto era, por ejemplo, entre 4.

Por otro lado, volver a proponer estas situaciones también permite que los niños tengan nuevas oportunidades de atrapar ciertos conceptos que, en un primer momento, tal vez no fueron comprendidos. En este sentido, la situación da lugar a que distintos niños "tomen el tren en diferentes paradas".

Algunos nuevos problemas para analizar

A partir de las soluciones en los problemas de reparto, puede plantearse a los niños una serie de problemas como los siguientes:

1) El reparto ya ha sido realizado y debe discutirse la equivalencia o no de los distintos procedimientos.

Ejemplo:

Discutir y argumentar si para repartir en partes iguales 3 chocolates entre 5 chicos son o no equivalentes los siguientes procesos:

- a) repartir cada uno de los 3 chocolates en 5 partes iguales y dar a cada chico una parte de cada chocolate;
- b) partir por la mitad cada uno de los 3 chocolates y dar una mitad a cada chico y partir en 5 la última mitad.

En primer lugar, los niños deben decidir cómo expresar, usando fracciones, los resultados de los dos procesos. Luego, deberán analizar si las expresiones que surgen son o no equivalentes.

¹⁶ Romper con la lógica en la que primero se trabaja con fracciones de igual denominador para luego encarar el aprendizaje de las de diferente denominador no quiere decir cualquier lógica o ninguna lógica. Se trata de proponer que el trabajo gire en un principio alrededor de ciertas relaciones entre fracciones y entre las fracciones y los enteros. Así, por ejemplo, un punto de partida puede ser establecer puentes entre sextos y tercios; cuartos, octavos y medios; quintos y décimos, y entre todos ellos y los enteros, para ir ampliando a partir de los problemas este repertorio.

2) El reparto ya ha sido realizado y deben buscarse otros equivalentes:

Ejemplo:

A partir de este reparto hecho, encontrá otros equivalentes:

- Para repartir 8 chocolates entre 3 chicos se han partido por la mitad 6 chocolates y se entregaron 4 mitades a cada uno. Luego, los 2 chocolates restantes se cortaron en 3 partes cada uno y se le entregaron 2 de esas partes a cada chico. (A cada chico le corresponden 4 veces $\frac{1}{2}$ más 2 veces $\frac{1}{3}$.)¹⁷

Sobre el final de estas primeras actividades, se espera que los niños puedan, a partir de la solicitud del docente, establecer algunas conclusiones –todavía muy contextualizadas– del tipo:

- "una misma cantidad se puede representar con números diferentes, $\frac{3}{2}$ es equivalente a $1 \frac{1}{2}$ ";
- "si divido un chocolate en 5 partes iguales cada uno de esos pedacitos es $\frac{1}{5}$ ", etcétera.

Para que los niños puedan afianzar sus nuevos conocimientos, es importante proponerles otros problemas en los que deban realizar diferentes repartos. Como se habrá notado, un aspecto sobre el que el docente puede intervenir es en la elección de los números que se utilizan en el problema. Esta decisión no es menor ya que si se eligiera, por ejemplo, 8 alfajores entre 4 chicos, no resulta necesario apelar a las fracciones para plantear la solución del problema.

Otro aspecto a tener en cuenta es que si bien es un objetivo que los niños desplieguen una variedad de procedimientos más o menos espontáneos (dibujos, diagramas, flechas, etcétera), también es indispensable que, desde el comienzo de estas actividades, el maestro estimule a los alumnos para que apelen en sus explicaciones a relaciones que ponen en juego el concepto de fracción.

Finalmente, es importante tener en cuenta que, a partir de haber hecho funcionar en estas situaciones a las fracciones como números que dan cuenta del resultado de un reparto, es interesante analizar con los niños que las fracciones pueden pensarse como un cociente entre números naturales. Así, es posible revisar con los alumnos los distintos casos para llegar a establecer que la fracción es el resultado de un reparto en el que el dividendo es el numerador y el divisor, el denominador.¹⁸ Por ejemplo, para el primer problema de este capítulo –en el que había que repartir 27 chocolates entre 4 niños–, una respuesta posible es, justamente, $\frac{27}{4}$.

Este progreso no es espontáneo, es necesario un fuerte trabajo del docente que sostenga la discusión en el plano de las relaciones y desestime progresivamente las constataciones empíricas.

¹⁷ La información entre paréntesis es para los docentes y no debe ser ofrecida a los niños. Se espera que, de este modo, los alumnos primero establezcan cuánto le ha tocado a cada chico en ambas situaciones y luego analicen la equivalencia.

¹⁸ Ver Documento 4, página 66.

COMPONER UNA CANTIDAD A PARTIR DE OTRAS EXPRESADAS EN FRACCIONES

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN DE A DOS Y DISCUSIÓN COLECTIVA

Actividad

3

LOS ENVASES DE CAFÉ

Contenido

► Composición de una cantidad a partir de otras cantidades expresadas en fracciones.

Objetivo

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

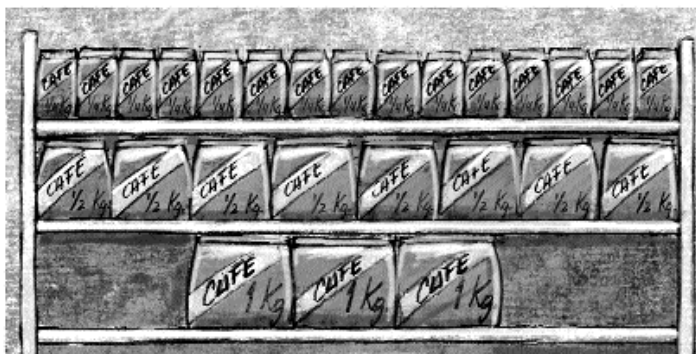
■ Apelar a las conclusiones que fueron formuladas en la actividad anterior.

El docente propone a los alumnos el siguiente problema



Material para el alumno

Necesito comprar $2 \frac{1}{4}$ kg de café. En la góndola del supermercado sólo quedan los tamaños de paquetes que se ven en la ilustración. ¿Qué paquetes puedo comprar? ¿Hay una sola posibilidad? Si quiero llevar la menor cantidad posible de paquetes, ¿cuáles debo elegir?



Una diferencia entre las situaciones de reparto anteriores y ésta es que en los problemas de los chocolates había que determinar el valor de cada parte en relación con el entero. En cambio, en este caso, los valores de las partes están fijos de antemano y debe componerse cierta cantidad.

Esta situación puede volver a proponerse tanto en algunas composiciones que no son posibles como en otras que sí puedan armarse:

- ¿Se puede tener $1 \frac{1}{2}$ kg usando sólo paquetes de $\frac{1}{4}$ kg?
- Se agregan paquetes de $\frac{1}{3}$ kg, ¿pueden formarse $2 \frac{1}{4}$ kg de café utilizando sólo envases de $\frac{1}{3}$ kg?

- c) Se agregan paquetes de $\frac{1}{8}$ kg, ¿se pueden tener $2\frac{1}{2}$ kg usando sólo paquetes de $\frac{1}{4}$ kg y $\frac{1}{8}$ kg?
 d) Etcétera.

Nuevamente resulta interesante analizar las equivalencias en las composiciones. También es importante que el maestro plantee si son posibles ciertas composiciones con determinados paquetes. Por ejemplo, analizar que con paquetes de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{8}$, pueden armarse medios pero, en cambio, con paquetes de $\frac{1}{3}$ no es posible armar directamente quintos ni medios.

UTILIZAR FRACCIONES PARA MEDIR LONGITUDES

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: RESOLUCIÓN DE A DOS Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Contenidos

- Utilización de fracciones para medir longitudes.
- Análisis de situaciones de medición en las que la unidad no entra una cantidad entera de veces en el objeto por medir, para provocar la necesidad de fraccionar la unidad.
- A partir de las situaciones de reparto y medición, definición de las cantidades $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, etcétera, como las partes de una unidad, tal que 2, 3, 4, 5, etcétera partes iguales a esa equivalen a la unidad. Definición de la fracción, por ejemplo $\frac{9}{7}$, como la parte que contiene 9 veces $\frac{1}{7}$.

Objetivo

- Proponer situaciones que permitan a los alumnos:
- Utilizar las fracciones en un nuevo contexto que les dé sentido y elaborar situaciones que funcionen como punto de referencia a la hora de enfrentar nuevos problemas que involucren este objeto matemático.

A continuación, ofrecemos una serie de problemas entre los cuales el docente podrá seleccionar algunos, ya sea para dar como tarea o para los bloques de trabajo más autónomo.

Actividad

4

REPRODUCCIONES DE SEGMENTOS¹⁹



Material para el alumno

- 1) Dibujá un segmento que mida la tercera parte de éste:
 (En el material para el alumno se encuentra dibujado un segmento de 12 cm de longitud²⁰ que funciona como unidad.)

¹⁹ Esta actividad se encuentra desarrollada en el Documento de Actualización curricular n° 4, páginas 52 a 56.

²⁰ Nuevamente aquí –y para todos los problemas de esta sección– la información de la medida en cm del segmento unidad es un dato para los docentes; este no debe ser ofrecido a los niños. A ellos se les comunica que el segmento mide 1. Al pedir que los alumnos dibujen el nuevo segmento en la misma hoja que la unidad se busca inhibir la posibilidad de que doblen el segmento original en tres. El docente deberá sostener esta restricción en la clase, explicitándola si fuera necesario.

El momento más importante de esta actividad radica en la discusión sobre cómo se puede estar seguro de que el segmento dibujado es efectivamente la tercera parte del original, ya que ambos están dibujados en la misma hoja y no pueden superponerse.



Material para el alumno

- 2) Usando el primer segmento como unidad, indicá la medida de estos segmentos:

(En el material para el alumno se encuentran dibujados segmentos de 3 cm, 6 cm, 9 cm y 15 cm de longitud.)

Posiblemente averiguar qué parte del entero representa el segmento de 3 cm no sea un problema demasiado complejo, ya que es posible trasladar ese segmento 5 veces a lo largo de la unidad. No ocurre lo mismo con el segmento de 6 cm. Para calcular esta fracción será necesario apoyarse en el valor obtenido para 3 cm y tener en cuenta que el nuevo segmento es el doble del anterior, por lo tanto representará una fracción el doble de grande, aunque no pueda trasladarse sobre el original. Si este problema resultara muy complejo para los alumnos, el docente podrá utilizar como ejemplo otro segmento que mida 24 cm y preguntar qué parte de esa longitud representan dos segmentos de 6 y 12 cm. En este último caso, es posible trasladar a ambos una cantidad entera de veces.



Material para el alumno

Se les entrega a los niños una tira de papel de 12 cm de largo.

- 3) Construí otras tiras cuyas longitudes sean:

$\frac{1}{4}$ de la unidad;

$\frac{1}{8}$ de la unidad;

$\frac{5}{4}$ de la unidad;

$\frac{3}{2}$ de la unidad.

Se les entrega a los niños una tira de papel de 18 cm de largo.

- 4) Calculá cuál va a ser la longitud de otra tira que sea $\frac{1}{3}$ de esta unidad.

Los niños deben decidir cuál va a ser la longitud antes de cortar. Una vez tomada esta decisión, cortan y comprueban plegando la unidad en tres y superponiéndola con la nueva tira. Se plantea el mismo problema para los siguientes casos:

¿Y una que sea $\frac{4}{3}$ de esta unidad?

¿Y $\frac{5}{3}$?

¿Y $\frac{9}{6}$?

¿Y $\frac{4}{6}$?

Se les entrega a los niños una tira de papel de 5 cm de largo.

5) La tira mide $2\frac{1}{2}$. De a dos, discutan cómo podría hacerse para saber cuál ha sido la unidad de medida que se utilizó.

Los niños deben decidir antes de efectuar los pliegues. (Si el problema resultara muy complejo, puede ofrecerse una tira de 6 cm e informar que mide $1\frac{1}{2}$.)

Se les entrega a los niños una tira de papel de 9 cm de largo.

6) El segmento mide $\frac{1}{3}$ de la unidad. ¿Es posible averiguar cómo era la unidad?
¿Y si el segmento hubiera representado $\frac{2}{3}$ de la unidad?

La longitud de los segmentos elegidos para estos problemas hace que la unidad no entre una cantidad entera de veces en el segmento cuando éste es mayor que la unidad o que el segmento por medir sea menor que la unidad. En ambos casos resulta necesario plegar la unidad. Ésta, justamente, será una de las cuestiones por analizar con los niños cuando el maestro plantee algunos de estos problemas u otros similares que considere más pertinentes.

Cuando se llevan adelante discusiones sobre los problemas, es importante que la reflexión no quede limitada a las formas de resolver las situaciones, sino que el análisis avance sobre las características de los problemas. Pensar con los alumnos cómo han sido aquellos problemas en los que aparecieron estos números o proponerles que inventen uno para que tengan que resolver los chicos de otra escuela que están aprendiendo fracciones puede ser una tarea que estimule la "observación" sobre el objeto que se ha estado utilizando.

REALIZAR CÁLCULOS MENTALES CON FRACCIONES

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: TRABAJO INDIVIDUAL Y POSTERIOR DISCUSIÓN COLECTIVA

Contenido ▶ Cálculo mental con fracciones.

Objetivo Proponer situaciones que permitan a los alumnos:
■ Progresar en el conjunto de relaciones que establecen entre determinados grupos de fracciones y entre ciertas fracciones y los enteros.

Si bien el trabajo con cálculo mental con fracciones será más intenso y sistemático más adelante, al retomar este tema, las actividades anteriores (reparto y medición) dejan planteadas todas las condiciones para unas primeras exploraciones que es conveniente aprovechar. Por esta razón, proponer actividades como las siguientes y luego plantear la discusión grupal puede permitir que se llegue a conclusiones que enriquezcan las relaciones disponibles para los alumnos.

AVANZAR SOBRE LA DEFINICIÓN DE LAS CANTIDADES

$$\frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{5} ; \text{ETCÉTERA}$$

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: DE A DOS

Objetivo

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Progresar en la conceptualización del objeto con el que están trabajando a partir de las actividades que los acercan a su definición.

Actividad

6

ENTEROS Y PARTES

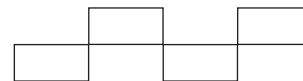
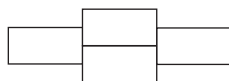
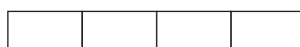


Material para el alumno

- 1) Se sabe que este rectángulo representa $\frac{1}{4}$ del entero. ¿Cómo era el entero? ¿Hay una única posibilidad?

En esta actividad se pone en juego la posibilidad de reconstruir el entero a partir del valor de una parte.

Algunas soluciones posibles podrían ser:



La única condición para una respuesta correcta es que sean utilizadas 4 de las partes que se ofrecen para tener una cantidad equivalente al entero. Este es el punto central que debe analizarse con los niños y una de las conclusiones que pueden registrar en sus cuadernos.

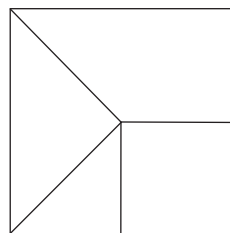
Sin duda, será necesario plantear otros problemas similares para que los alumnos puedan manejar con comodidad este concepto.

El trabajo alrededor de esta definición de fracción también permite no caer en ciertas limitaciones, como las que se producen cuando el único recorrido que se realiza es ofre-

cer el entero y pedirles a los niños que lo subdividan en partes, enfatizando que las partes deben ser iguales.

Este tipo de actividad (desde el entero hacia la parte) como único planteo no permite ver que las partes pueden tener cualquier forma –aun en el mismo entero pueden ser diferentes entre sí–: la única condición es que, para que una parte represente, por ejemplo, $\frac{1}{4}$, es necesario tener 4 de esas partes para obtener una superficie equivalente a la unidad.

Por ejemplo, en el siguiente cuadrado, el triángulo acutángulo y el cuadrado son ambos $\frac{1}{4}$ de la figura mayor, aun cuando tienen formas diferentes:



Si bien esta discusión puede posponerse con los niños, es importante que el docente conozca hacia dónde avanza el trabajo para poder retomar las actividades a partir de los comentarios que estas primeras actividades provoquen en el grupo.

En términos generales, podemos definir una fracción $\frac{m}{n}$ como la parte que contiene m veces $\frac{1}{n}$.

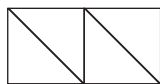


Material para el alumno

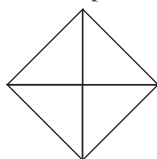
2) La maestra de Martín y de Marcela les propuso el siguiente problema: Este triángulo representa $\frac{1}{4}$ de un papel. Dibujá el papel entero.



La respuesta de Marcela fue la siguiente:



Y la respuesta de Martín fue ésta:



¿Quién de los dos resolvió correctamente el problema?

3) Se sabe que el siguiente rectángulo representa $\frac{2}{3}$ de cierto entero. ¿Cómo es ese entero?, ¿hay una única solución?



4) ¿En cuáles de los siguientes dibujos se pintó la cuarta parte? Explica cómo lo pensaste en cada caso.

DIBUJO 1



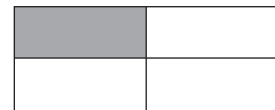
DIBUJO 2



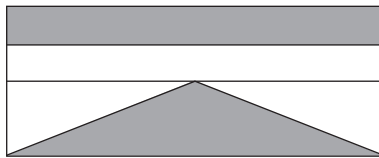
DIBUJO 3



DIBUJO 4



5) ¿Es verdad que el rectángulo y el triángulo pintado representan ambos $\frac{1}{4}$ del entero? ¿Cómo podrías hacer para estar seguro de tu respuesta?



6) Se sabe que el siguiente pedacito de soga es $\frac{1}{5}$ de la soga entera. ¿Cuál es el largo de la soga completa?



7) Se borró el segmento que estaba dibujado. Se sabe que la parte que quedó es $\frac{2}{3}$ del segmento completo. ¿Cómo era el segmento entero?



8) Carlos usó $\frac{1}{3}$ del papel que tenía para envolver un regalo. El papel que usó era igual a éste:



a) Dibujá el papel cuando estaba entero.

b) Compará tu dibujo con el de un compañero. ¿Dibujaron los dos lo mismo?

c) Compáren la cantidad de papel que cada uno piensa que es el entero.

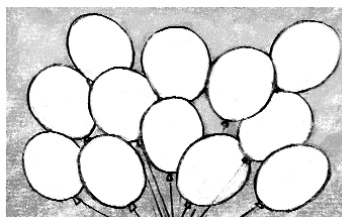
9) Una panadería recibe una bandeja con alfajorcitos de dulce de leche para vender. En el dibujo hay $\frac{1}{3}$ de los alfajorcitos, porque el resto ya se vendió.



a) ¿Cuántos se vendieron?

b) ¿Cuántos alfajorcitos traía la bandeja?

10) Se sabe que $\frac{1}{4}$ de los globos son rojos. ¿Cuántos deben pintarse de ese color para que la afirmación sea correcta?



11) Este pilón de monedas es sólo $\frac{2}{3}$ de los ahorros de Martín. ¿Es posible saber cuántas monedas tiene ahorradas en total?



12) De todas las bolitas que tenía, Pablo perdió $\frac{1}{4}$. En la ilustración pueden verse las que le quedaron. Dibujá cómo era la colección completa de bolitas.



Los últimos cuatro problemas presentan una característica particular que deberá tenerse en cuenta a la hora de proponérselos a los alumnos: las fracciones ya no hacen referencia a una parte de un objeto, sino a una parte de una colección compuesta por varios objetos. Este hecho puede hacer más difícil para los niños encontrar las respuestas que se solicitan, ya que en varias ocasiones posiblemente confundan la cantidad de partes con el valor de cada una de ellas.

Si los niños no pudieran avanzar en la resolución, el maestro podrá modificar provisoriamente los números, de manera tal que pueda analizarse la situación con magnitudes más sencillas. Así, para el primer caso, en lugar de proponer que la cantidad de alfajores dibujada corresponde a $\frac{1}{3}$, puede plantear que corresponde a $\frac{1}{2}$, lo que simplifica considerablemente el problema.

Otro recurso al que se puede apelar es a la definición de fracción que sirvió como punto de apoyo para resolver los ejercicios anteriores. Por ejemplo, si la cantidad de alfajores dibujada es $\frac{1}{3}$, entonces la bandeja entera debe tener 3 veces esa cantidad.

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN

Para sistematizar el trabajo realizado en este período, el docente puede proponer una selección de actividades que se encuentran en los siguientes libros:

- ▲ Barallobres, G., *Matemática 4*, Colección Puntos Cardinales, Buenos Aires, Aique, 1999, páginas 114 a 125.
- ▲ Vasches, C. y Rapoport, J., *Proyecto Base*. Redes 4º grado. Área Matemática, Buenos Aires, Veredit, 2001, páginas 44 a 52.
- ▲ *Manual Estrada 4º grado*, Buenos Aires, Estrada, 1998, páginas 124 a 131.

MEDIDA. UNIDADES DE LONGITUD²²

LA MEDICIÓN COMO RECURSO PARA ANTICIPAR

Contenidos

- Medición de longitudes utilizando diversos instrumentos: reglas, cintas métricas, metros, etcétera.
- Resolución de problemas que impliquen la anticipación de ciertas longitudes.

²² El conjunto de propuestas que se ofrece para esta actividad son ejemplos posibles. El docente podrá generar otros que considere pertinentes para su clase o seleccionar sólo algunos de los que se indican.

Objetivo

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Utilizar distintos instrumentos para medir longitudes y realizar estimaciones de diferente orden de magnitud.

Para iniciar el trabajo con medidas de longitud, es posible presentar a los niños un conjunto de actividades en las que deban realizar ciertas anticipaciones y luego comprobarlas midiendo.

Por ejemplo:

El docente selecciona algunos muebles del aula: el armario, el escritorio, etcétera, y solicita a los alumnos que anticipen si esos objetos podrían pasar por el ancho del vano de la puerta. La idea es que la respuesta no sea evidente a simple vista y que surja entonces la necesidad de medir. Algunas preguntas podrían ser del tipo: ¿es posible que el armario pase por el alto de la puerta o será necesario inclinarlo? Si quisiéramos llevar el escritorio a la biblioteca, ¿pasará por la puerta si lo arrastramos por el piso o será necesario inclinarlo e intentar pasar primero dos patas? Si apilamos seis mesas, ¿pasarán por la puerta?

Otras situaciones pueden estar relacionadas con el anticipar ciertas distancias. Por ejemplo, el docente solicita a los alumnos que, en grupos, decidan cuántos metros deben recorrer para ir al baño, a la dirección, hasta el mástil del patio, etcétera.

En las dos situaciones propuestas, la medición efectiva será el recurso al que deberán apelar los niños para decidir cuán acertada ha sido la anticipación realizada.

PARA TENER EN CUENTA

Esta actividad es bastante más compleja si los dos objetos por comparar no están presentes al mismo tiempo o si la distancia que debe anticiparse no puede verse. Este sería el caso, por ejemplo, si el docente propusiera a los niños anticipar si es posible introducir en el aula una de las gradas que están en el salón de música o si les pidiera que, estando en el aula, anticipen la distancia desde la dirección hasta la puerta de la escuela.

A partir de estas actividades, se puede establecer la utilización del metro y el centímetro como unidades para medir longitudes. Es interesante que empiece a circular una idea que seguramente demandará mucho trabajo hasta llegar a consolidarse: una misma longitud tendrá medidas diferentes en función de la unidad que se utilice. Como primera aproximación, se puede analizar, por ejemplo, que si una varilla mide 1 metro de largo, esa misma varilla tiene una longitud de 100 centímetros. En otros términos, los números 1 y 100 remiten a diferentes unidades. Esta idea es compleja para los alumnos y habrá que tratarla en diferentes ocasiones para brindar la oportunidad de que puedan elaborarla.

Otro aspecto interesante para considerar es que este tipo de situaciones pone en juego la posibilidad por parte de los chicos de realizar ciertas estimaciones. Un objetivo impor-

tante en el proceso de enseñanza estará dado no sólo por el intento de que los niños progresen en el uso de los instrumentos, sino también por la interiorización de representaciones de ciertas unidades como el milímetro, el metro o el centímetro.

Uno de los objetivos del siguiente grupo de actividades consiste en que los niños se familiaricen con el uso de algunas unidades de medida.

KILÓMETROS, METROS, CENTÍMETROS Y MILÍMETROS

Objetivos

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Establecer relaciones entre diversas unidades del Sistema Métrico Decimal.
- Familiarizarse con el uso de algunas unidades mayores y menores que el metro.
- Utilizar el kilómetro y el milímetro como unidades que permiten medir longitudes más extensas o más pequeñas que el metro.
- Revisar y analizar la utilización de la regla como portadora de una escala graduada.

Para avanzar en el tratamiento de la medida –y retomando las actividades anteriores– es necesario que los alumnos se enfrenten con un conjunto de situaciones vinculadas a la organización del Sistema Métrico y al uso de ciertos instrumentos de medición, como la regla y el metro.

El docente propone entonces analizar entre todas las reglas y las escuadras que los alumnos tienen. Será interesante instalar la discusión y el análisis respecto de qué indican los números 1, 2, 3, 4, etcétera; por qué está incluido el 0; cuántas "rayitas" hay entre dos números cualquiera de la regla, qué indican, etcétera.

Realizar una medición implica una serie de problemas que por lo general son pasados por alto. Por ejemplo, como plantea M. Chamorro,²³ es necesario determinar y aislar la longitud del objeto por medir, distinguiéndola de otras posibles cualidades que éste tiene; asimilar la longitud real del objeto con otro idealizado, un segmento, por ejemplo. Luego, hacer una estimación de la longitud del objeto en relación con la del instrumento de medida, a efectos de escoger uno que evite el transporte. En el caso en que el transporte sea inevitable, realizarlo respetando el paralelismo con el objeto y no dejar huecos. También es necesario reconocer el origen de la graduación (la ubicación del cero) del instrumento de medida, que varía de uno a otro; hacer corresponder el origen del objeto con el cero de la graduación de dicho instrumento, hacer corresponder el extremo del objeto con una graduación del instrumento; saber leer la graduación y, finalmente, si ha habido transporte, realizar la adición correspondiente.

Tomemos sólo dos de estos problemas: 1. la necesidad de hacer corresponder el cero de la escala graduada del instrumento con el extremo del objeto por medir y 2. poder leer una medida incluso en el caso en que el instrumento o su escala no comiencen en el cero.

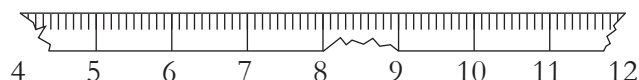
La siguiente actividad permite llamar la atención sobre estos aspectos.

²³ María del Carmen Chamorro y Juan Belmonte Gómez, *El problema de la medida*, Madrid, Síntesis, 1988.



Material para el alumno

1) A veces las reglas que usan los chicos se rompen. Seleccioná con tu compañero 4 lápices de tu cartuchera. ¿Es posible saber cuánto miden utilizando una regla rota como la del dibujo?



Algunas de las siguientes situaciones de medición efectiva pueden proponerse a continuación:

2) Utilizando una regla determiná cuántos centímetros mide la siguiente tira:

3) Un metro es 10 veces una tira como ésta:

a) ¿Cuántos centímetros mide esta tira?

b) ¿Cuántos centímetros mide 1 metro?

4) Medí con tu regla el largo de esta otra tira:

a) ¿Tiene más o menos que 1 centímetro?

b) ¿Cuánto mide?

5) Imaginate que una hormiga da pasos de 1 milímetro. ¿Cuántos pasos deberá dar para llegar del 1 al 2 de la regla? ¿Y para caminar del 14 al 15?

6) Una persona midió el largo de un pasillo con una varilla como la siguiente y obtuvo como resultado 20 "varillas".

Luego midió nuevamente el pasillo con otra varilla y constató que el largo del pasillo medía 2 de esas nuevas varillas. ¿Es posible saber qué relación hay entre las dos varillas que se utilizaron para medir el largo del patio?

El docente podrá proponer otras situaciones similares a esta última, de modo de permitir a los niños explorar qué relación existe entre las transformaciones de la unidad y las medidas correspondientes. Así, para este caso, si la medida obtenida es 10 veces más chica, es porque la unidad de longitud utilizada es 10 veces más grande que la anterior. Del mismo modo, si la unidad de longitud es la décima o la tercera parte de la que se ha utilizado anteriormente, la medida será 10, 3, etcétera, veces más grande.

PARA TENER EN CUENTA

Cuando se analizan estos aspectos con los niños, puede arribarse a algunas conclusiones como las siguientes:

- Si se cambia la unidad de medida, se obtienen números diferentes.
- Si las unidades que se utilizan son cada vez más chicas, los números que se obtienen son cada vez más grandes.
- Si la unidad se achica, por ejemplo, diez veces, el número que se obtiene se agranda esa cantidad. (O de manera más general –y en términos para docentes– existe una proporción inversa entre la transformación de la unidad y la medida obtenida.)



Material para el alumno

7) El largo de este rectángulo es de $3 \frac{1}{2}$ unidades. Dibujá la unidad que se utilizó. (*Usá la regla para resolver este problema.*)

- 8) Se midió el ancho del rectángulo del problema anterior y se obtuvo 4.
- a) ¿Se pudo haber utilizado la misma unidad de medida que la que se usó para medir el largo?
 - b) ¿Es posible averiguar cuántas veces "entra" la unidad de medida que se utilizó para el ancho en la unidad de medida que se utilizó para el largo?

9) En una escuela los alumnos de un grado midieron sus alturas. Los resultados obtenidos son los siguientes. ¿Podés completar los datos que faltan?

ALUMNO	ALTURA EN METROS	ALTURA EN CENTÍMETROS
Juan	$1 \frac{1}{2}$	
Daniela		130
Manuel	$1 \frac{1}{4}$	
Paoh		120
Evangelina	1,35	

10) 1 kilómetro es una distancia de 1.000 metros, que es aproximadamente lo mismo que 10 cuadras.

- Buscá en un mapa del barrio (puede ser en una guía de transportes o en las páginas barriales de la guía de teléfonos) dónde está la escuela.
- Indicá la ubicación de la escuela en el mapa.
- ¿Quiénes de los compañeros del grado viven a más de 1 kilómetro de la escuela?

11) El siguiente es un plano del recorrido de las líneas de subterráneos en la Ciudad de Buenos Aires.

(En el material para el alumno se presenta el plano correspondiente a este problema.)

- a) ¿Es verdad que entre las estaciones Congreso y Plaza de Mayo hay 10 km de distancia?
- b) Algunas personas dicen que las estaciones de subte suelen estar a más de 1 km de distancia cada una. ¿Es cierto?
- c) ¿Qué distancia recorre una persona que viaja desde la estación Constitución hasta Retiro por la línea C?
- d) Teniendo en cuenta la distancia que hay entre las estaciones Constitución y Retiro y sabiendo que un subte tarda 18 minutos en llegar de una a otra, ¿cuánto tardaría aproximadamente un subte similar para llegar de la estación Callao a L. N. Alem?

12) El siguiente es un mapa de las rutas por las que se puede llegar a la ciudad de Villa María. Los números que están recuadrados indican el número de ruta y los que no tienen recuadro, las distancias en kilómetros.

(En el material para el alumno se presenta el mapa correspondiente a este problema.)

- a) ¿Qué ciudad está más lejos de Villa María: Marcos Juárez o San Francisco?
- b) Un coche sale con el tanque lleno de nafta desde la ciudad de La Carlota y con esa cantidad de combustible puede recorrer 200 km. ¿Le alcanza para llegar a Villa María o debe cargar nafta antes de llegar?
- c) Sabiendo que la distancia desde Villa María hasta Belle Ville es de aproximadamente 52 km, estimá la distancia aproximada desde Villa María hasta Río Cuarto. Comprobá luego midiendo en el mapa.

13) Martín está mirando los mapas de los dos problemas anteriores y dice que uno de los dos mapas debe de estar mal hecho. Él se pregunta lo siguiente: *si sabemos que la distancia de Marcos Juárez a Leones es mayor que la de Retiro a Constitución, ¿cómo puede ser que, en el mapa de los subtes, Constitución y Retiro estén más "separadas" que lo que están Marcos Juárez y Leones, en el mapa de Córdoba?* ¿Estás de acuerdo con Martín? Si estás de acuerdo, ¿cuál de los mapas te parece que está equivocado? Si no estás de acuerdo, ¿cómo le explicarías a Martín que no tiene razón?

14) Observá un mapa de la República Argentina en el que figure la escala utilizada.

■ Teniendo en cuenta la escala que aparece en el mapa, es posible saber que la distancia entre la ciudad de Buenos Aires y la de Santa Rosa es de 500 km. Utilizando esa información:

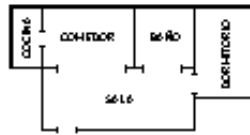
- a) Indicá cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas.
- La distancia entre la ciudad de Salta y la de Jujuy es de alrededor de 50 km.
 - La distancia entre Rawson y Río Gallegos es de cerca de 400 km.
 - La distancia entre Córdoba y Santa Fe es de aproximadamente 200 km.

- b) Averiguá aproximadamente las distancias que separan las siguientes ciudades.
- La Rioja y Santiago del Estero.
 - Paraná y Rawson.
 - San Juan y Buenos Aires.

■ Teniendo en cuenta la información de la actividad anterior, respondé las siguientes preguntas:

- a) Un micro recorre 100 km en una hora, ¿tarda más de un día en llegar de Buenos Aires a Santa Rosa? ¿Y a Santiago del Estero?
- b) Un tren de carga sale de la ciudad de Mendoza y recorre 60 km en una hora. Si no para nunca y va siempre a la misma velocidad, ¿puede llegar a Buenos Aires en un día?

15) Martín se está por mudar a un nuevo departamento. Antes de la mudanza consulta un plano como el que ves a continuación porque está preocupado: no sabe si va a poder colocar algunos muebles.



- a) En las referencias del plano se aclara que 0,5 cm del plano = 1,5 m de la realidad. ¿Cuál es el ancho y el largo verdadero de la sala?
- b) Martín tiene una cama que mide 2 m 10 cm de ancho. Si la coloca como figura en el plano, ¿cuánto espacio le queda para la mesita de luz?
- c) En la cocina Martín quiere colocar una mesa cuadrada de 250 cm de ancho. ¿Es posible?

ESTIMANDO ALGUNAS MEDIDAS

Contenido ▶ Estimación de medidas de longitud.

Objetivos Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Progresar en sus posibilidades de estimar una medida.
- Seleccionar la unidad más conveniente en función del objeto por medir.
- Elaborar criterios para establecer en qué casos es suficiente con una medida aproximada y en cuáles se requiere una más precisa.

Estimar una medida es valorarla de manera aproximada. Las actividades en las que se requiere una estimación colaboran para que los niños puedan construir una representación de los distintos órdenes de magnitud y tengan más posibilidades de controlar los resultados de las mediciones que realizan.

Interesa tener en cuenta que uno de los objetivos de estas actividades es que los alumnos puedan interiorizar ciertas unidades. Es decir, que puedan reconocerlas sin necesidad de apelar a ningún instrumento de medida. Para que los alumnos progresen en este trabajo, es importante que primero estimen la medida que se solicita y después se les permita comprobarla con la regla. Otro aspecto por considerar es que no será suficiente plantear una sola actividad para que los niños avancen sino que, por el contrario, será necesario ofrecerles situaciones como las que se plantean a continuación en reiteradas ocasiones, de modo tal que puedan utilizar en nuevas instancias aquello que han aprendido en actividades anteriores.

PARA TENER EN CUENTA

A efectos de la organización de este material, presentamos el trabajo de estimación en un solo bloque, pero el docente podrá distribuirlo como lo considere más conveniente mientras se desarrolla el tema.

Primera parte

El siguiente grupo de actividades está orientado a que los niños enriquezcan sus representaciones de las unidades de longitud y amplíen sus posibilidades de estimación.

Actividad

2

ESTIMANDO ALGUNAS MEDIDAS



Material para el alumno

1) Indicá con una cruz, entre las opciones propuestas, cuáles indican la medida de cada segmento.

a) 4 cm 40 mm 4 m

b) $\frac{1}{100}$ m 10 mm 10 cm

Si la notación $\frac{1}{100}$ resultara muy compleja para los niños, el docente podrá apelar a la definición de fracción con la que se ha estado trabajando, señalando que $\frac{1}{100}$ es una fracción tal que se necesitan 100 de esas partes para obtener un 1.

c) 10 cm 100 mm 10 m

2) Antes de medir siempre es conveniente tener una idea aproximada de qué número va a obtenerse. Completá las siguientes frases y luego comprobá las medidas utilizando una regla.

- El ancho de tu cuaderno es de cm.
- Tu lápiz negro mide cm de largo.
- El sacapuntas mide cm de ancho.
- El ancho de tu mesa es de cm.

3) Buscá en tu casa objetos que midan lo que indica cada columna de la tabla. Anotalos y después comprobá con tu regla.

ENTRE 1 Y 5 CM	ENTRE 5 Y 10 CM	ENTRE 10 Y 20 CM	MÁS DE 20 CM

4) Esta actividad es para realizar con un compañero. Por turnos, van a elegir y nombrar un objeto del aula que esté a la vista de los dos participantes. Cada uno anota en un papel –sin mostrarle a su compañero– la longitud de ese objeto. Luego comprueban con la regla. El que haya anotado la medida más cercana a la verdadera gana un punto.

Segunda parte

Otro grupo de actividades que puede plantear el docente está orientado a que los niños seleccionen la unidad más conveniente en función del objeto por medir.

Usualmente, en la escuela es el docente quien determina la unidad en la que ha de expresarse la medida: en el momento del trabajo ya está determinada por el maestro en qué unidad va a expresarse cierta longitud. Relevados de esta obligación, los alumnos pierden de vista aquello que debe ser aprendido: para seleccionar una unidad, es necesario establecer una relación razonable entre la cantidad por medir y la unidad elegida.

A propósito de este ítem, puede proponerse la siguiente actividad.



Material para el alumno

- 5)
- ¿Qué unidad de longitud utilizarías para medir el ancho de tu carpeta?
 - ¿Y el ancho del patio?
 - ¿Cuál es la unidad más conveniente si quiere medirse la distancia de la escuela a tu casa?
 - ¿Y de la escuela a Bariloche?

En consonancia con la actividad anterior, también es importante que el trabajo con el tema de la medida incluya algunas actividades en las que los alumnos deban establecer en qué casos es suficiente con una medida aproximada y en cuáles se requiere una mucho más ajustada.



Material para el alumno

- 6) De las siguientes situaciones, ¿en qué casos es suficiente con una medida aproximada y en cuáles se requiere una mucho más ajustada?
- Al decidir el largo de un estante para la biblioteca.
 - Al decidir el largo de una tela para hacer la bandera de un equipo de fútbol.
 - Al calcular la distancia entre dos ciudades.
 - Al calcular la distancia entre una pared y otra para colocar un zócalo.

CAMBIANDO DE UNIDADES

Objetivo

Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Explorar algunas relaciones en el Sistema Métrico Decimal en el marco de la proporcionalidad directa.

El Sistema Métrico Decimal suele ser el tema en que la escuela coloca el mayor énfasis a la hora de trabajar la medida. Si bien es un aspecto muy importante, el cambio de uni-

dades –como podrá notarse a partir de la presentación de este material– no constituirá el foco del trabajo.

Dentro del conjunto de actividades dedicadas a que los niños exploren ciertas relaciones dentro del Sistema Métrico, es importante que el docente pueda plantear problemas que apunten "tanto a establecer la organización decimal del sistema, como a inscribir la problemática del cambio de unidad en el trabajo de proporcionalidad. Por ejemplo, las medidas de diferentes longitudes expresadas en kilómetros son proporcionales a las correspondientes medidas expresadas en centímetros. Esto no es visible si los alumnos realizan reducciones 'sueltas' en las que tienden a recordar cuál es el mecanismo por utilizar en lugar de centrarse en los significados con los que están tratando. Inscribir la problemática de las reducciones en las de proporcionalidad hace observable el funcionamiento de las mismas y, en consecuencia, contribuye a que los niños construyan mejores puntos de apoyo para su realización".²⁴

Una actividad de este tipo podría ser la siguiente.

Actividad

3

CAMBIANDO DE UNIDADES



Material para el alumno

1) Completá este cuadro:

m	1	2	3		16	18	10
cm		200	700	800		2.000	900

Otro tipo de actividad podría consistir en proponer a los alumnos que establezcan qué relaciones hay entre dos órdenes de magnitudes diferentes. Por ejemplo, que la relación entre milímetros y metros es de 1.000 a 1.

2) Respondé las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántos mm son necesarios para tener 1 dm?
- b) ¿Cuántos mm, para 1 m?
- c) ¿Cuántos mm forman 1 cm?

3) Martín mide 1,40 m y Pablo 1,4 m. ¿Cuál de los dos es más alto?

²⁴ Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica, Segundo ciclo, op. cit., página 573.

4) La siguiente varilla mide 7 cm. ¿Cómo expresarías su largo en metros?

5) El largo de un camino es de 4 km 30 m. Daniela escribió esta medida de diferentes formas. ¿Cuáles son correctas? ¿Por qué?

- 4.030 m
- 430 m
- 4 km $\frac{3}{10}$ m
- 4 km $\frac{3}{100}$ m

6) Marcela compró dos varillas de madera para colocar de zócalo en su casa. Una mide 2 m 4 cm y la otra 0,5 m. Si coloca una a continuación de la otra, ¿le alcanza para una pared de 3,5 m de largo? ¿Cómo se puede estar seguro?

7) Para entrar a la montaña rusa es necesario medir como mínimo 1 m 30 cm. Las siguientes son las alturas de algunos chicos del grado. ¿Quiénes van a poder subir?

- Marcos: 130 cm
- Carla: 103 cm
- Martina: 1 m 3 cm
- Ezequiel: 1.030 mm

8) Completá los espacios en blanco:

- 45 cm + = 650 mm
- 3,4 m + = 450 cm
- + 6,4 cm = 120 cm
- cm + = 2,05 m
- 5,5 + = 10 m
- 45 + = 1,2 m

9) El profesor de Educación Física completó esta planilla con algunos datos de sus alumnos:

ALUMNO	LANZAMIENTO DE DISCO	LANZAMIENTO DE JABALINA
Patricio	2,1 m	202 cm
Chudio	201 cm	2 m 20 cm
Marcos	210 cm	2,2 m
Alejandro	2 m 1 cm	2,20 m

Ahora, respondé las preguntas de la página siguiente:

- a) ¿Quién fue el ganador de lanzamiento de disco por haberlo lanzado más lejos?, ¿hay un solo ganador?
- b) El ganador de lanzamiento de jabalina es quien puede arrojarla más lejos. ¿Quién ganó? ¿Hay un solo ganador?
- c) ¿Es verdad que Patricio arrojó el disco más lejos que Alejandro?
- d) Algunos chicos, al leer esta tabla, dicen que Marcos y Patricio empataron en lanzamiento de jabalina. Otros chicos dicen que los datos de la tabla permiten darse cuenta claramente de que Marcos fue el ganador. ¿Quiénes tienen razón? ¿Cómo podés hacer para estar seguro?
- e) ¿Es cierto que a Marcos le fue mucho mejor en el lanzamiento de disco que en el de jabalina porque el disco lo arrojó a 210 y la jabalina a 2,2?

La ausencia de unidades de medida en la última pregunta es intencional. Es de esperar que los niños puedan argumentar que, para poder comparar los números, es necesario saber a qué unidad se refieren o también que un número puede ser mayor que otro y sin embargo no expresar una medida más grande, como por ejemplo 1,5 km y 150 mm.

TOMAR LAS MEDIDAS DEL PATIO DE LA ESCUELA PARA REALIZAR SU PLANO RESPETANDO SUS PROPORCIONES

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: EN GRUPOS DE A 3 ALUMNOS

Contenido ▶ Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes usando el metro y el centímetro como unidad.

Objetivos Proponer situaciones que permitan a los alumnos:

- Enfrentar problemas reales de medición de longitudes donde resulta pertinente utilizar el centímetro y el metro.
- Establecer relaciones entre las medidas obtenidas en los diferentes planos entre sí y con las medidas reales.

Materiales

- ▮ regla;
- ▮ escuadra;
- ▮ sogas y tiras de papel (de aproximadamente 1,5 m);
- ▮ regla de pizarrón;
- ▮ cintas métricas.

Al trabajar con medidas de longitud es importante proponer a los niños algunas actividades en las que el objeto por medir sea de un tamaño considerable, de modo tal que sus instrumentos de medición usuales, como la regla o la escuadra, resulten inadecuados.

Como plantea el *Pre Diseño Curricular*, "es un objetivo del ciclo que los niños se enfrenten con problemas reales de medición y lleguen a construir una representación interna que permita dar cuenta del significado de cada una de las magnitudes que se estudian,

como así también puedan elaborar una apreciación de los diferentes órdenes de cada magnitud (cuánto es 1m, 1km, 1mm, etc.)."²⁵

ACTIVIDAD

El maestro propondrá a los alumnos que tomen las medidas que crean necesarias para dibujar en una hoja cuadrículada un plano del patio de la escuela.

Los materiales que los niños tienen a su disposición son: regla, escuadra, sogas y tiras de papel (de aproximadamente 1,5 metros), la regla de pizarrón y cintas métricas. El maestro no da ninguna indicación respecto de qué instrumentos emplear para medir, ni de cómo tomar las medidas, ni de la escala que se utilizará para realizar el plano. Esas serán decisiones de cada uno de los grupos.

Como son varios los aspectos por trabajar a propósito de esta actividad, el maestro puede proponer a los niños que realicen primero un borrador en el que anoten las medidas, para en otro momento realizar el plano definitivo.

Primera parte

En esta etapa, y con el borrador ya dibujado, una cuestión central por revisar es si todos han obtenido aproximadamente las mismas medidas y de qué modo se han conseguido los datos.

Así, podrá analizarse una multiplicidad de aspectos, por ejemplo que:

- ciertos instrumentos como la regla o la escuadra no resultan adecuados;
- el instrumento por utilizar depende del objeto que va a ser medido y que, por eso, es conveniente utilizar aquellos que no necesitan repetirse tantas veces porque ese procedimiento genera muchos errores;
- es posible utilizar la cinta métrica o la regla de pizarrón, pero es necesario hacer coincidir el último número de estos instrumentos con el cero al repetirlos a lo largo del objeto;
- hay que prestar atención para medir formando una línea recta porque, en caso contrario, el resultado que se obtiene es erróneo;
- es posible utilizar la soga o las tiras de papel, pero es necesario establecer una medida en metros o centímetros en ellos para poder saber el largo en esas unidades y así dibujar luego el plano;
- una forma rápida de obtener las medidas es, por ejemplo, medir el lado de una baldosa, contar cuántas hay a lo largo o ancho y luego multiplicar por esa medida;
- aun cuando se utilice el mismo instrumento, dos mediciones de un mismo objeto pueden arrojar resultados diferentes y ese margen de error es inevitable, pero ciertos procedimientos garantizan un mejor ajuste, etcétera.

Todos estos problemas forman parte de la problemática de la medida, pero lamentablemente "desaparecen" de la clase cuando los objetos por medir son "atrapables" con la regla.

²⁵ *Pre Diseño Curricular para la Educación General Básica, Segundo ciclo, op. cit.,* página 572.

Segunda parte

En una segunda etapa, los niños elaboran el plano. La decisión de dibujarlo en papel cuadriculado puede revisarse. La idea de hacerlo en este tipo de hoja posibilita que no se agreguen dificultades vinculadas a que los niños garanticen los ángulos rectos en el plano y que los cuadraditos puedan constituir una opción a la hora de decidir la escala.

Elegir la escala es una situación interesante por resolver. Los alumnos deberán enfrentar no sólo el problema de decidir, por ejemplo, qué unidad utilizan en el papel para representar las medidas obtenidas (por ejemplo, 1 m de la realidad = 1 cm del plano) de modo tal que el plano no se "salga" de la hoja, sino que también deberán "vérselas" con el problema de cómo aplicar la escala cuando la medida en el plano no resulta entera.

Supongamos que la escala es de 1 cm en el plano por cada metro de la realidad, si la medida obtenida fue de 14 metros y 50 centímetros, está claro que el segmento tiene 14 cm y algo más..., pero ¿qué longitud en el plano le corresponde a los 50 cm? ¿50 mm?

Es importante remarcar que el docente no dará indicaciones previas a la elaboración del plano respecto de qué escala elegir. Esta decisión seguramente provocará que cada grupo seleccione una escala diferente. Como es muy probable que los grupos utilicen escalas distintas, los planos que produzcan tendrán tamaños diversos. ¿Cómo estar seguros entonces de que están bien dibujados? ¿Cómo hacer para compararlos? Ese será, justamente, el origen de la discusión por plantear en la puesta en común. Si el docente hubiera sugerido una escala, tal diversidad no aparecería, perdiéndose justamente la posibilidad de buscar un modo de comparar medidas en diferentes escalas, una cuestión central que intentamos abordar aquí.

Sería posible comparar los planos a partir de revisar las escalas y las medidas obtenidas en cada caso, pero no es ese el tipo de trabajo que proponemos porque resultaría largo y tedioso para los niños.

PARA TENER EN CUENTA

Creemos que puede resultar interesante que la comparación se realice en términos de las relaciones entre las medidas obtenidas en los diferentes planos entre sí y con las medidas reales.

Por ejemplo, es interesante que los niños puedan plantear que determinado plano tiene algún error porque, en la realidad, el ancho del patio "entra" casi dos veces y media en el largo y en el dibujo entra una vez y un poquito más; o que dos planos están bien aunque estén dibujados en tamaños diferentes, porque en ambos casos la distancia del mástil a la puerta del comedor es la mitad del ancho del patio, etcétera.

Una vez analizada esta primera versión, el docente puede proponer una nueva ronda de elaboración de planos en la que se deba tener en cuenta lo discutido en la puesta en común.

NOTA FINAL

Hemos colocado para cada grupo de actividades una colección de problemas. En algunas clases –como por ejemplo las dedicadas al trabajo sobre "Kilómetros, metros, centímetros y milímetros"–, el maestro podrá realizar una selección entre ellos y proponer a sus alumnos los que considere más pertinentes teniendo en cuenta los objetivos desarrollados en este material.

Seguramente el ritmo de aprendizaje no sea el mismo para todos los niños. Tal vez algunos necesiten más oportunidades para enfrentar problemas vinculados a un mismo aspecto de la medida, mientras que otros estén en condiciones de atreverse con problemas más complejos. Puede preverse, entonces, la utilización de algunas horas de clase para que los alumnos realicen cierto trabajo autónomo en las que el docente podrá plantear diversos problemas a diferentes chicos. Este trabajo no sólo puede estar relacionado con resolver problemas; también puede proponerse a los niños revisar la carpeta y preparar una lista de conclusiones o consejos importantes para este tema, buscar el problema más difícil de todos los resueltos, analizar por qué fue difícil y escribir una serie de recomendaciones para no equivocarse, etcétera.

MÁS PROBLEMAS

Para seleccionar actividades como las hasta aquí planteadas el docente podrá consultar los problemas incluidos en los siguientes textos:

- ▲ Barallobres, G., *Matemática 4*, Colección Puntos Cardinales, Buenos Aires, Aique, 1999, páginas 126 a 137.
- ▲ *Manual Estrada*, 4º grado, Buenos Aires, Estrada, 1998, páginas 154 a 159.

GEOMETRÍA. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: EN TODOS ESTOS PROBLEMAS SE PROPONE QUE LOS ALUMNOS TRABAJEN INDIVIDUALMENTE. EN LA ACTIVIDAD 1 DE LA SEGUNDA PARTE, SE PROPONE QUE, TRAS LA RESOLUCIÓN INDIVIDUAL, SE REÚNAN EN PEQUEÑOS GRUPOS (DE CUATRO ALUMNOS) A COMPARTIR EL PRODUCTO DE LA ACTIVIDAD, ANTES DE LA PUESTA EN COMÚN COLECTIVA.

¿Por qué iniciar el trabajo de geometría ocupándonos de la circunferencia y el círculo?

Realizar construcciones de figuras con regla y compás es para los alumnos un problema desafiante que les permite elaborar conocimiento sobre las figuras. Para que esto sea realmente así, es necesario que sean los niños quienes decidan cómo realizar cada construcción. Esto también les exige un uso consciente de los instrumentos que utilizan, lo que significa comprender el fundamento en el que se basa dicho uso. Usar el compás sin

conocer qué es una circunferencia lleva inevitablemente a una utilización mecánica: "pincho acá y hago un arquito", suelen decir los chicos, sin tener idea de que están delimitando un conjunto de puntos a una distancia fija de uno dado. La relación entre el uso del compás para trasladar medidas y la caracterización de la circunferencia suele quedar oculta para los alumnos.

Para dar lugar a esa relación y promover un trabajo de construcciones que los alumnos puedan comprender, proponemos en primer lugar el estudio de la circunferencia y el círculo. Los problemas que se plantean buscan superar el simple reconocimiento perceptivo de estas figuras, llevándolos a reflexionar sobre algunas de sus características particulares.

Contenidos

- ▶ Uso del compás como recurso para reproducir figuras que contengan circunferencias o arcos de circunferencias.
- ▶ La circunferencia como conjunto de puntos que equidistan del centro y el círculo como conjunto de puntos que están a una distancia del centro menor o igual que una distancia dada.
- ▶ Elementos de la circunferencia y el círculo (centro, radio, diámetro).

Objetivos

- Proponer situaciones que permitan a los alumnos:
- Utilizar el compás como herramienta para:
 - trazar circunferencias y arcos de circunferencias;
 - reproducir, duplicar, triplicar, etcétera, segmentos.
 - Concebir la circunferencia como un conjunto de puntos que equidistan de un punto dado y al círculo como el conjunto de puntos que se encuentra a una distancia de un punto dado, igual o menor que una distancia dada.
 - Apropiarse de un vocabulario geométrico relativo a la circunferencia y el círculo.

Materiales

- Secuencia didáctica "Circunferencia y círculo", Primera Parte (actividad 1) y Segunda Parte (actividades 1, 2 y 3), extraída del siguiente documento disponible en todas las escuelas:
 - Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Dirección de Currícula *La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo. Matemática. Documento de trabajo n° 5*, 1998, páginas 55 a 67.*(El documento se encuentra también disponible en www.buenosaires.gov.ar)*

PARA TENER EN CUENTA

El material para los alumnos incluye una copia de los problemas correspondientes a dicha secuencia seleccionados para trabajar en este grado. Los reiteramos aquí para que el maestro pueda conocerlos de antemano en una primera lectura del *Material para el docente* y disponerlos juntos.

Sin embargo, insistimos en aquello que ya señalamos otras veces que recurrimos a actividades propuestas en documentos de trabajo publicados por la jurisdicción: es imprescindible que el docente lea el documento citado porque no son los enunciados en sí mismos los que garantizan la riqueza de la actividad buscada, sino los análisis que, a partir del trabajo sobre tales enunciados, se intentan provocar en la clase.

PRIMERA PARTE

Actividad

1



Material para el alumno

Usando la regla y el compás van a copiar estos tres dibujos. No pueden calcarlos. Cuando terminen, tienen que superponer sus dibujos con los originales para ver si les quedaron iguales. Si no les quedaron iguales, traten de analizar por qué, y los rehacen.

FIGURA 1

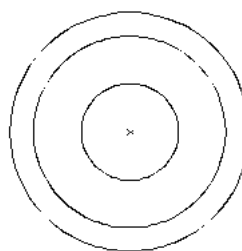


FIGURA 2

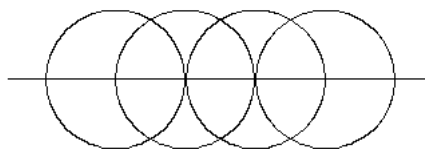


FIGURA 3



Actividad

2



Material para el alumno

(En el *Material para el alumno* se encuentra una hoja lisa con tres segmentos dibujados de distinta longitud y una hoja lisa en blanco. Necesitan disponer de compás y regla no graduada).²⁶

²⁶ Regla sin medidas. Puede hacerse con trozos de madera, acrílico, bandas de cartón, tapando los números de las reglas comunes, etcétera.

En esta hoja hay dibujados tres segmentos. Ustedes tienen que dibujar en una hoja en blanco tres segmentos de la misma longitud que los que reciben. No es necesario que los dibujen en la misma posición. Para hacerlo pueden usar reglas no graduadas y el compás, pero no pueden usar la regla común. Tampoco pueden hacer marquitas en la regla ni doblar la hoja. Cuando terminen, pueden superponerlos para ver si les quedaron iguales.

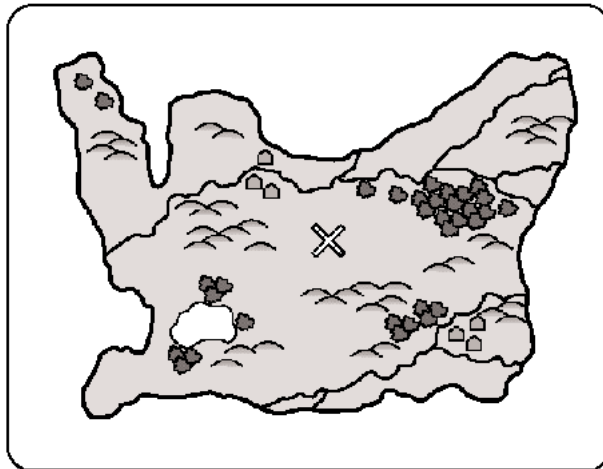
SEGUNDA PARTE

Actividad **3**



Material para el alumno

Este es el dibujo de una pantalla de computadora del juego "Los piratas". Ustedes tienen que señalar dónde podría estar el tesoro. Saben que está a 5 cm de la cruz. Primero van a trabajar individualmente. Después se reúnen con los compañeros del equipo para ver si todos están de acuerdo en lo que han señalado. Si no están de acuerdo entre ustedes, tienen que tratar de convencerse unos a otros hasta llegar a un acuerdo.

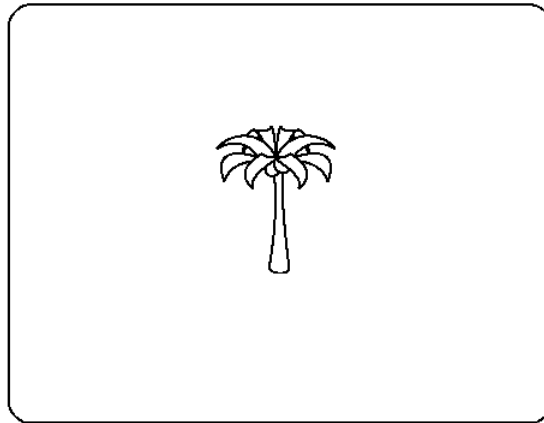


Actividad **4**



Material para el alumno

Este dibujo pertenece a otra pantalla del juego de los piratas. La zona que está a 2 cm o menos de la base de la palmera es una zona que no se puede pisar. Ustedes tienen que marcarla en el dibujo.

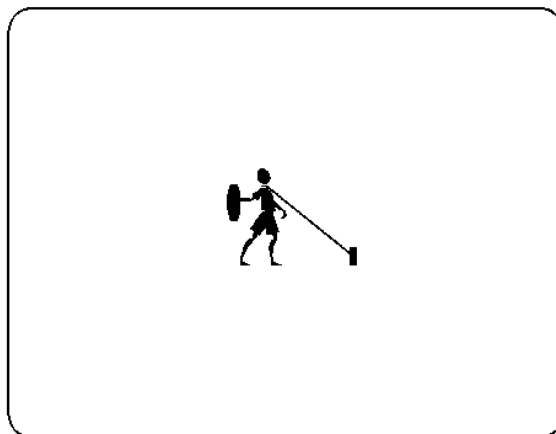


Actividad **5**



Material para el alumno

Este dibujo es una nueva pantalla del juego de los piratas. Un extraño fue capturado por los piratas que lo ataron a una estaca con una soga que tiene en el cuello. La soga tiene 3 cm de largo. Hay que colorear completamente la zona por la que puede caminar este prisionero.



PROBLEMAS PARA REVISAR LO QUE HICIMOS²⁷

A continuación, presentamos un conjunto de actividades entre las cuales el docente podrá elegir para trabajar en clases específicas destinadas a "Problemas para revisar...", en módulos de trabajo más autónomo o también como tarea fuera del horario escolar.



Material para el alumno

1) Copiá cada una de las siguientes espirales sin calcarlas (figuras A, B, C y D). Para eso utilizá como punto de partida la figura sombreada que reproducimos en la página de al lado.

FIGURA A

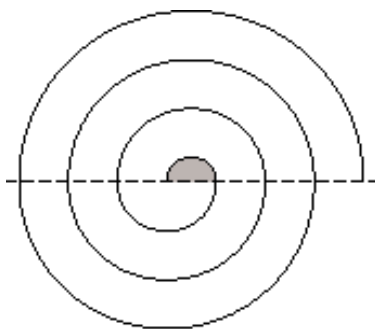


FIGURA B

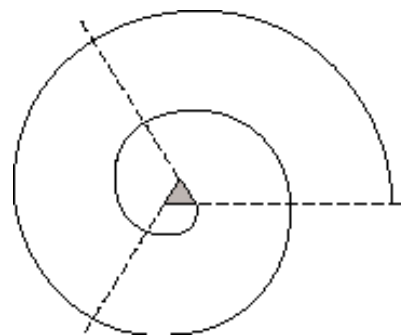


FIGURA C

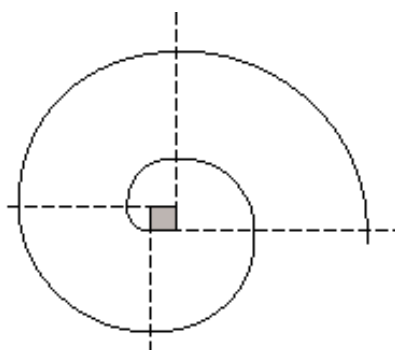
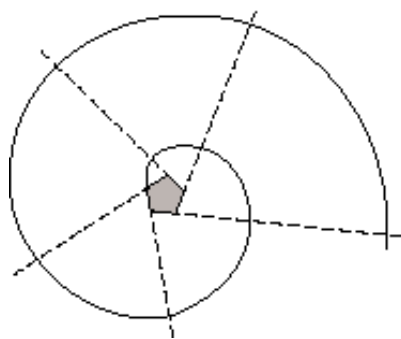


FIGURA D



²⁷ Actividades extraídas de *Le nouvel objectif calcul*. CM1, París, Hatier.



La dificultad de esta tarea reside en que los radios van variando. Por ello, en su realización, es necesario analizar qué partes de cada espiral corresponden a arcos de diferentes circunferencias para poder determinar así el radio de cada una de ellas. Por supuesto, no esperamos que este análisis sea explícito, sino que los alumnos deben tenerlo en cuenta a la hora de reproducir las figuras. Dicha explicitación será luego objeto de la puesta en común.

Puede suceder que, una vez establecido un radio, algunos alumnos lo utilicen más allá del arco de circunferencia al cual corresponde. De esa manera, les queda una circunferencia en lugar de una espiral o una espiral diferente.

En el primer caso, si los alumnos se mostrasen desconcertados ante la imposibilidad de trazar una espiral, el docente realizará con ellos un análisis de la figura previo a la construcción (por ejemplo, puede ayudar a advertir que hay "muchas circunferencias escondidas" con distintos centros y distintos radios).

Puesta en común

En la *puesta en común*, será importante analizar cuáles van constituyendo los radios de los sucesivos arcos de circunferencias que se van trazando. En la conclusión, se podrá volver sobre las ideas de centro y radio y su papel en el trazado de la circunferencia trabajados en la primera parte de la secuencia.



Material para el alumno

- 2) Sobre una hoja lisa, marcá un punto A.
 - Trazá la circunferencia de centro A y de 4 cm de radio.
 - Trazá la circunferencia con el mismo centro y de 5 cm de radio.



PARA TENER EN CUENTA

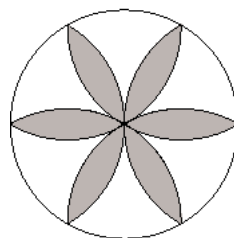
Esta situación no plantea un nuevo problema para los alumnos. Es, ante todo, una actividad que permite la aplicación de algo de lo aprendido hasta el momento o una nueva ocasión para que puedan sumarse aquellos que aún no hayan podido aproximarse a estos contenidos.

El docente podrá elegir entre presentar el dibujo del centro con los arcos de circunferencia o sólo el enunciado, de modo tal que deban anticipar la totalidad de la construcción.



Material para el alumno

3) Reproducí en una hoja lisa la siguiente figura.



Se trata de una actividad que da lugar a una exploración importante hasta que los alumnos se den cuenta de que todos los radios de las circunferencias involucradas son iguales.

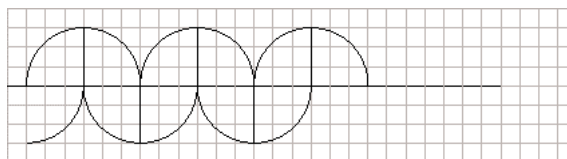
En el próximo problema se pide a los alumnos que continúen una guarda. El docente decidirá si ofrecerá el modelo sobre papel cuadriculado o liso –esta segunda opción es más compleja– en función de la dificultad que considere adecuada para desafiar las posibilidades de sus alumnos.

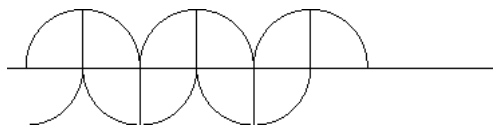
El trabajo sobre papel cuadriculado evita la necesidad de medir el radio con la apertura del compás, porque puede hacerse contando cuadraditos y evita también el trazado de perpendiculares porque esto se asegura simplemente siguiendo las líneas de la misma hoja. Por ello, si se pretende que los alumnos utilicen estos conocimientos, el papel liso es una opción que permite ponerlos en escena.



Material para el alumno

4) Continúa la siguiente guarda.





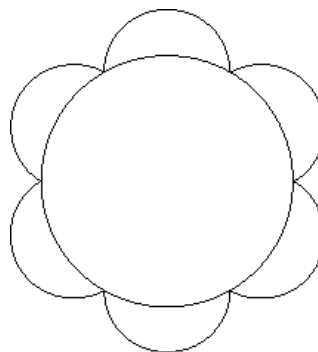
PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN

Para aplicar lo aprendido, podrán proponerse a los alumnos algunas actividades como las siguientes.



Material para el alumno

- 1) Trazá circunferencias del mismo radio, cuyos centros se encuentren todos situados sobre una línea dibujada previamente.
- 2) Trazá un círculo y luego otro en el interior del primero.
- 3) Trazá un círculo y luego otro en el exterior del primero.
- 4) Trazá varias circunferencias concéntricas.
- 5) Trazá dos circunferencias que se corten.
- 6) Copiá la siguiente figura:



PARA TENER EN CUENTA

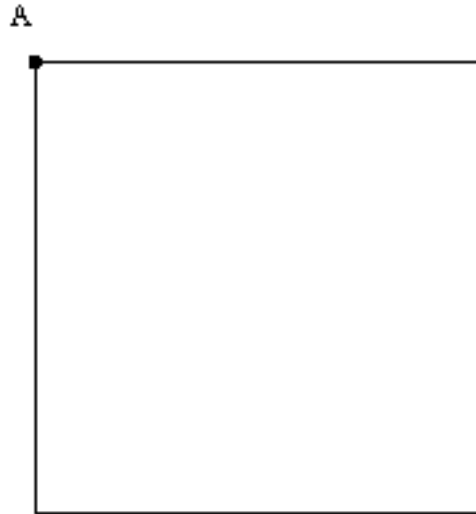
La dificultad que ofrece esta figura es importante dado que, para establecer el centro de cada una de las semicircunferencias que rodean a la circunferencia central, es necesario advertir que las cuerdas que determinan constituyen diámetros suyos. Esto constituye un nuevo desafío dentro de esta secuencia. También se vuelve necesario usar la relación entre radio y diámetro y cómo obtener el centro y el radio a partir de un diámetro.



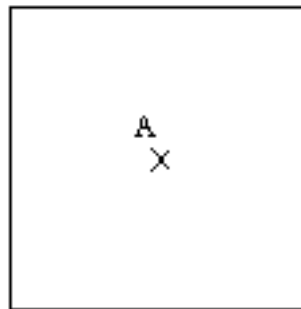
Material para el alumno

7) Pintá el siguiente cuadrado teniendo en cuenta las instrucciones que se detallan a continuación:

- La parte que está a más de 6 cm del punto A es roja.
- La parte que está a 6 cm del punto A es verde.
- La parte que está a menos de 6 cm del punto A es amarilla.



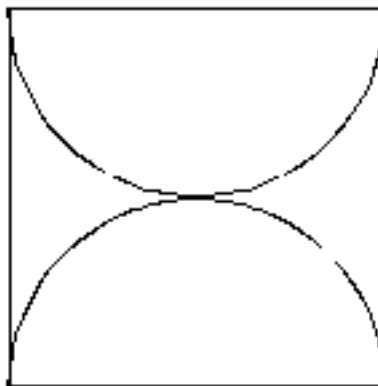
8) Pablo está jugando al tiro al blanco. Si el dardo que tira cae a menos de 3 cm del punto A, gana puntos; en caso contrario, no gana nada. Para ubicarse, Pablo quiere marcar en el tablero la zona donde tiene que caer el dardo. ¿Cuál es esta zona? Marca en el dibujo.



9) Pintá todos los puntos que estén a más de 3 cm de y a menos de 4 cm de C.



10) Copiá la siguiente figura:



CONTENIDOS SELECCIONADOS PARA EL SEGUNDO BIMESTRE / TERCER BIMESTRE

OPERACIONES

La multiplicación en problemas de proporcionalidad directa

- Resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa entre números naturales y que supongan la búsqueda de nuevos valores a partir de ciertos datos.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- La apropiación de diferentes procedimientos para resolver problemas de multiplicación y división vinculados a la proporcionalidad.
- El uso de las relaciones involucradas en los problemas de proporcionalidad directa para resolver problemas.
- Utilizar la multiplicación en casos de proporcionalidad directa (relaciones entre cantidades y precios) abandonando progresivamente otros procedimientos menos económicos.
- La apropiación de recursos que les permitan "acortar" sumas agrupando los sumandos para facilitar algunos cálculos.
- La significación de la multiplicación como "... veces ...".
- Las posibilidades de retomar reflexiones previas a propósito del trabajo con el repertorio multiplicativo, recordando en particular qué sucede cuando se multiplica por 10, 100, etcétera, como un producto privilegiado gracias a las características de nuestro sistema de numeración.

Relaciones entre la multiplicación y la división

- Resolución de problemas que impliquen la explicitación de relaciones entre la multiplicación y la división.
- Identificación de la operación de división en situaciones de repartos equitativos.
- Repertorio de resultados de divisiones y multiplicaciones.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- La utilización progresiva de una variedad de procedimientos que les permitan resolver situaciones de repartos equitativos.
- Identificar a la división como la operación que permite hallar el factor desconocido de una multiplicación.
- Identificar a la división como la operación que permite resolver problemas de repartos equitativos.
- Tomar conciencia acerca de la posibilidad de recurrir al repertorio multiplicativo para resolver divisiones.
- Advertir que, a partir del resultado de una multiplicación, es posible conocer los resultados de dos divisiones.
- Construir y memorizar progresivamente un repertorio multiplicativo.
- Establecer relaciones entre productos conocidos para obtener uno que aún no conocen.

Otra vuelta con problemas de multiplicación y división

- Anticipación de la cantidad de cifras de un cociente.
- Resolución de problemas que requieren un análisis del resto.
- División en diferentes problemas de repartos equitativos.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Reutilizar la división en nuevos problemas de repartos equitativos.
- Advertir cómo utilizar la multiplicación por 10, 100, 1.000, etcétera, para estimar cocientes.
- Reflexionar acerca de cómo interviene el resto en relación con el problema planteado.

El algoritmo de la multiplicación

- Reconstrucción del algoritmo de la multiplicación vinculándolo a los cálculos mentales.
- Propiedades de las operaciones puestas en juego.
- Algoritmo de la multiplicación por más de una cifra.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Analizar y reconstruir las relaciones involucradas en la resolución del algoritmo de la multiplicación.
- Explicitar las propiedades de la multiplicación.
- Explicitar las relaciones en las cuales se basan para dar el resultado en cada caso.
- Tener disponible una variedad de recursos de cálculo y seleccionar el más adecuado (escrito, mental o con calculadora) en función de cada situación particular.

NÚMEROS RACIONALES. FRACCIONES

Diversas situaciones de reparto

- Situaciones de reparto en las que puede o no ocurrir que quede resto.
- Situaciones de reparto en las que debe analizarse si es posible repartir el resto.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Identificar que en algunas ocasiones, al efectuar un reparto entero, puede ocurrir que todos los elementos sean distribuidos en partes iguales, mientras que en otros casos puede ocurrir que algunos elementos queden sin repartir, ya que no es posible entregar uno más a cada uno.
- Analizar que en algunas ocasiones los elementos que "sobran" pueden seguir repartiéndose y en otras esto no es posible. Esto depende de las magnitudes que están en juego, según el contexto del problema.

Efectuar un reparto en partes iguales en el que tiene sentido repartir el resto entero

- Situaciones de reparto en partes iguales en las que tiene sentido repartir el resto entero, inicialmente por medio de procedimientos diversos (dibujos, gráficos, etcétera) y luego utilizando fracciones.
- Análisis de la equivalencia o no de ciertos repartos.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Poner en movimiento una nueva clase de números y que estas situaciones funcionen como punto de referencia a la hora de enfrentar otros problemas que involucren este objeto matemático.
- Las relaciones que pueden establecer entre los diferentes repartos posibles que permite cada situación planteada.
- La disponibilidad de comprender un problema de reparto en términos de fracciones.
- Las posibilidades de poner en juego la definición de fracción que se ha utilizado.

Componer una cantidad a partir de otras expresadas en fracciones

- Composición de una cantidad a partir de otras cantidades expresadas en fracciones.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Apelar a las conclusiones formuladas en actividades anteriores para componer una cantidad expresada en fracciones, utilizando otras.

- La disponibilidad de establecer relaciones entre determinados grupos de fracciones y entre ciertas fracciones y los enteros.

Utilizar fracciones para medir longitudes

- Utilización de fracciones para medir longitudes.
- Análisis de situaciones de medición en la cual la unidad no entra una cantidad entera de veces en el objeto a medir, para generar la necesidad de fraccionar la unidad.
- A partir de las situaciones de reparto y medición, definición de las cantidades $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, etcétera, como la parte de una unidad tal que 2, 3, 4, 5, etcétera partes iguales a esa equivalen a la unidad. Definición de la fracción, por ejemplo $\frac{9}{7}$, como la parte que contiene 9 veces $\frac{1}{7}$.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Utilizar las fracciones en un nuevo contexto que le da sentido y que estas situaciones también funcionen como punto de referencia a la hora de enfrentar nuevos problemas que involucren este objeto matemático.

MEDIDA. UNIDADES DE LONGITUD

La medición como recurso para anticipar

- Medición de longitudes utilizando distintos instrumentos: reglas, cintas métricas, metros, etcétera.
- Resolución de problemas que impliquen la anticipación de ciertas longitudes.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Utilizar distintos instrumentos para medir longitudes y realizar estimaciones de diferente orden de magnitud.

Kilómetros, metros, centímetros y milímetros

- Resolución de problemas que exijan el análisis del funcionamiento del Sistema Métrico Decimal.
- Resolución de situaciones que impliquen el cambio de unidades de las magnitudes utilizadas.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Establecer relaciones entre diversas unidades del Sistema Métrico Decimal.
- Familiarizarse con el uso de algunas unidades mayores y menores que el metro.

- Utilizar el kilómetro y el milímetro como unidades que permiten medir longitudes más extensas o más pequeñas que el metro.
- Revisar y analizar la utilización de la regla como portadora de una escala graduada.
- Establecer y poder utilizar relaciones entre las actividades de cambio de unidades y los conocimientos elaborados a propósito de la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros, para poder cambiar las unidades en las que están expresadas las medidas.

Estimando algunas medidas

- Estimación de medidas de longitud.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Sus posibilidades de estimar una medida.
- Sus posibilidades de seleccionar la unidad más conveniente en función del objeto a medir.
- La elaboración de criterios que les permitan establecer en qué casos es suficiente con una medida aproximada y en cuáles se requiere una mucho más ajustada.
- La construcción progresiva de una representación de los distintos órdenes de magnitud.
- La utilización de la estimación como una herramienta de control al realizar mediciones.

Tomar las medidas del patio de la escuela para realizar su plano respetando sus proporciones

- Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes usando el metro y el centímetro como unidad.

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Enfrentar problemas reales de medición de longitudes donde resulta pertinente utilizar el centímetro y el metro.
- Establecer relaciones entre las medidas obtenidas en los diferentes planos entre sí y con las medidas reales.
- Solucionar problemas que plantean las situaciones de medición efectiva donde los instrumentos de medición usuales como la regla o la escuadra resulten inadecuados debido al tamaño de los objetos a medir.
- La construcción de una representación interna que permita dar cuenta del significado de cada una de las magnitudes que se estudian.

GEOMETRÍA. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

Secuencia didáctica "circunferencia y círculo"

- Uso del compás como recurso para reproducir figuras que contengan circunferencias o arcos de circunferencias.

- La circunferencia como conjunto de puntos que equidistan del centro y el círculo como conjunto de puntos que están a una distancia del centro menor o igual que una distancia dada.
- Elementos de la circunferencia y el círculo (centro, radio, diámetro).

INDICADORES DE AVANCE PARA LOS CONTENIDOS PLANIFICADOS

Si los niños progresan en:

- Utilizar el compás como herramienta para:
 - trazar circunferencias y arcos de circunferencias;
 - reproducir, duplicar, triplicar, etcétera, segmentos.
- Concebir la circunferencia como conjunto de puntos que equidistan de un punto dado, y al círculo como el conjunto de puntos que se encuentran a una distancia igual o menor de un punto dado, que una distancia dada.
- Concebir al círculo como la figura que abarca todos los puntos que se encuentran a una determinada distancia o una distancia menor de un punto dado.
- Apropiarse de y precisar un vocabulario geométrico relativo a la circunferencia y el círculo.
- La identificación de la importancia del radio para definir el trazado de una circunferencia.